

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И СТРОИТЕЛЬСТВО ДОРОГ, МЕТРОПОЛИТЕНОВ, АЭРОДРОМОВ, МОСТОВ И ТРАНСПОРТНЫХ ТОННЕЛЕЙ

УДК 519.63

*ШУВАЕВ АНАТОЛИЙ НИКОЛАЕВИЧ, докт. техн. наук, профессор,
директор инжинирингового центра,
anshuvayev46@mail.ru
Тюменский государственный университет,
625003 г. Тюмень, ул. Володарского, 6*

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГРУНТОВЫХ НАСЫПЕЙ ИЗ МЕРЗЛЫХ ГРУНТОВ

Одной из проблем освоения природных ресурсов Сибири является отсутствие развитой сети железных и автомобильных дорог. Наличие, почти на всей территории, непригодных для возведения насыпей рыхлых горных пород поставило перед наукой ряд задач о переводе их в группу пригодных. Практика транспортного строительства в особых условиях Сибири за последние два десятилетия накопила опыт и расширила перечень применяемых в конструкциях насыпей местных материалов, одними из которых являются мерзлые глинистые и торфяные грунты. Прочность, надежность и долговечность таких грунтовых массивов зависят от его водно-теплового режима и напряженно-деформированного состояния. В разработанной физико-механической модели принципиальным моментом, отличающим ее от известных, является достаточно подробный учет взаимного влияния температурного поля, распределения влажности, льдистости, а также напряжений и деформаций. Температура и влажность влияют на прочностные и деформационные свойства грунта, а напряжения и деформации в свою очередь изменяют физические параметры влажности и температурного поля, что существенно усложняет задачу в математическом плане, но позволяет приблизить постановку задач к особенностям реальных условий эксплуатации насыпей в Сибири.

Ключевые слова: температурное поле; деформации; грунт; влажность; время; пористость; модель; напряжение; температура.

*ANATOLII N. SHUVAEV, DSc, Professor,
anshuvayev46@mail.ru
University of Tyumen,
6, Volodarskii Str., 625003, Tyumen, Russia*

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SIMULATION OF FROZEN SOIL EMBANKMENTS

One of the problems of natural resource development in Siberia is the absence of the advanced network of railway and automobile roads. Rocks unsuitable for the embankment construction almost over the whole region pose the problem of their transformation into suitable. The transport facility construction within the complicated Siberian conditions has accumulated the experience for the past two decades and expanded the list of local materials used in the structures, such as frozen clayey and peat soils. The durability and reliability of this soil mass depend upon its thermal conditions and stress-strain state. The suggested model takes into account the interaction between temperature field, moisture distribution, iciness, strain, and stress. The temperature and moisture have an effect on the stress-strain state of soil which, in turn, modifies the physical parameters of moisture and temperature field. This complicates the mathematical solution of the problem, but approximates it to the real behavior of embankments in Siberian conditions.

Keywords: temperature field; strain; soil; moisture; time; porosity; model; strain.

Освоение природных ресурсов Сибири невозможно без создания сети железных и автомобильных дорог. Суровые природно-климатические и сложные грунтово-геологические условия, отсутствие пригодных строительных материалов, наличие вечной мерзлоты и болот не позволяют применять традиционные методы и способы строительства транспортной сети [1].

Практика транспортного строительства в Сибири за последние два десятилетия накопила опыт и расширила перечень применяемых местных непригодных материалов, одними из которых являются мерзлые переувлажненные глинистые и торфяные грунты. Мерзлые грунты представляют собой сложное многофазное физико-химическое образование, отличающееся гетеропористостью и полидисперсностью. В отличие от талых грунтов при возведении насыпей в первой дорожно-климатической зоне оттаивающий грунт проходит стадию формирования предельно-рыхлой структуры.

Расчетно-теоретическое определение водно-теплового режима и напряженно-деформированного состояния насыпи, возведенной из мерзлых глинистых и торфяных грунтов, необходимо для обеспечения прочности и устойчивости самой насыпи и находящихся на ней инженерных сооружений. Целью данной работы является разработка физико-математической модели, которая позволяет рассчитывать изменение во времени и пространстве основных параметров мерзлых и оттаявших грунтов: влажности $w(x, y, z, t)$; льдистости $L(x, y, z, t)$; температуры $T(x, y, z, t)$; нормальных и касательных напряжений в грунте $\sigma_i(x, y, z, t)$, $\tau_{ij}(x, y, z, t)$, а также деформаций $\varepsilon_i(x, y, z, t)$. Квазитрехмерный подход к математическому моделированию земляного полотна позволяет получить расчетные уравнения с двумя независимыми переменными y и z и временем t , что позволяет анализировать развитие процессов во времени.

Физическими основами моделирования являются: закон сохранения энергии (теплового баланса) в форме уравнения теплопроводности с учетом теплоты фазовых переходов, уравнения баланса влаги в разных фазах, определяющих влагонасыщенность в различных частях рассматриваемой области, а также уравнения, определяющие напряжения и деформации. При записи уравнений была использована общепринятая гипотеза континуума, предполагающего осреднение параметров в пределах малых расчетных объемов.

Для произвольного малого, но конечного объема V , выделенного в момент времени t в расчетной области и ограниченного поверхностью S , выделим для анализа объема и массы компонентов V_j и m_i , где индексы $i = 1, 2, 3, 4$ соответствуют материалу скелета грунта, воды, льда и газа. Осредненные по объему компоненты грунта: плотности грунта $p_1 = \frac{m_1}{V}$, воды $p_2 = \frac{m_2}{V}$, льда $p_3 = \frac{m_3}{V}$ и газа $p_4 = \frac{m_4}{V}$ находятся из интегрального закона сохранения массы [2]:

$$\int_V \frac{dp_i}{dt} dv = - \int_S p_i v_i^n ds + \int_{V_j} \sum J_{ji} dv, \quad (1)$$

где $J_{ji} = -J_{ij}$ имеют размерность кг/(м³·с) и характеризуют интенсивность фазового перехода массы из j в i -ю составляющую в единице объема среды за единицу времени, т. е. J_{32} характеризует интенсивность плавления льда; J_{23} – затвердевание воды; J_{42} – конденсацию пара; J_{24} – испарение воды; $p_j v_i^n$ – проекции на внешнюю нормаль к поверхности S величины потоков фаз, т. е. $p_i v_i^n = (J_i)^n$; $p_i = \frac{m_i}{V}$. Изменение осредненной по объему массы плотности скелета грунта p_1 , воды p_2 , льда p_3 может происходить из-за миграции воды, фазовых переходов и изменений пористости грунта.

Скорости движения \bar{v} и потоки \bar{J}_i вещества в твердой фазе: для скелета грунта $\bar{J}_1 = p_1 \bar{v}_1$ и льда $\bar{J}_3 = p_3 \bar{v}_3$ связаны исключительно с деформационным движением и определяются уравнениями напряженно-деформированного состояния грунта [3, 4]:

$$\bar{v}_1 = \bar{v}_3 = \bar{v}_{\text{деф}}(x, y, z, \sigma_i, \tau_{ij}, t), \quad (2)$$

где σ_i ($i = x, y, z$), τ_{ij} ($ij = x, y, z$) – нормальные и касательные напряжения в грунте, определяемые внешними нагрузками на насыпь, давлением вышележащих слоев и свойствами грунта.

Поток жидкой влаги в коллоидном капиллярно-пористом теле в общем случае обусловлен диффузионным, конвективным и эффузионным потоками [5] и определяется линейными соотношениями Онзагера:

$$\bar{J}_2 = p_2 \bar{v}_2 = -\lambda_{2m} \nabla \theta - \lambda_{2m}^T \nabla T - k_2 \nabla P, \quad (3)$$

где $\nabla \theta = \frac{1}{C_m} (\nabla w)_T$ – градиент переноса влаги; $C_m = \left(\frac{dw}{d\theta} \right)_T$ – изотермическая удельная влагоемкость; $\lambda_{2m} = a_{2m} p_1 C_m$ – коэффициент влагопроводности; $\lambda_{2m}^T = \frac{\lambda_m}{C_m} \delta$ – коэффициент термовлагопроводности.

Поток паровоздушной смеси при учете молекулярного, капиллярного и молярного механизмов переноса записывается аналогично (3).

Следует отметить, что на границе слоев возможны скачки влагосодержания W . При этом на границе соприкосновения разных типов грунтов имеет место равенство потенциалов влагопереноса θ . Запись интенсивностей потока воды \bar{J}_2 и паровоздушной смеси \bar{J}_4 делает возможным расчет полей влажности, льдистости и паросодержания в рамках единых по виду расчетных формул, но с применением переменных коэффициентов тепловлагопереноса. Для каждого контрольного расчетного объема V в каждый момент времени t влажность и льдистость вычисляем из уравнений сохранения массы (1):

$$W = \frac{m_2}{m_1} = \frac{p_2}{p_1} \text{ и льдистость } L = \frac{m_3}{m_1} = \frac{p_3}{p_1}.$$

Коэффициенты, характеризующие влагоперенос, вычисляются по опытным данным с учетом изменения влажности [6]. При рассмотрении балансового соотношения энергии примем модель однотемпературной среды, т. е. $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T(x, y, z, t)$.

Уравнение переноса тепла контрольного объема V , ограниченного поверхностью S , запишем в деформируемых неортогональных сетках:

$$\int_v c p \frac{dT}{dt} dV = - \int_s \lambda (\nabla T)^n ds - \int_v (I_{32} J_{32} + I_{42} J_{42}) dV, \quad (4)$$

где $c = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^4 c_i p_i$ – приведенная удельная теплоемкость грунта; $\lambda (\nabla T)^n$ – удельные тепловые потоки через грани контрольного объема; $I_{32} J_{32} + I_{42} J_{42}$ – источники тепла вследствие фазовых переходов.

Таким образом, модель тепловлажностного режима грунта в интегральной форме записываем с использованием (1), (4) в виде

$$\int_v \frac{dp_1}{dt} dV = - \int_s p_1 (\bar{v}_1)^n ds, \quad (5)$$

$$\int_v \frac{dp_2}{dt} dV = - \int_s [\nabla \lambda_{2m} (\nabla \theta)^n + \lambda_{2m}^T (\nabla T)^n + k_2 (\nabla P)^n] dS + \int_v J_{32} dV + \int_v J_{42} dV, \quad (6)$$

$$\int_v \frac{dp_3}{dt} dV = - \int_s J p_3 (\bar{v}_3)^n ds - \int_v J_{32} dV, \quad (7)$$

$$\int_v \frac{dp_4}{dt} dV = - \int_s [\lambda_{4m} (\nabla \theta)^n + \lambda_{4m}^T (\nabla T)^n + k_4 (\nabla P)^n] dS - \int_v J_{42} dV. \quad (8)$$

Уравнение баланса тепла может быть представлено в виде

$$\int_v \frac{d(pH')}{dt} dV = - \int_s \lambda (\nabla T)^n dS, \quad (9)$$

где $H = \int_0^T C_{\text{эф}} dT$ – эквивалентная энтальпия грунтовой смеси, определяемая с учетом наличия материала скелета грунта, льда, незамерзшей воды и паровоздушной смеси.

По вычисленному тепловому потоку $q = - \int_s \lambda (\nabla T)^n dS$ определяется приращение энтальпии $\nabla H' = q \frac{\nabla t}{pV}$, в которое входит теплота фазовых превращений.

В области фазовых переходов, определив обратной интерполяцией температуру T по найденной энтальпии H , вычисляем содержание незамерзшей воды $W_{\text{нз}} = W_{\text{нз}}(t)$ при равновесном процессе. Коэффициенты тепломассопереноса λ , λ_m , λ_m^T , k , входящие в систему уравнений (5) – (9), определяются в лабораторных условиях.

После определения осредненных плотностей p_1 , p_2 , p_3 , p_4 и T из системы уравнений (5) – (9) находим: плотность влажной грунтовой массы $p = \sum_{i=1}^4 p_i$; влажность $W = \frac{p_2}{p_1}$; общую влажность $W_{\text{общ}} = \frac{p_2}{p}$; пористость грунта $e = \frac{p_1^{(0)} - p_1}{p_1^{(0)}}$; льдистость $L = \frac{p_2 - p_{2\text{нз}}}{p_2} = \frac{p_3}{p_2}$.

Исходные данные для анализа тепловлажностного и напряженно-деформированного состояния грунта задаются в начальный момент времени $t = 0$ в виде $T = T_0(x, y, z, o)$; $p_i = p_j(x, y, z, o)$, где $V_j = 1, 2, 3, 4$ (9) во всей рассматри-

ваемой расчетной области. Граничные условия тепло- и влагоотдачи задаются на внешней поверхности по [7] и на удалении в глубину от поверхности. Расчет температуры влажности в нестационарных условиях на внешней поверхности определяем:

$$\lambda_{3F} \frac{P_F}{b_F} \left(\frac{dW}{dn} \right)_F + \lambda_{3F} b_F \left(\frac{dT}{dn} \right)_n + \lambda_3 \frac{P_F}{b_F} (W_F - W_B) = 0. \quad (10)$$

Уравнения (5) – (9) представляют собой математическую интегральную форму записи основных законов физики мерзлых грунтов – уравнений сохранения массы и энергии. Уравнения сохранения массы и энергии в дифференциальной форме записывается по [5]:

$$p_0 \frac{du_i}{dt} = -d_i V \left[\bar{j}_{идиф} + p_i k \frac{k_i}{\eta_i} (\nabla P - p \nabla h) \right] + I_i. \quad (11)$$

Напор воды в грунте можно определить по уравнению консолидации грунта в формуле В.А Флорина для контрольного объема V :

$$\int_v \frac{\partial H}{\partial t} dV = \int_v \left(\nabla \frac{1}{\omega} \frac{\partial H^*}{\partial t} + \frac{1}{2\gamma\omega} \frac{\partial \sigma_z^*}{\partial t} \right) dV + \int_s \frac{1+e}{2\gamma\omega} \left(\frac{de}{d\theta} \right) k \nabla H^n dS, \quad (12)$$

где $\omega = 1 - \frac{\beta(1+e)}{2 \frac{de}{d\theta}}$; H^* и σ_z^* – напор воды и сумма напряжений в скелете грунта в конце консолидации, т. е. в стабилизированном состоянии.

При теоретически мгновенном приложении неизменных в дальнейшем нагрузок или граничных напоров величины H^* и θ^* в дальнейшем не меняются, и уравнение консолидации, по В.А. Флорину [8], имеет вид

$$\frac{dH}{dt} = C_v \nabla^2 H, \quad (13)$$

где $C_v = (1 + e)(1 + \xi) R / 2\gamma\omega a$ – коэффициент консолидации.

Под воздействием напряжений O_s объем V , совпадающий в момент времени t с контрольным объемом, уменьшается. При этом объем скелета грунта считаем постоянным. Объем пор $v_n = v - v^{\wedge}$ уменьшается по закону затухающей наследственной ползучести на $\Delta V_{деф}$ [9]:

$$\Delta V_{деф} = \varepsilon_{v\ деф} V = \frac{e(t_1) - e(t_2)}{1 + e(t_1)} V. \quad (14)$$

Полное изменение объема V за время $\Delta t = t_2 - t_1$ за счет действия напряжений σ_{Σ} и фазового перехода определится следующей формулой:

$$\Delta V_{\Pi} = \Delta V_{деф} + \Delta V_{фаз.пер}. \quad (15)$$

Коэффициент объемной деформации или $\varepsilon_V = \frac{\Delta V}{V}$ равен сумме относительных продольных деформаций [10]:

$$\varepsilon_V = \varepsilon_z + \varepsilon_x + \varepsilon_y = (1 + \mu_y) \varepsilon_z, \quad (16)$$

где $\varepsilon_V = \mu_y \varepsilon_z$; $\mu_n = a \left(\frac{y}{b^{1/2}} \right)^n$ при $Z > Z_0$ – коэффициент, учитывающий возможность поперечных деформаций грунта; $\varepsilon_x = 0$ в предположении отсутствия деформации в направлении X по оси дороги.

Из формулы (16) и (15) следуют выражения для относительных деформаций $\varepsilon_x, \varepsilon_z, \varepsilon_y$ линейных деформаций S_z и S_y в направлениях Z и Y и скоростей деформации v_{1z} и v_{1y} :

$$\varepsilon_z = \frac{\varepsilon_V}{1+\mu_y} = \frac{\Delta V_{\text{деф}} + \Delta V_{\text{фаз.пер.}}}{V(1+\mu_y)}; \varepsilon_y = \mu_y \varepsilon_z; \quad (17)$$

$$S_z(t, z, y) = \int_0^z \varepsilon_z(t, z, y) dz; S_y = \int_0^y \varepsilon_y(t, z, y) dy \quad (18)$$

или с условием постоянства перемещений грунта в плоскости поверхности насыпи приближенно можно положить

$$\begin{aligned} V_{1z} &= \varepsilon_z \frac{\Delta z}{\Delta t}; V_{1y} = \varepsilon_y \frac{\Delta y}{\Delta t}; \\ \bar{v}_1 &= \bar{v}_1 \left(\varepsilon_z \frac{\Delta z}{\Delta t}, \varepsilon_y \frac{\Delta y}{\Delta t} \right). \end{aligned} \quad (19)$$

Рассмотрим далее элементы комплексного расчета водно-теплового режима и напряженно-деформированного состояния насыпи из мерзлых грунтов.

В качестве исходных начальных данных в момент времени $t = 0$ задаются значения параметров $\rho_1, \rho_2^{\omega}, \rho_3, \rho_4, T, P, \sigma_{\Sigma}$ в узлах контрольного объема $V_{ijk}^{(n)}$. Граничные условия на поверхности расчетной области принимаются с учетом многолетних наблюдений климатических параметров и исходных данных для проектирования насыпей. Последовательность расчета строится в соответствии с фазами строительства и включает в себя следующий алгоритм расчета.

1. Вычисляются потоки воды \bar{J}_2 и паро-воздушной смеси \bar{J}_4 через поверхности, ограничивающие контрольный объем в момент $t = t_1$. Расчет проводится по формуле (3).

2. Определяются предварительно интенсивности фазовых переходов J_{23}, J_{24} с использованием алгоритма (9).

3. По соотношениям (6) и (8) находят значения параметров плотности p_2 и p_4 по разностной схеме.

4. По разностной схеме вычисляется энтальпия и по ней температура на $(n + 1)$ временном слое. Для этого используются интенсивности J_{23}, J_{24} , вычисленные в п. 2, а для равновесных процессов по уравнению (9).

5. Вычисляются влажность W , общая влажность $W_{\text{общ}}$, плотность грунта S , пористость e (предварительно), льдистость L (предварительно).

6. Из уравнения (12) или (13) определяются напор воды H и давление в поровой воде P в момент времени $t_2 = t_1 + \Delta t$: $P = pqH + Z$.

7. Вычисляется σ_{Σ}^* и также σ_{Σ} в момент времени t_2 : $\sigma_{\Sigma} = \sigma_{\Sigma}^* + 2p^* - 2p$.

8. На основе уравнения наследственной затухающей ползучести вычисляем коэффициент пористости грунта $e(t_2) = e^{(n+1)}$ в объеме $\Delta V_{ijk}^{(n+1)}$.

9. По формуле (14) находится изменение объема.

10. По формулам (17) находим относительные деформации в продольном и поперечном направлении.

11. По формулам (18) определяем вертикальную осадку $S_z(t, z_i, Y_j)$ и поперечное смещение грунта $S_y(t, z_i, y_j)$ ($z > z_0$).

12. По формулам (19) находим деформационные скорости $\bar{v}_{\text{деф}}$ скелета грунта \bar{v}_1 и льда \bar{v}_3 по соотношениям.

13. Вычисляем по уравнениям (5) и (7) осредненные значения плотности скелета грунта ρ_1 и льда ρ_3 .

14. Проводим аналогичные вычисления параметров и новый цикл итераций для всех узлов рассматриваемой расчетной области.

Таким образом находим значения искомых параметров в контрольных объемах за расчетный период $0 < t < T$ времени: $\rho_1(t)$, $\rho_2(t)$, $\rho_3(t)$, $\rho_4(t)$, $\omega(t)$, $L(t)$, $P(t)$, $T(t)$, $S_2(t)$, $S_3(t)$, что и является целью данного расчета.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Шуваев, А.Н. Земляное полотно из мерзлых грунтов / А.Н. Шуваев. – М. : Недра, 1997. – 155 с.
2. Нигматулин, Р.И. Динамика многофазных сред / Р.И. Нигматулин. – М. : Наука, 1987. – Ч. I. – 464 с.; Ч. II. – 360 с.
3. Цытович, Н.А. Механика мерзлых грунтов / Н.А. Цытович. – М. : Высшая школа, 1973. – 445 с.
4. Цытович, Н.А. Основы прикладной геомеханики в строительстве / Н.А. Цытович, З.Г. Тер-Мартirosян. – М. : Высшая школа, 1981. – 318 с.
5. Лыков, А.В. Тепломассообмен : справочник / А.В. Лыков. – М. : Энергия, 1978. – 480 с.
6. Водно-тепловой режим земляного полотна и дорожных одежд / под ред. И.А. Золотаря, Н.А. Пузакова, В.М. Сиденко. – М. : Транспорт, 1971. – 410 с.
7. Золотарь, И.А. Теоретические основы применения тонкодисперсных грунтов при возведении земляного полотна автомобильных дорог в северных районах области многолетнемерзлых грунтов / И.А. Золотарь. – Л., 1961. – 422 с.
8. Флорин, В.А. Основы механики грунтов / В.А. Флорин. – Л., 1959. – 541 с.
9. Пузаков, Н.А. Водно-тепловой режим земляного полотна и автомобильных дорог / Н.А. Пузаков. – М. : Автотрансиздат, 1960. – 168 с.
10. Кудрявцев, В.А. Общее мерзлотоведение (геокриология) / В.А. Кудрявцев. – М. : Изд-во МГУ, 1978. – 464 с.

REFERENCES

1. Shuvaev A.N. Zemlyanoe polотно iz merzlykh gruntov [Frozen soil roadbed]. Moscow: Nedra Publ., 1997. 155 p. (rus)
2. Nigmatulin R.I. Dinamika mnogofaznykh sred [Dynamic of multi-phase mediums]. Moscow: Nauka Publ., 1987. Pt. I. 464 p.; Pt. II. 360 p. (rus)
3. Tsytovich N.A. Mekhanika merzlykh gruntov [Mechanics of frozen soil]. Moscow: Vysshaya Shkola Publ., 1973. 445 p. (rus)
4. Tsytovich N.A. Ter-Martirosyan Z.G. Osnovy prikladnoi geomekhaniki v stroitel'stve [Applied geomechanics in construction]. Moscow: Vysshaya Shkola Publ., 1981. 318 p. (rus)
5. Lykov A.V. Teplomassoobmen [Heat exchange]. Moscow: Energiya Publ., 1978. 480 p. (rus)
6. Puzakov N.A., Zolotar' I.A., Sidenko V.M. et al. Vodno-teplovoy rezhim zemlyanogo polotna i dorozhnykh odezhd [Thermal conditions of roadbed and pavements]. Moscow: Transport Publ., 1971. 410 p. (rus)
7. Zolotar' I.A. Teoreticheskie osnovy primeneniya tonkodispersnykh gruntov pri vozvedenii zemlyanogo polotna avtomobil'nykh dorog v severnykh raionakh oblasti mnogoletnemerzlykh gruntov [Theoretical basics of fine soil use for roadbed construction in permafrost zone]. Leningrad, 1961. 422 p. (rus)
8. Florin V.A. Osnovy mekhaniki gruntov [Principles of soil mechanics]. Leningrad, 1959. 541 p. (rus)
9. Puzakov N.A. Vodno-teplovoy rezhim zemlyanogo polotna i avtomobil'nykh dorog [Thermal conditions of roadbed and pavements]. Moscow: Avtotransizdat Publ., 1960. 168 p. (rus)
10. Kudryavtsev V.A. Obshchee merzlotovedenie (geokriologiya) [General permafrost studies (cryopedology)]. Moscow: MGU Publ., 1978. 464 p. (rus)