

УДК 624.04

DOI: 10.31675/1607-1859-2020-22-4-114-125

*Л.С. ЛЯХОВИЧ¹, П.А. АКИМОВ^{1,2,3}, Б.А. ТУХФАТУЛЛИН¹,**¹Томский государственный архитектурно-строительный университет,**²Национальный исследовательский**Московский государственный строительный университет,**³Российская академия архитектуры и строительных наук*

**ОЦЕНКА БЛИЗОСТИ К ПРОЕКТУ
МИНИМАЛЬНОЙ МАТЕРИАЛОЕМКОСТИ РЕШЕНИЯ
ОБ ОПТИМИЗАЦИИ ШИРИНЫ
КУСОЧНО-ПОСТОЯННЫХ УЧАСТКОВ ПОЛКИ
СТЕРЖНЕЙ ДВУТАВРОВОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ
ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ ПО УСТОЙЧИВОСТИ
ИЛИ НА ВЕЛИЧИНУ ПЕРВОЙ ЧАСТОТЫ
СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ
С УЧЁТОМ ТРЕБОВАНИЙ ПРОЧНОСТИ**

В одной из предыдущих работ авторов данной статьи рассматривалась задача об оценке близости решения к проекту минимальной материалоемкости при оптимизации ширины полок стержней двутаврового поперечного сечения при ограничениях по устойчивости или величине первой частоты собственных колебаний с учётом требований прочности в случае непрерывного изменения варьируемых параметров по длине стержня. При этом известно, что в строительной практике в основном стержни проектируются с кусочно-постоянным изменением параметров сечения. В другой статье авторов был сформулирован критерий оценки оптимальных решений при формировании кусочно-постоянных участков полки стержней двутаврового сечения при ограничениях по устойчивости или величине первой частоты собственных колебаний, но без учёта требований прочности. В данной статье рассматривается более общая задача об оценке оптимальных решений при формировании кусочно-постоянных участков ширины полок стержней двутаврового сечения при ограничениях по устойчивости или величине первой частоты собственных колебаний, но с учётом требований прочности и некоторых конструктивных ограничений.

Ключевые слова: критерий; оптимизация; устойчивость; частота; критическая сила; формы потери устойчивости; формы собственных колебаний; приведённые напряжения; кусочно-постоянное изменение параметров; минимальная материалоемкость.

Для цитирования: Ляхович Л.С., Акимов П.А., Тухфатуллин Б.А. Оценка близости к проекту минимальной материалоемкости решения об оптимизации ширины кусочно-постоянных участков полки стержней двутаврового поперечного сечения при ограничениях по устойчивости или на величину первой частоты собственных колебаний с учётом требований прочности // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2020. Т. 22. № 4. С. 114–125.

DOI: 10.31675/1607-1859-2020-22-4-114-125

L.S. LYAKHOVICH¹, P.A. AKIMOV^{1,2,3}, B.A. TUKHFATULLIN¹,

¹Tomsk State University of Architecture and Building,

²The National Research Moscow State University of Civil Engineering,

³Russian Academy of Architecture and Construction Sciences

ESTIMATED CLOSENESS OF OPTIMUM PIECEWISE CONSTANT SECTION WIDTH IN I-RODS WITH STABILITY OR FIRST EIGEN-FREQUENCY LIMITS TO THE PREDICTED MINIMUM MATERIAL CONSUMPTION WITH REGARD TO STRENGTH REQUIREMENTS

The previous research described estimated closeness of optimum piecewise constant section width in I-rods with stability or first eigen-frequency limits to the predicted minimum material consumption with regard to strength requirements in continuous change in variable rod parameters. It is however known that in construction, rods are generally designed with piecewise constant change in the section parameters. Besides, in another work, the criterion was formulated for assessment of optimum solutions of piecewise constant sections of I-rods with stability or the first eigen-frequency limits, without considering the strength requirements. This paper focuses on a more general problem of estimated closeness of optimum piecewise constant section width in I-rods with stability or first eigen-frequency limits to the predicted minimum material consumption with regard to strength requirements.

Keywords: criterion; optimization; stability; frequency; critical force; stability loss; eigen-frequency mode; reduced stresses; piecewise constant parametric variation; minimum material consumption.

For citation: Lyakhovich L.S., Akimov P.A., Tukhfatullin B.A. Otsenka blizosti k projektu minimal'noi materialoemkosti resheniya ob optimizatsii shiriny kusochno-postoyannykh uchastkov polki sterzhnei dvutavrovogo poperechnogo secheniya pri ogranicheniyakh po ustoychivosti ili na velichinu pervoi chastoty sobstvennykh kolebaniy s uchetom trebovaniy prochnosti [Estimated closeness of optimum piecewise constant section width in I-rods with stability or first eigen-frequency limits to the predicted minimum material consumption with regard to strength requirements]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2020. V. 22. No. 4. Pp. 114–125.

DOI: 10.31675/1607-1859-2020-22-4-114-125

При решении оптимизационных задач [1–7] часто за признак достижения экстремума принимаются достаточно малые изменения функции цели на этапах вычислений. Известны случаи, когда данный признак приводит к решению, которое значительно отличается от оптимального. Указанное обстоятельство подтверждает актуальность работ – работ, в которых вместе с анализом изменений в процессе вычислений приращений функции цели формулируются и используются критерии, оценивающие близость полученных решений к оптимуму.

Так в работах [8–10] рассматривалась задача об оптимизации очертания ширины полка двутаврового поперечного сечения стержня, нагруженного продольной силой и несущего распределённую массу, при ограничениях по устойчивости или на величину первой частоты собственных колебаний. Обозначения размеров сечения приведены на рис. 1. В процессе оптимизации вы-

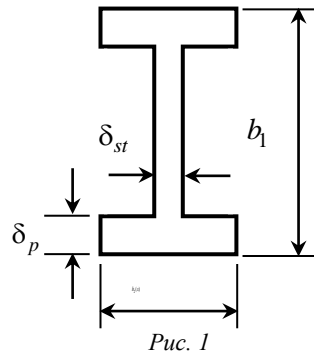


Рис. 1

сота сечения b_1 , толщина стенки δ_{st} , толщина полки δ_p не варьируются. Варьируется функция $b_2(x)$ изменения ширины полок.

Функция цели записывается в виде

$$V_0 = 2 \int_0^l b_2(x) \delta_p \cdot dx \quad (1)$$

или при дискретной модели стержня из n участков

$$V_0 = 2(l/n) \sum_{i=1}^n b_2[i] \delta_p. \quad (1a)$$

Ограничение по устойчивости записывается в виде

$$P \leq P_{kp}, \quad (2)$$

а на величину первой частоты собственных колебаний – в виде

$$\omega_0 \leq \omega_1. \quad (3)$$

Поясним используемые в (1) – (3) обозначения: V_0 – объём материала полки; P – действующая (приложенная) сила; P_{kp} – критическая сила для стержня; ω_0 – некоторая заданная величина; ω_1 – значение первой частоты собственных колебаний системы. Требуется отыскать функцию $b_2(x)$, доставляющую минимум объёму материала полок V_0 при условии выполнения ограничений (2), (3). Решение этой задачи может быть выполнено одним из известных методов оптимизации.

В упомянутых выше работах [8–10], а также в статьях [13, 14] сформулированы критерии, оценивающие близость полученных в ходе оптимизации оптимизационных решений представленной выше задачи к оптимуму.

В работе [8] предложен критерий, который позволяет оценить близость полученного оптимизационного решения к минимально материалоемкому проекту. Один из вариантов записи критерия имеет вид:

$$\bar{\sigma}_{1\omega}^2(x) = \sigma_{1\omega}^2(x) b_1 - \sigma_{1\omega}^2(x) (b_1 - 2 \cdot \delta_p) - 3 \cdot E(\omega_0)^2 \rho \cdot 2 \cdot \delta_p \cdot v_{\omega}^2(x) = \text{const}, \quad (4)$$

где $\sigma_{1\omega}(x)$ и $\sigma_{1\omega}(x)$ – соответственно нормальные напряжения в крайних волокнах двутаврового сечения и в волокнах на границе стенки и полки, вызываемые изгибающими моментами, возникающими при потере устойчивости или собственных колебаниях; E – модуль упругости материала стержня; ρ – удельная масса; $v_{\omega}(x)$ – ординаты формы потери устойчивости или собственных колебаний.

Критерий (4) сформулирован при условии, что ширина полки $b_2(x)$ двутавра изменяется непрерывно по длине стержня.

Как известно, во многих практически важных случаях конструкторы предпочитают кусочно-постоянное изменение варьируемой величины.

В работе [9] сформулирован критерий, позволяющий оценивать результаты решений об оптимизации ширины полки при ограничениях по устойчивости или величины первой частоты собственных колебаний, но при кусочно-постоянном изменении размеров $b_2[i]$ $i=1,2,\dots,n$, где n – количество участков кусочно-постоянного изменения ширины полки. Длины участков изменения полки $l_u[i]$, координаты правых краёв участков $x[i]$, а также левого края стержня $x[0]$ считаются заданными. Один из вариантов записи критерия представлен в виде:

$$S_1[i] = \frac{1}{l_k[i]} \int_{x[i-1]}^{x[i]} [\sigma_{1\omega}^2(x)b_1 - \sigma_{1\omega r}^2(x)(b_1 - 2\delta_p) - 3E(\omega_0)^2 \rho \cdot 2\delta_p \cdot v_\omega^2] dx = \text{const.} \quad (5)$$

Задачи, для которых сформулированы критерии в работах [8, 9], не учитывали условий прочности, вследствие чего полученные при этом оптимизационные решения могли этим условиям не удовлетворять. Очевидно, что если после оптимизации изменить полученный проект так, чтобы выполнялись ранее не учтённые в ходе оптимизации ограничения, то условия оптимальности будут нарушены.

В работе [10] предлагается в процессе оптимизации очертания полок, непрерывно меняющихся по длине стержня двутаврового сечения, учитывать, помимо ограничений по устойчивости или величины первой частоты собственных колебаний, ещё и условия прочности, а также некоторые конструктивные ограничения.

Функция цели также записывается в виде (1), а при использовании дискретной модели в виде (1а).

Ограничения по устойчивости записываются в виде (2), а ограничения на величину первой частоты собственных колебаний – в виде (3).

Следует отметить, что для оценки выполнения ограничений (2), (3) используется критерий (4).

Как известно, для стержней двутаврового поперечного сечения должны выполняться три условия прочности [11]:

– для крайних волокон имеем ограничение на нормальные напряжения:

$$\sigma(x) \leq R, \quad (6)$$

где $\sigma(x)$ – нормальные напряжения, вызванные нагрузкой в крайних волокнах стержня; R – расчетное сопротивление материала конструкции;

– для места стыка полки со стенкой имеем ограничение на эквивалентные напряжения:

$$\sigma_{\text{эkv}}(x) = \sqrt{\sigma_p^2(x) + 3\tau_p^2(x)} \leq R, \quad (7)$$

где $\sigma_{\text{эkv}}(x)$, $\sigma_p(x)$, $\tau_p(x)$ – соответственно эквивалентные, нормальные и касательные напряжения, вызванные нагрузкой в месте стыка полки со стенкой;

– для уровня центра тяжести сечения имеем ограничение на эквивалентные напряжения:

$$\sigma_{\text{экв}}(x) = \sqrt{\sigma_0^2(x) + 3\tau_0^2(x)} \leq R, \quad (8)$$

где $\sigma_{\text{экв}}(x)$, $\sigma_0(x)$, $\tau_0(x)$ – соответственно эквивалентные, нормальные и касательные напряжения, вызванные нагрузкой в центре тяжести сечения.

Для условий (7) и (8) использована четвёртая теория прочности.

Конструктивные ограничения на ширину полки в работе [10] приняты в виде

$$b_2(x) \geq bb, \quad (9)$$

где bb – минимально допустимые размеры ширины полки.

При использовании дискретной модели стержня соответствующие координаты сечения – (x) заменяются с точки зрения обозначений номером участка модели $[i]$.

В целях обеспечения единообразия использования критериев и ограничений для оценки близости полученного в результате оптимизации проекта к минимально материалоемкому критерию (4) и (5), условия (6), (7), (8) и (9) нормированы так, чтобы при их выполнении в виде равенств они бы принимали величину, равную единице.

Для нормирования критерия (4) или (5) изгибающие моменты определяются по форме потери устойчивости или по первой форме собственных колебаний с точностью до постоянного множителя. По найденным моментам в сечениях стержня вычисляются напряжения $\sigma_{\text{лов}}(x)$, $\sigma_{\text{лов}}(x)$, $\bar{\sigma}_{\text{лов}}^2(x)$. Затем среди значений $\bar{\sigma}_{\text{лов}}^2(x)$ выбирается наибольшее, и на него делятся величины, вычисленные по (4) или по (5).

Таким образом, если полученный в результате оптимизации проект является минимально материалоемким, то критерий принимает вид

$$\bar{\sigma}_{\text{лов}}^2(x) \leq 1. \quad (10)$$

Если при оптимизации использовались ещё и ограничения (6), (7), (8) и (9), то критерий (10) относится только к тем участкам стержня, на которых зависимости (6), (7), (8) и (9) выполняются в виде строгих неравенств.

Нормирование ограничений (6), (7) и (8) выполняется делением обеих частей соответствующих неравенств на величину R :

$$R1(x) = \frac{\sigma(x)}{R} \leq 1, \quad (11)$$

$$R2(x) = \frac{\sigma_{\text{экв}}(x)}{R} = \frac{\sqrt{\sigma_p^2(x) + 3\tau_p^2(x)}}{R} \leq 1, \quad (12)$$

$$R3(X) = \frac{\sigma_{\text{экв}}(x)}{R} = \frac{\sqrt{\sigma_0^2(x) + 3\tau_0^2(x)}}{R} \leq 1. \quad (13)$$

Для нормирования ограничения (9) обе части его выражения делятся на $b_2(x)$ и записываются в виде

$$bb_0(x) = \frac{bb}{b_2(x)} \leq 1. \quad (14)$$

В [10] через $\bar{\sigma}_{\text{tot}}^2(x)$, $R1(x)$, $R2(x)$, $R3(x)$ и $bb_0(x)$ обозначены соответственно показатели выполнения ограничений (2), (3), (6), (7), (8) и (9).

В соответствии с [10] **при непрерывном изменении варьируемого параметра** $b_2(x)$ **близость к проекту минимальной материалоемкости проекта, полученного в результате оптимизации с учётом ограничений по устойчивости (или величине первой частоты собственных колебаний), ограничений по прочности и конструктивных, определяется близостью к единице обязательно в каждом сечении хотя бы одного из показателей (10), (11), (12), (13) и (14).**

Как известно, во многих практически важных случаях более предпочтительным является кусочно-постоянное изменение варьируемой величины.

В данной статье обобщаются результаты [9, 10] на случай кусочно-линейного изменения варьируемого параметра ширины полок $b_2[i]$.

Рассматривается задача об оценке близости к проекту минимальной материалоемкости оптимальных решений при кусочно-постоянных участках ширины полок стержней двутаврового сечения и ограничениях по устойчивости или величине первой частоты собственных колебаний, но с учётом требований прочности и некоторых конструктивных ограничений.

Выбор границ кусочно-постоянных участков изменения ширины полки определяется как технологическими требованиями, так и стремлением приблизиться к минимально материалоемкому проектному решению при принятых ограничениях, но при непрерывном изменении $b_2[i]$ по длине стержня. После выбора границ участков размеры ширины полки определяются для каждого участка одним из методов оптимизации.

Для оценки близости этого решения к проекту минимальной материалоемкости при выбранных границах участков используем показатели выполнения ограничений по прочности (11), (12), (13), конструктивных ограничений (14), а вместо показателя (10) нормированный к единице критерий (5), который запишется в виде

$$S_1(x) \leq 1. \quad (15)$$

Как известно (например, [8, 12]), если в задаче оптимизации некоторые ограничения выполняются в виде равенств, то они относятся к активным, а если в виде неравенств, то к пассивным. По аналогии назовём показатели выполнения ограничений, величина которых близка к единице (математически «близость к единице», разумеется, оценивается с определенной заранее заданной точностью), активными, а показатели, не отвечающие принятым условиям близости, пассивными.

Достаточность близости показателей выполнения ограничений к единице устанавливается конструктором и может характеризоваться разностью между единицей и соответствующим показателем.

Показатель (15) вычисляется в пределах каждого участка как определённый интеграл. Поэтому его величина относится ко всему участку.

Поскольку на каждом участке ширина полки неизменна, то показатель (14) для всех сечений соответствующего участка одинаков.

Так как изгибающие моменты и поперечные силы, возникающие в стержне от нагрузки, изменяются по длине стержня, то и в сечениях между границами участков показатели (11), (12), (13) будут отличаться друг от друга.

Если показатель (14) или (15) на участке достаточно близок к единице, то он на этом участке активный. Остальные показатели во всех сечениях этого участка должны выполняться в виде нестрогих неравенств.

Если показатель (11), или (12), или (13) на каком-либо участке хотя бы в одном из сечений близок к единице, то он на этом участке активный. По ограничению, соответствующему этому показателю, определяется ширина полки. Несмотря на то, что активный показатель относится к одному сечению, но найденная по активному ограничению ширина полки определяет величину ширины полки во всех сечениях этого участка. Остальные показатели во всех сечениях этого участка должны выполняться в виде нестрогих неравенств.

Сформулируем *положение*, определяющее близость проекта оптимизации в рассматриваемой задаче к проекту минимальной материалоемкости:

«Проект оптимизации ширины полки при выбранных границах кусочно-постоянных участков стержней двутаврового поперечного сечения и ограничениях по устойчивости или на величину первой частоты собственных колебаний, ограничениях по прочности и конструктивных будет достаточно близок к минимально материалоемкому, если на каждом участке хотя бы один из показателей (11), (12), (13) (14), (15) будет активным.

Проиллюстрируем сформулированное положение на примере.

Пример. В [10] рассмотрен пример оптимизации ширины полок стержня двутаврового поперечного сечения при ограничениях на величину первой частоты собственных колебаний, ограничениях по прочности и конструктивных, но при непрерывном изменении варьируемого параметра $b_2[i]$ по длине стержня. Для сопоставления результатов оптимизации при непрерывном и кусочно-постоянном изменении варьируемого параметра $b_2[i]$ рассмотрим тот же пример. Схема стержня приведена на рис. 2, а.

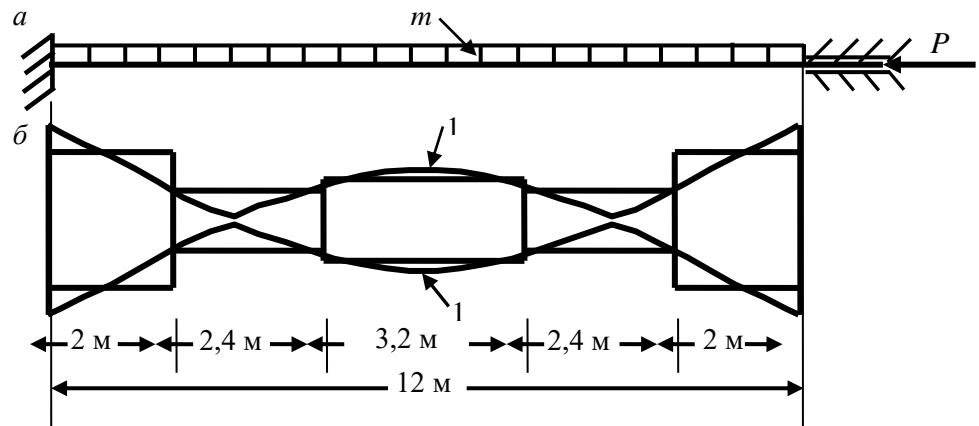


Рис. 2

Высота сечения стержня $b_1 = 0,16$ м, толщина стенки $b_{st} = 0,01$ м, толщина полки $b_p = 0,014$ м. Модуль упругости материала стержня $E = 206000000000$ н/м², его удельная масса 7850 кг/м³, объемный вес $77008,5$ н/м³, расчетное сопротивление материала $R = 240000000$ н/м². Стержень несёт равномерно распределённую массу интенсивностью $m = 400$ кг/м. Эта же масса является внешней нагрузкой интенсивностью $q = 3924$ н/м. При оптимизации с учётом условий прочности учитывается и собственный вес стержня.

Требуется оптимизировать значения ширины полок рассматриваемого стержня по участкам при $P = 300000$ н, обеспечить величину первой частоты собственных колебаний $\omega_1 \geq \omega_0 = 13$ с⁻¹ и минимальный объём материала полок. При оптимизации необходимо учитывать ограничения на величину первой частоты собственных колебаний (3), ограничения по прочности (6), (7), (8) и конструктивные ограничения (9). Примем так же, как и в [10], минимально возможную ширину полки $bb = 0,01$ м.

Расчёты выполняются на основе дискретной модели стержня из 30 участков. Равномерно распределённая масса и нагрузка приведена к узлам. В дискретной модели имеем узловые массы $m[i] = 160$ кг и нагрузки $q[i] = 1569,6$ н. Масса и вес конструкции учитываются в процессе оптимизации. Оптимизация выполнялась методом случайного поиска. Результаты представлены в таблице. В первом столбце таблицы представлены номера сечений дискретной модели (i). Во втором столбце приведены размеры ширины полок, полученные в результате оптимизации при непрерывном изменении варьируемого параметра $b_2[i]$. На рис. 2, б очертание ширины полок показано линиями L .

i	$b_2[i]$		Показатели оценки					k
			$R1[i]$	$R2[i]$	$R3[i]$	$bb_0[i]$	$S_1[k]$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,1995	0,1492	0,9871	0,8633	0,2685	0,0670	1,0000	1
2	0,1727	0,1492	0,8395	0,7419	0,2649			
3	0,1444	0,1492	0,6990	0,6267	0,2613			
4	0,1147	0,1492	0,5665	0,5180	0,2576			
5	0,0837	0,1492	0,4425	0,4167	0,2537			
6	0,0518	0,0701	0,5770	0,5490	0,3960	0,1427	0,3284	2
7	0,0254	0,0701	0,3897	0,3955	0,3934			
8	0,0100	0,0701	0,5747	0,5449	0,3909			
9	0,0321	0,0701	0,7385	0,6785	0,3886			
10	0,0498	0,0701	0,8806	0,7947	0,3865			
11	0,0675	0,0701	1,0000	0,8926	0,3847			
12	0,0859	0,0970	0,8498	0,7560	0,3125	0,1031	1,0000	3
13	0,0998	0,0970	0,9046	0,8009	0,3111			

Окончание таблицы

i	$b_2[i]$		Показатели оценки					k
			$R1[i]$	$R2[i]$	$R3[i]$	$bb_0[i]$	$S_1[k]$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
14	0,1091	0,0970	0,9413	0,8309	0,3102	0,1031	1,0000	3
15	0,1138	0,0970	0,9597	0,8460	0,3098			
16	0,1138	0,0970	0,9597	0,8460	0,3098			
17	0,1091	0,0970	0,9413	0,8309	0,3102			
18	0,0998	0,0970	0,9046	0,8009	0,3111			
19	0,0859	0,0970	0,8498	0,7560	0,3125			
20	0,0675	0,0701	1,0000	0,8926	0,3847	0,1427	0,3284	4
21	0,0498	0,0701	0,8806	0,7947	0,3865			
22	0,0321	0,0701	0,7385	0,6785	0,3886			
23	0,0100	0,0701	0,5747	0,5449	0,3909			
24	0,0254	0,0701	0,3897	0,3955	0,3934			
25	0,0518	0,0701	0,5770	0,5490	0,3960			
26	0,0837	0,1492	0,4425	0,4167	0,2537	0,0670	1,0000	5
27	0,1147	0,1492	0,5665	0,5180	0,2576			
28	0,1444	0,1492	0,6990	0,6267	0,2613			
29	0,1727	0,1492	0,8395	0,7419	0,2649			
30	0,1995	0,1492	0,9871	0,8633	0,2685			

Данный пример приводится для иллюстрации возможности использования показателей выполнения ограничений (11), (12), (13) (14), (15) для оценки оптимального решения при кусочно-постоянном изменении ширины полки. В этой связи для достижения указанной цели ограничимся одним вариантом выбора границ участков. В примере принят вариант пяти участков.

Как уже отмечалось, выбор границ кусочно-постоянных участков изменения ширины полки определяется как технологическими требованиями, так и стремлением максимально приблизиться к минимально материалоёмкому решению при непрерывном изменении $b_2[i]$ по длине стержня. Выбранные границы участков показаны на рис. 2. При выбранных границах участков оптимальные размеры ширины полки определялись методом случайного поиска. Результаты вычислений представлены в столбце 3 таблицы. В столбце 9 показаны номера участков постоянной жёсткости (k). В столбцах 4, 5, 6, 7 и 8 приведены с точностью до четырёх знаков после запятой значения соответствующих показателей оценки выполнения ограничений.

Показатель (14) – $bb_0[k]$ оказался пассивным на всех участках. Он выполняется для всех сечений в виде неравенств.

Показатель (15) – $S_1[k]$ оказался активным на первом, третьем и пятом участках. На втором и четвертом участках он выполняется в виде неравенств.

Показатель (11) – $R1[i]$ оказался активным в сечении 11 второго участка и в сечении 20 четвёртого участка. В остальных сечениях стержня показатель (11) выполняется в виде неравенств.

Показатели $R2[i]$, $R3[i]$ во всех сечениях стержня выполняются в виде неравенств. В таблице активные показатели выделены.

Итак, в данном примере *на каждом участке есть по одному активному показателю. При этом остальные показатели также выполняются, но в виде неравенств.*

Следовательно, результат оптимизации близок к минимально материалоемкому проекту при выбранных для рассмотренного примера границах участков.

Таким образом, в статье сформулировано положение об оценке близости проекта оптимизации ширины полки при выбранных границах кусочно-постоянных участков стержней двутаврового поперечного сечения и ограничениях по устойчивости или на величину первой частоты собственных колебаний с учётом ограничений по прочности и конструктивных требований к проекту минимальной материалоемкости.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Abd Elrehim M.Z., Eid M.A., Sayed M.G. Structural optimization of concrete arch bridges using Genetic Algorithms // Ain Shams Engineering Journal. 2019. V. 10. I. 3. P. 507–516.
2. Afzal M., Liu Y., Cheng J.C.P., Gan V.J.L. Reinforced concrete structural design optimization: A critical review // Journal of Cleaner Production. 2020. V. 260. 120623.
3. Belardi V.G., Fanelli P., Vivio F. Structural analysis and optimization of anisogrid composite lattice cylindrical shells // Composites Part B: Engineering. 2018. V. 139. P. 203–215.
4. Chen L.L., Lian H., Liu Z., Chen H.B., Atroshchenko E., Bordas S.P.A. Structural shape optimization of three dimensional acoustic problems with isogeometric boundary element methods // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2019. V. 355. P. 926–951.
5. Khan W., Siraj-ul-Islam, Ullah B. Structural optimization based on meshless element free Galerkin and level set methods // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2019. V. 344. P. 144–163.
6. Martin A., Deierlein G.G. Structural topology optimization of tall buildings for dynamic seismic excitation using modal decomposition // Engineering Structures. 2020. V. 216. 110717.
7. Nguyen L.C., Nguyen-Xuan H. Deep learning for computational structural optimization // ISA Transactions. 2020. V. 103. P. 177–191.
8. Ляхович Л.С. Особые свойства оптимальных систем и основные направления их реализации в методах расчета сооружений. Томск : Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2009. 372 с.
9. Ляхович Л.С., Акимов П.А., Тухфатуллин Б.А. Критерий оценки оптимальных решений при формировании кусочно-постоянных участков полки стержней двутаврового поперечного сечения при ограничениях по устойчивости или на величину первой частоты собственных колебаний // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2020. Т. 22. № 1. С. 92–105.
10. Lyakhovich L.S., Akimov P.A., Tukhfatullin B.A. Assessment of the Proximity of Design to Minimum Material Capacity Solution of Problem of Optimization of the Flange Width of I-Shaped Cross-Section Rods with Allowance for Stability Constraints or Constraints for the Value of the First Natural Frequency and Strength Requirements // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering (Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций). 2020. V. 16. I. 2. P. 71–82.
11. СП 16.13330.2017. Стальные конструкции (актуализированная редакция СНиП II-23–81*). Москва : Минстрой РФ, 2017. 140 с.
12. Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование. Москва : Мир, 1967. 507 с.

13. Lyakhovich L.S., Akimov P.A., Tukhfatullin B.A. Assessment Criteria of Optimal Solutions for Creation of Rods With Piecewise Constant Cross-Sections With Stability Constraints or Constraints for Value of the First Natural Frequency. Part 1: Theoretical Foundations // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2019. V. 15. I. 4. P. 88–100.
14. Lyakhovich L.S., P.A. Akimov P.A., Tukhfatullin B.A. Assessment Criteria of Optimal Solutions for Creation of Rods With Piecewise Constant Cross-Sections With Stability Constraints or Constraints for Value of the First Natural Frequency. Part 2: Numerical Examples // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2019. V. 15. I. 4. P. 101–110.

REFERENCES

1. Abd Elrehim M.Z., Eid M.A., Sayed M.G. Structural optimization of concrete arch bridges using genetic algorithms. *Ain Shams Engineering Journal*. 2019. V. 10. I. 3. Pp. 507–516.
2. Afzal M., Liu Y., Cheng J.C.P., Gan V.J.L. Reinforced concrete structural design optimization: A critical review. *Journal of Cleaner Production*. 2020. V. 260, article 120623.
3. Belardi V.G., Fanelli P., Vivio F. Structural analysis and optimization of anisogrid composite lattice cylindrical shells. *Composites Part B: Engineering*. 2018. V. 139. Pp. 203–215.
4. Chen L.L., Lian H., Liu Z., Chen H.B., Atroshchenko E., Bordas S.P.A. Structural shape optimization of three dimensional acoustic problems with isogeometric boundary element methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2019. V. 355. Pp. 926–951.
5. Khan W., Siraj-ul-Islam, Ullah B. Structural optimization based on meshless element free Galerkin and level set methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2019. V. 344. Pp. 144–163.
6. Martin A., Deierlein G.G. Structural topology optimization of tall buildings for dynamic seismic excitation using modal decomposition. *Engineering Structures*. 2020. V. 216. 110717.
7. Nguyen L.C., Nguyen-Xuan H. Deep learning for computational structural optimization. *ISA Transactions*. 2020. V. 103. Pp. 177–191.
8. Lyakhovich L.S. Osobyie svoystva optimal'nykh sistem i osnovnye napravleniya ikh realizatsii v metodakh rascheta sooruzhenii [Specific properties of optimum systems using methods of structural analysis]. Tomsk: TSUAB, 2009. 372 p. (rus)
9. Lyakhovich L.S., Akimov P.A., Tukhfatullin B.A. Kriterij ocenki optimal'nykh reshenij pri formirovani kusochno-postoyannykh uchastkov sterzhnej dvutavrovogo poperechnogo secheniya pri ogranicheniyah po ustojchivosti ili velichiny pervoy chastoty sobstvnykh kolebaniy [Assessment criterion for optimum design solutions of piecewise constant sections in rods of I-shaped cross-section with stability or first eigen-frequency limits]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture*. 2020. V. 22. No. 1. Pp. 92–105.
10. Lyakhovich L.S., Akimov P.A., Tukhfatullin B.A. Assessment of the proximity of design to minimum material capacity solution of problem of optimization of the flange width of I-shaped cross-section rods with allowance for stability constraints or constraints for the value of the first natural frequency and strength requirements. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2020. V. 16. I. 2. Pp. 71–82.
11. SNiP 16.13330.2017. Stal'nye konstruksii (aktualizirovannaya redaktsiya SNiP II-23-81*) [Steel structures]. Moscow: Minstroj RF, 2017. 140 p. (rus)
12. Hadley G. Nelineinoe i dinamicheskoe programmirovaniye [Nonlinear and dynamic programming]. Moscow: Mir, 1967. 507 p. (transl. from Engl.)
13. Lyakhovich L.S., Akimov P.A., Tukhfatullin B.A. Assessment criteria of optimal solutions for creation of rods with piecewise constant cross-sections with stability constraints or constraints for value of the first natural frequency. Part 1: Theoretical foundations. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2019. V. 15. I. 4. Pp. 88–100.
14. Lyakhovich L.S., P.A. Akimov P.A., Tukhfatullin B.A. Assessment criteria of optimal solutions for creation of rods with piecewise constant cross-sections with stability constraints or constraints for value of the first natural frequency. Part 2: Numerical examples. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2019. V. 15. I. 4. Pp. 101–110.

Сведения об авторах

Ляхович Леонид Семенович, докт. техн. наук, профессор, академик Российской академии архитектуры и строительных наук, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, lls@tsuab.ru

Акимов Павел Алексеевич, докт. техн. наук, профессор, академик Российской академии архитектуры и строительных наук, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2; Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, 26; главный ученый секретарь президиума, Российская академия архитектуры и строительных наук, 107031, г. Москва, ул. Большая Дмитровка, 24, стр. 1, akimov@raasn.ru

Тухфатуллин Борис Ахатович, канд. техн. наук, доцент, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, bat9203@gmail.com

Authors Details

Leonid S. Lyakhovich, DSc, Professor, Academician RAACS, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanaya Sq., 634003, Tomsk, Russia, lls@tsuab.ru

Pavel A. Akimov, DSc, Professor, Academician RAACS, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanaya Sq., 634003, Tomsk, Russia; The National Research Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Road, 129337, Moscow, Russia, akimov@raasn.ru

Boris A. Tukhfatullin, PhD, A/Professor, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanaya Sq., 634003, Tomsk, Russia, bat9203@gmail.com