

УДК 665.455:006.354

DOI: 10.31675/1607-1859-2020-22-2-129-144

О.В. МАТВИЕНКО<sup>1,2</sup>, В.П. БАЗУЕВ<sup>1</sup>, И.С. ЧЕРКАСОВ<sup>2</sup>, А.Е. АСЕЕВА<sup>2</sup>,  
<sup>1</sup>Томский государственный архитектурно-строительный университет,  
<sup>2</sup>Национальный исследовательский Томский государственный университет

## ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОТОКА ВОДНО-ПЕСЧАНОЙ СУСПЕНЗИИ В ТРУБЕ

В работе проведено исследование течения водно-песчаной суспензии, описываемой моделью Оствальда – де Вейля, в цилиндрической трубе, определена зависимость расхода жидкости от перепада давления, получены зависимости для радиального распределения скорости и эффективной вязкости течения. Установлено, что распределение эффективной вязкости характеризуется монотонным увеличением по мере приближения к стенкам канала. С увеличением значений параметра консистенции  $k$  возрастает диссипация механической энергии потока, что приводит к росту гидравлического сопротивления. При течении дилатантных сред с невысоким значением показателя нелинейности  $1 < n < 2$  происходит уменьшение гидравлического сопротивления с ростом перепада давления. При  $n = 2$  коэффициент гидравлического сопротивления перестает зависеть от перепада давления и определяется только свойствами жидкости и размерами канала. При высоких значениях показателя нелинейности  $2 < n$  с ростом перепада давления происходит рост гидравлического сопротивления.

**Ключевые слова:** реология; суспензии; вязкость; неньютоновские жидкости; модель Оствальда – де Вейля, гидротранспорт.

**Для цитирования:** Матвиенко О.В., Базуев В.П., Черкасов И.С., Асеева А.Е. Исследование гидравлических характеристик потока водно-песчаной суспензии в трубе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2020. Т. 22. № 2. С. 129–144.  
DOI: 10.31675/1607-1859-2020-22-2-129-144

O.V. MATVIENKO<sup>1,2</sup>, V.P. BAZUEV<sup>1</sup>, I.S. CHERKASOV<sup>2</sup>, A.E. ASEEVA<sup>2</sup>,  
<sup>1</sup>Tomsk State University of Architecture and Building,  
<sup>2</sup>National Research Tomsk State University

## HYDRAULIC PROPERTIES OF SAND SLURRY FLOW IN A PIPE

The sand slurry flow in a cylindrical pipe is investigated using the Ostwald de Waele model. The dependence of the fluid flow rate on the pressure drop is determined, dependencies for the radial distribution of velocity and effective viscosity of flow are obtained. It is shown that the distribution of effective viscosity is characterized by a monotonic increase as it approaches the pipe walls. As the consistency increases, the mechanical energy dissipation of the flow also increases leading to an increase in hydraulic resistance. During the flow of dilatant media with the low nonlinearity index, the hydraulic resistance decreases with increasing pressure drop. When this index is 2, the hydraulic resistance does not depend on the pressure drop and is determined only by the liquid properties and the channel size. At high values of the nonlinearity index, the increased pressure drop leads to an increase in hydraulic resistance.

**Keywords:** rheology; suspension; viscosity; non-Newtonian fluids; Ostwald de Waele model; hydrotransport.

*For citation:* Matvienko O.V., Bazuev V.P., Cherkasov I.S., Aseeva A.E. Issledovanie gidravlicheskih kharakteristik potoka vodno-peschanoi suspenzii v trube [Hydraulic properties of sand slurry flow in a pipe]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2020. V. 22. No. 2. Pp. 129–144.  
DOI: 10.31675/1607-1859-2020-22-2-129-144

### Введение

Гидротранспорт как способ перемещения твердых материалов потоком жидкости является неотъемлемой частью в технологических схемах при добыче и переработке нерудных строительных материалов, при гидротехническом и транспортном строительстве, при намыве территорий под объекты промышленного и гражданского строительства [1, 2].

Известно, что на тепловых электростанциях транспортировка отходов (золы и шлака) производится обычно по трубопроводам гидравлическим способом в виде золовой или золошлаковой гидросмеси. Являясь отходами тепловых электростанций и доменного производства, золошлаковые материалы и гранулированные шлаки представляют собой ценное сырье для цементной промышленности, для производства железобетонных изделий и многих видов строительных материалов. Эти материалы доставляются на предприятия строительной индустрии, как правило, автомобильным или железнодорожным транспортом. При этом при производстве строительных материалов золошлаковая смесь идет в технологический процесс в виде шламов-растворов с водой, что создает благоприятные возможности применения трубопроводного гидротранспорта и создания единой транспортной схемы от поставщика до потребителя с единым технологическим процессом [3].

Таким образом, применение трубопроводного транспорта обеспечивает транспортировку материалов непрерывным технологическим потоком, при котором погрузочно-разгрузочные работы сводятся к минимуму и создаются благоприятные условия с точки зрения охраны окружающей среды.

Одним из основных параметров, определяющих производительность гидротранспортных систем, является гидравлическое сопротивление [4]. В настоящее время расчет параметров гидротранспорта производится по формулам, полученным на основе экспериментальных данных [5]. Однако применение подобных формул ограничено диапазоном параметров, для которых производились эксперименты [6, 7]. Потери давления, как и любой другой параметр, можно определить не только экспериментальным, но и теоретическим путем с помощью математических моделей современной механики вязкой жидкости [8].

Для описания динамики многофазной неоднородной среды в системах гидротранспорта можно использовать концепцию квазигомогенного потока. При этом предполагается, что за характерное время основного процесса не происходят существенные изменения параметров суспензии, вызванные относительным движением фаз и компонентов [9, 10].

Высококонцентрированные и грубодисперсные суспензии, с которыми приходится иметь дело на практике, являются многокомпонентными, многофазными и дисперсными средами. Вязкость таких сред зависит от соотношения

фаз, степени дисперсности, параметров течения [11–15] и описывается сложной функциональной зависимостью от градиента скорости.

Известно, что песчаные суспензии, золошлаковые гидросмеси обладают дилатантными свойствами [10, 16, 17]. В состоянии покоя подобные системы имеют минимальный объем жидких прослоек между твердыми частицами. При небольших значениях скорости сдвига жидкость служит смазкой между частицами и уменьшает трение их друг о друга, при этом действующие напряжения оказываются небольшими. При высоких скоростях жидкость не успевает заполнять свободные пространства, образующиеся между движущимися частицами, и поэтому трение между частичками сильно возрастает, что приводит к увеличению вязкости [18]. Таким образом, эффективная вязкость дилатантных сред возрастает при увеличении интенсивности скоростей сдвиговых деформаций [11, 19].

В настоящее время известно несколько десятков, в основном эмпирических, реологических моделей нелинейно-вязких жидкостей. Такое положение обусловлено различной физической природой существующих текущих систем и отсутствием на сегодня теории, которая позволяла бы достаточно строго, как это делается в молекулярно-кинетической теории газов, вычислять характеристики молекулярного переноса и механического поведения среды, исходя из ее внутренней, микроскопической структуры. Подробный анализ течений реологически сложных сред приведен в работах [20–28].

### Математическая модель

Рассмотрим установившееся осесимметричное течение водно-песчаной суспензии, описываемой реологическим соотношением Оствальда – де Вейля, в прямой горизонтальной трубе круглого сечения радиусом  $R$ , которое происходит под действием заданного постоянного градиента давления.

В случае стабилизированного осесимметричного течения уравнение динамики вязкой жидкости приобретает вид

$$\frac{1}{r} \frac{d\tau_{rx} r}{dr} = - \left| \frac{dp}{dx} \right|. \quad (1)$$

Реологический закон Оствальда – де Вейля для установившегося течения в канале можно записать в виде [29]

$$\tau_{rx} = k \left| \frac{du}{dr} \right|^{n-1} \frac{du}{dr}. \quad (2)$$

Интегрирование уравнения (2) с учетом граничных условий

$$r = 0: \quad \frac{du}{dr} = 0; \quad r = R: \quad u = 0 \quad (3)$$

позволяет определить радиальное распределение осевой скорости в канале:

$$u = \frac{n}{n+1} \frac{R^{(n+1)/n}}{(2k)^{1/n}} \left| \frac{\partial p}{\partial x} \right|^{1/n} \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{(n+1)/n} \right). \quad (4)$$

Расход жидкости через поперечное сечение трубы вычисляется по формуле

$$Q = 2\pi \int_0^R u r dr = \frac{\pi n R^3}{3n+1} \left( \frac{R}{2k} \left| \frac{dp}{dx} \right| \right)^{1/n}, \quad (5)$$

а среднерасходная скорость определяется как

$$\bar{u} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{n}{3n+1} R \left( \frac{R}{2k} \left| \frac{dp}{dx} \right| \right)^{1/n}. \quad (6)$$

Эффективная вязкость жидкости Оствальда – де Вейля  $\mu_{eff}$  для гидродинамически стабилизированного течения в цилиндрической трубе может быть рассчитана с помощью соотношения

$$\mu_{eff} = k^{1/n} \left( \left| \frac{dp}{dx} \right| \frac{r}{2} \right)^{1-1/n}. \quad (7)$$

Определим среднерасходную вязкость неньютоновской жидкости  $\bar{\mu}$  как вязкость ньютоновской жидкости, движущейся со среднерасходной скоростью  $\bar{u}$  в трубе радиусом  $R$  под действием перепада давления  $\left| \frac{dp}{dx} \right|$ .

Для степенной жидкости Оствальда – де Вейля среднерасходная вязкость потока  $\bar{\mu}$  будет равна

$$\bar{\mu} = \frac{3n+1}{8n} (2k)^{1/n} R^{1-1/n} \left| \frac{dp}{dx} \right|^{1-1/n}. \quad (8)$$

В технических расчетах принято связывать перепад давления со среднерасходной скоростью течения с использованием коэффициента гидравлического сопротивления  $\zeta$ , который характеризует безразмерное падение давления на единицу длины канала. При этом перепад давления пропорционален динамическому напору и определяется зависимостью Дарси – Вейсбаха:

$$\left| \frac{dp}{dx} \right| = \zeta \frac{\rho \bar{u}^2}{4R}. \quad (9)$$

В случае степенной жидкости Оствальда – де Вейля выражение для определения коэффициента гидравлического сопротивления имеет вид

$$\zeta = \left( \frac{6n+2}{n} \right)^2 \frac{(2k)^{2/n}}{\rho R^{1+2/n}} \left| \frac{dp}{dx} \right|^{1-2/n}. \quad (10)$$

### Результаты математического моделирования

Перейдем к анализу полученных результатов. При математическом моделировании диапазон изменения параметров был выбран следующим: параметр консистенции изменялся в диапазоне  $k = 0,001-0,1 \text{ Па}\cdot\text{с}^n$ ; показатель нелинейности –  $n = 1-4$ , перепад давления –  $\left| dp/dx \right| = 100-2000 \text{ Па/м}$ . Выбранный диапазон изменения параметров соответствует свойствам водно-песчаной суспензии, применяемой в производстве строительных материалов. Радиус канала составлял  $R = 0,1 \text{ м}$ .

Радиальное распределение скорости потока, рассчитанное для различных значений перепада давления и реологических параметров, представлено на рис. 1–3.

На рис. 1 представлены радиальные распределения скорости, рассчитанные для одних и тех же значений реологических параметров  $k$ ,  $n$ , но различных перепадов давления. С ростом перепада давления увеличивается энергия, сообщаемая потоку. В результате этого скорость потока возрастает.

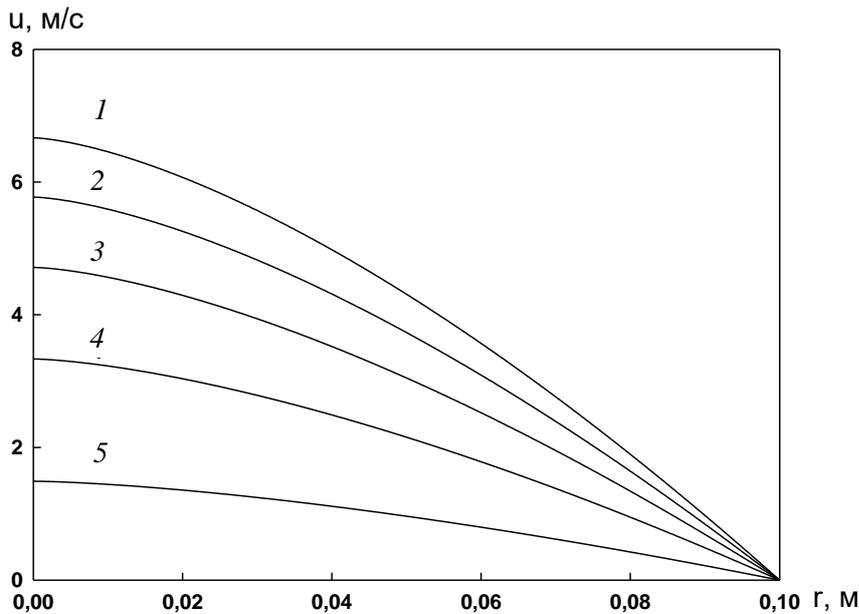


Рис. 1. Радиальное распределение скорости:  $n = 2$ ,  $k = 0,01$  Па·с<sup>2</sup>:

1 –  $|dp/dx| = 2000$  Па/м; 2 –  $|dp/dx| = 1500$  Па/м; 3 –  $|dp/dx| = 1000$  Па/м; 4 –  $|dp/dx| = 500$  Па/м; 5 –  $|dp/dx| = 100$  Па/м

С увеличением значений консистенции среда становится менее подвижной. Это приводит к росту гидравлического сопротивления. В результате расход жидкости уменьшается. При этом значения скорости уменьшаются по всему сечению трубы (рис. 2).

На рис. 3 представлено распределение зависимости скорости по радиусу трубы, рассчитанное для одного и того же значения перепада давления и расхода жидкости, но разных значений показателя нелинейности. Отметим, что при этих условиях величина среднерасходной вязкости  $\bar{\mu}$  будет оставаться постоянной. Зависимость между консистенцией и среднерасходной вязкостью с учетом полученных ранее соотношений можно представить в виде

$$k = \frac{1}{2} \left( \frac{8n}{3n+1} \right)^n \bar{\mu}^n R^{1-n} \left| \frac{dp}{dx} \right|^{1-n}. \quad (11)$$

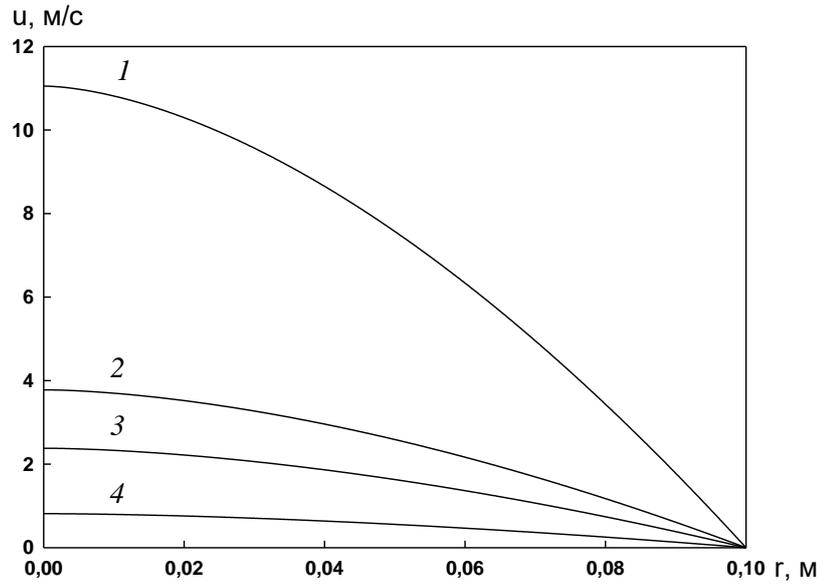


Рис. 2. Радиальное распределение скорости:  $n = 1,5$ ,  $|dp/dx| = 50$  Па/м:

1 –  $k = 0,001$  Па·с<sup>1.5</sup>; 2 –  $k = 0,005$  Па·с<sup>1.5</sup>; 3 –  $k = 0,01$  Па·с<sup>1.5</sup>; 4 –  $k = 0,05$  Па·с<sup>1.5</sup>

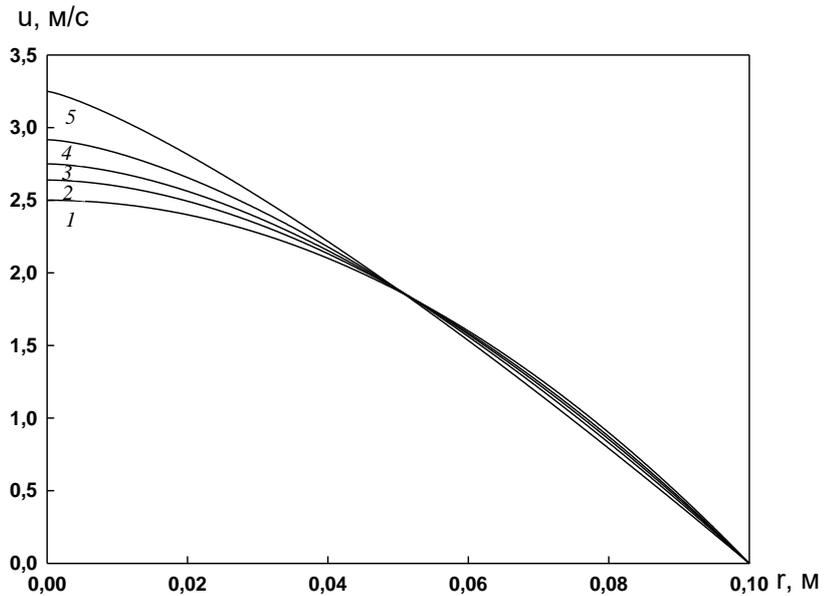


Рис. 3. Радиальное распределение скорости:  $\bar{\mu} = 0,1$  Па·с,  $|dp/dx| = 100$  Па/м:

1 – ньютоновская жидкость:  $n = 1$  ( $k = \mu = 0,1$  Па·с); 2 –  $n = 1,25$  ( $k = 0,04$  Па·с<sup>1.25</sup>);  
3 –  $n = 1,5$  ( $k = 0,016$  Па·с<sup>1.5</sup>); 4 –  $n = 2$  ( $k = 2,6 \cdot 10^{-3}$  Па·с<sup>2</sup>); 5 –  $n = 4$  ( $k = 1,8 \cdot 10^{-6}$  Па·с<sup>4</sup>)

Из рис. 3 видно, что с увеличением показателя нелинейности происходит трансформация профиля скорости от параболического ( $n = 1$ ) к линейному. Поскольку расход жидкости при выбранных параметрах остается неизменным, скорость потока в ядре потока возрастает, а в пограничном слое уменьшается.

Заполненность профиля скорости характеризует параметр  $\lambda = 2\bar{u}/u_{\max}$ , представляющий отношение удвоенного значения среднерасходной скорости к скорости на оси течения. Для ньютоновской жидкости  $\lambda = 1$ . При течении степенной жидкости Оствальда – де Вейля  $\lambda$  является показателем нелинейности  $n$ :

$$\lambda = \frac{2\bar{u}}{u_{\max}} = \frac{2(n+1)}{3n+1}. \quad (12)$$

Результаты расчетов показывают, что для дилатантных сред ( $n > 1$ ) величина коэффициента заполненности меньше единицы:  $\lambda < 1$ . Это свидетельствует о меньшей заполненности профиля скорости псевдопластической среды по сравнению с ньютоновской жидкостью. При  $n \rightarrow \infty$  коэффициент заполненности стремится к своему минимальному значению  $\lambda = 2/3$ , которое соответствует линейному профилю скорости. С уменьшением значений  $n$  ньютоновские свойства становятся доминирующими. В результате этого профиль скорости становится менее заполненным, а значения  $\lambda \rightarrow 1$  (рис. 4).

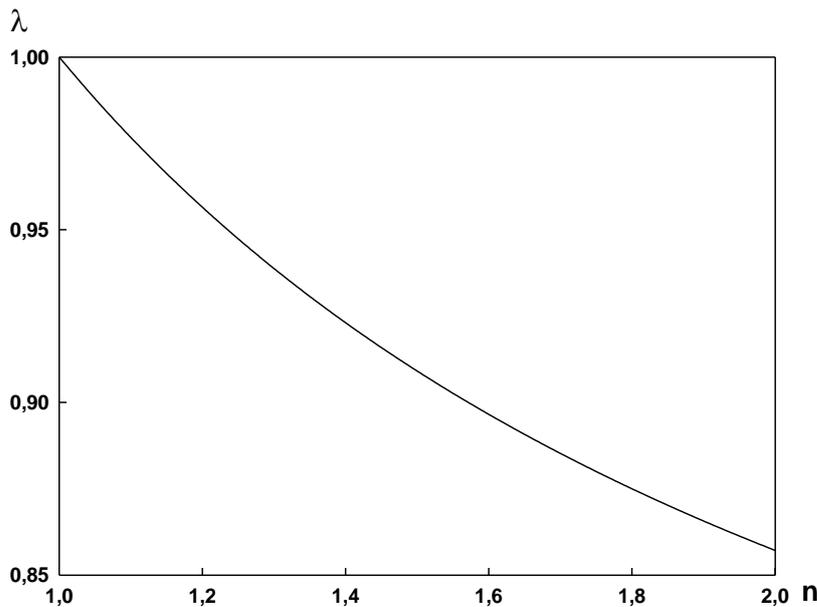


Рис. 4. Зависимость коэффициента заполненности профиля скорости от числа Бингама

На рис. 5–7 показана зависимость эффективной вязкости  $\mu_{eff}$  от радиальной координаты  $r$ . Это распределение является типичным для дилатантных сред и характеризуется монотонным увеличением вязкости по мере приближения к стенкам канала. Вблизи оси течения наблюдается резкий рост значений эффективной

вязкости. В периферийной и пристеночной областях темп возрастания вязкости замедляется. Увеличение эффективной вязкости дилатантных сред с ростом скоростей сдвиговых деформаций в реологии объясняется процессами структурирования [19, 25]. При малых скоростях сдвига контактное взаимодействие частиц дисперсной фазы, окруженных водной прослойкой, незначительно. Поэтому вклад дисперсных частиц в увеличение гидравлического сопротивления и эффективной вязкости при малых скоростях сдвига невысок. С увеличением скорости сдвига интенсифицируется контактное взаимодействие между частицами дисперсной фазы. В результате этого сопротивление среды значительно возрастает, что приводит к увеличению эффективной вязкости.

С увеличением перепада давления интенсифицируются процессы структурирования среды, что приводит к росту эффективной вязкости потока (рис. 5).

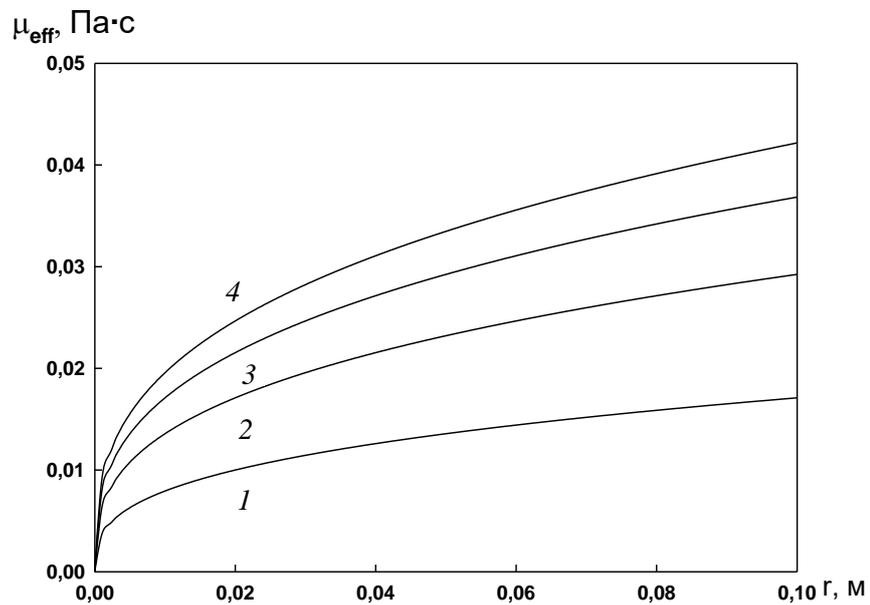


Рис. 5. Радиальное распределение эффективной вязкости:  $n = 1,5$ ,  $k = 0,001 \text{ Па} \cdot \text{с}^{1,5}$ :

1 –  $|dp/dx| = 100 \text{ Па/м}$ ; 2 –  $|dp/dx| = 500 \text{ Па/м}$ ; 3 –  $|dp/dx| = 1000 \text{ Па/м}$ ; 4 –  $|dp/dx| = 1500 \text{ Па/м}$

Увеличение значений параметра консистенции  $k$  приводит к росту эффективной вязкости во всей области течения (рис. 6).

На рис. 7 представлено радиальное распределение эффективной вязкости, рассчитанное для различных значений показателя нелинейности, но одних и тех же значений среднерасходной вязкости и перепада давления. Для значений показателя нелинейности, близких к единице  $n \approx 1$ , радиальное распределение эффективной вязкости характеризуется резким скачкообразным ростом значений в приосевой области. Однако в пристеночной и периферийной областях течения радиальное распределение эффективной вязкости близко к однородному.

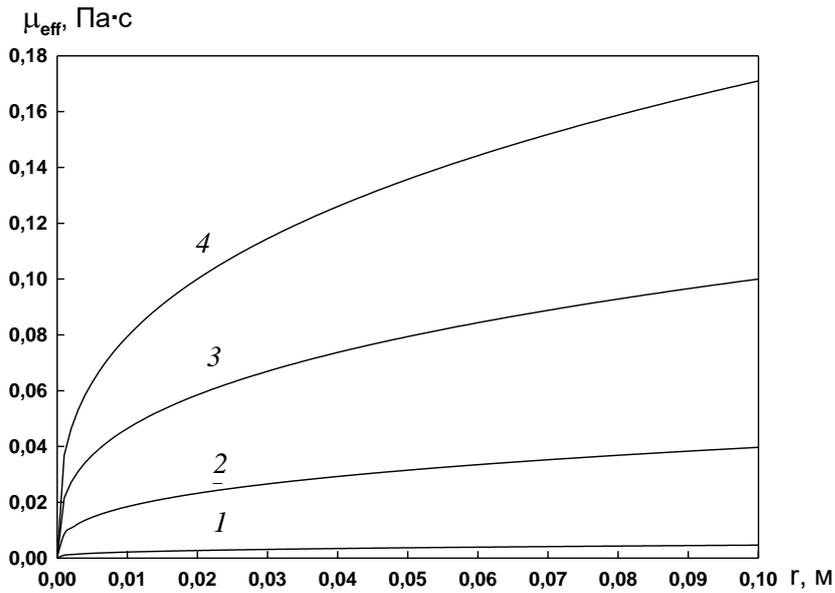


Рис. 6. Радиальное распределение эффективной вязкости:  $n = 1,5$ ,  $|dp/dx| = 100$  Па/м:  
 1 –  $k = 0,001$  Па·с<sup>1,5</sup>; 2 –  $k = 0,005$  Па·с<sup>1,5</sup>; 3 –  $k = 0,01$  Па·с<sup>1,5</sup>; 4 –  $k = 0,05$  Па·с<sup>1,5</sup>

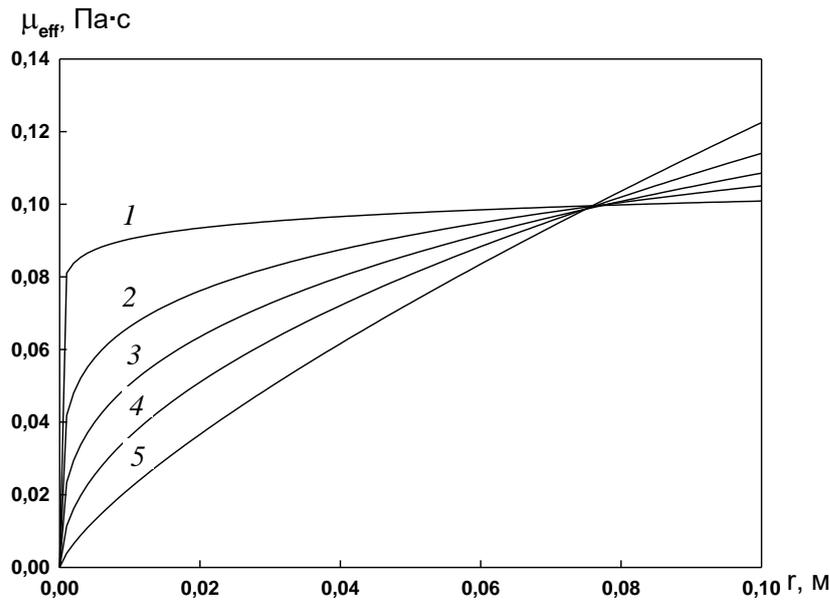


Рис. 7. Радиальное распределение эффективной вязкости:  $\bar{\mu} = 0,1$  Па·с,  $|dp/dx| = 100$  Па/м:  
 1 –  $n = 1,05$  ( $k = 0,083$  Па·с<sup>1,05</sup>); 2 –  $n = 1,25$  ( $k = 0,04$  Па·с<sup>1,25</sup>); 3 –  $n = 1,5$  ( $k = 0,016$  Па·с<sup>1,5</sup>); 4 –  $n = 2$  ( $k = 2,6 \cdot 10^{-3}$  Па·с<sup>2</sup>); 5 –  $n = 4$  ( $k = 1,8 \cdot 10^{-6}$  Па·с<sup>4</sup>)

С увеличением показателя нелинейности  $n$  скачок значений вязкости в приосевой зоне течения становится менее выраженным. При этом радиальное

распределение вязкости приближается к линейному. Анализ полученных результатов показывает, что в приосевой и периферийной областях течения величина эффективной вязкости меньше среднерасходной. Однако вблизи стенки эффективная вязкость потока превышает среднерасходную. Таким образом, в потоке существует поверхность, определяемая радиальной координатой  $r_*$ , на которой эффективная вязкость равна среднерасходной. Уравнения (7), (8) позволяют определить эту координату:

$$\frac{r_*}{R} = \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^{\frac{n}{n-1}}. \quad (13)$$

Интересно отметить, что отношение  $r_*$  определяется только показателем нелинейности  $n$ . При этом  $r_*/R$  изменяется в достаточно узком диапазоне от  $r_*/R = e^{-1/4} \approx 0,779$  при  $n \rightarrow 1$  до 0,75 при  $n \rightarrow \infty$ . Эффективная вязкость во внутренней части потока ( $r < r_*$ ) с увеличением показателя нелинейности убывает, а во внешней ( $r_* < r$ ) – возрастает. В результате этого во внутренней части потока с ростом показателя нелинейности при одном и том же значении среднерасходной вязкости происходит увеличение скорости потока, а во внешней – уменьшение (см. рис. 3).

На рис. 8 показана зависимость среднерасходной вязкости  $\bar{\mu}$  от перепада давления  $|dp/dx|$ , рассчитанная для различных значений реологических параметров.

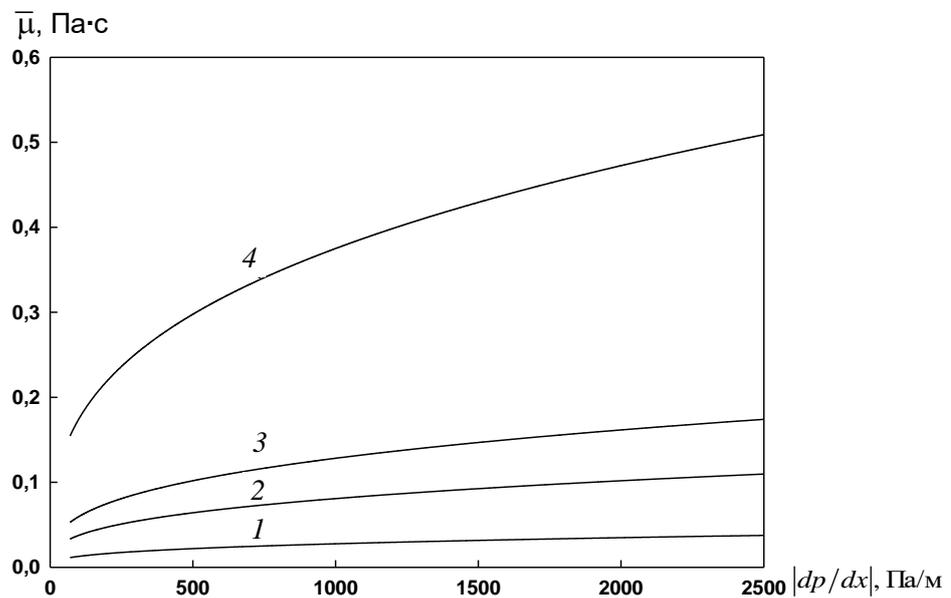


Рис. 8. Зависимость среднерасходной вязкости  $\bar{\mu}$  от перепада давления  $|dp/dx|$ ,  $n=1,5$ :

1 –  $k=0,001 \text{ Па}\cdot\text{с}^{1,5}$ ; 2 –  $k=0,005 \text{ Па}\cdot\text{с}^{1,5}$ ; 3 –  $k=0,01 \text{ Па}\cdot\text{с}^{1,5}$ ; 4 –  $k=0,05 \text{ Па}\cdot\text{с}^{1,5}$

Как видно из рис. 8, величина среднерасходной вязкости в дилатантных средах монотонно возрастает с ростом перепада давления. С увеличением значений  $|dp/dx|$  суспензия становится менее подвижной. Это приводит к росту значений  $\bar{\mu}$ . Увеличение вязкости суспензий с ростом перепада давления объясняется особенностями их структуры. При низких значениях  $|dp/dx|$  происходит перенос дисперсной фазы потоком жидкости [19]. Гидравлическое сопротивление в этом случае невелико, что и обуславливает невысокие значения вязкости при низких значениях перепада давления. При высоких значениях  $|dp/dx|$  дисперсная фаза формирует структуру, обладающую определенной прочностью, приводящую к увеличению вязкости. Прочность этой структуры характеризуется показателем консистенции. Поэтому с увеличением консистенции среды  $k$  происходит рост среднерасходной вязкости.

На рис. 9–11 показано изменение коэффициента гидравлического сопротивления  $\zeta$  с ростом перепада давления  $|dp/dx|$  для различных значений консистенции  $k$  и показателя нелинейности  $n$ .

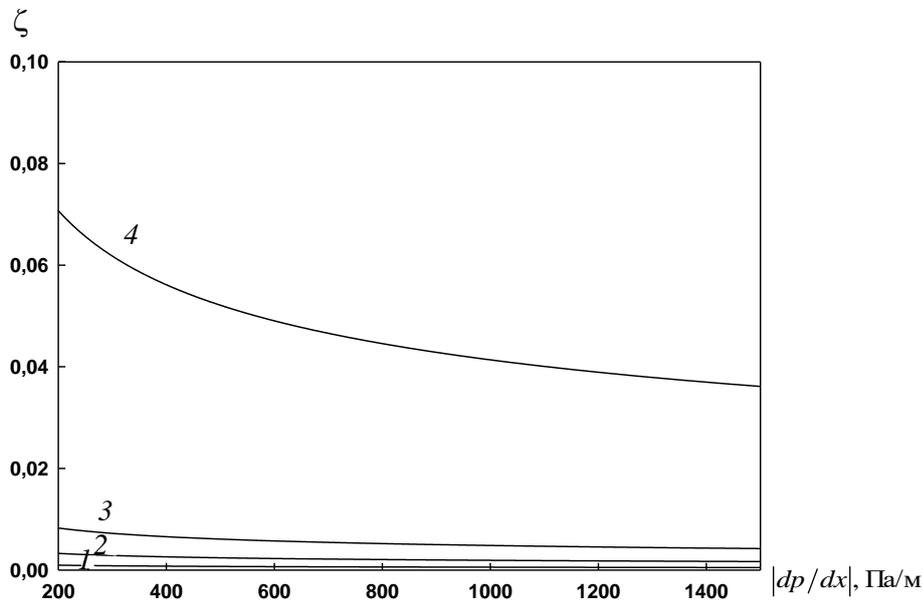


Рис. 9. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления  $\zeta$  от перепада давления  $|dp/dx|$ ,  $\rho = 1300 \text{ кг/м}^3$ ,  $n = 1,5$ :

$$1 - k = 0,001 \text{ Па} \cdot \text{с}^{1,5}; 2 - k = 0,005 \text{ Па} \cdot \text{с}^{1,5}; 3 - k = 0,01 \text{ Па} \cdot \text{с}^{1,5}; 4 - k = 0,05 \text{ Па} \cdot \text{с}^{1,5}$$

Известно, что при течении ньютоновской жидкости коэффициент гидравлического сопротивления уменьшается с ростом перепада давления. При этом коэффициент  $\zeta$  обратно пропорционален  $|dp/dx|$ . При течении дилатантных сред с невысоким значением показателя нелинейности  $1 < n < 2$  также происходит уменьшение гидравлического сопротивления с ростом перепада давления (рис. 9). Однако зависимость  $\zeta$  от  $|dp/dx|$  становится менее выраженной.

При  $n = 2$  коэффициент гидравлического сопротивления перестает зависеть от перепада давления и определяется только свойствами жидкости и размерами канала (рис. 10):

$$\zeta = 98 \frac{k}{\rho R^2}. \quad (14)$$

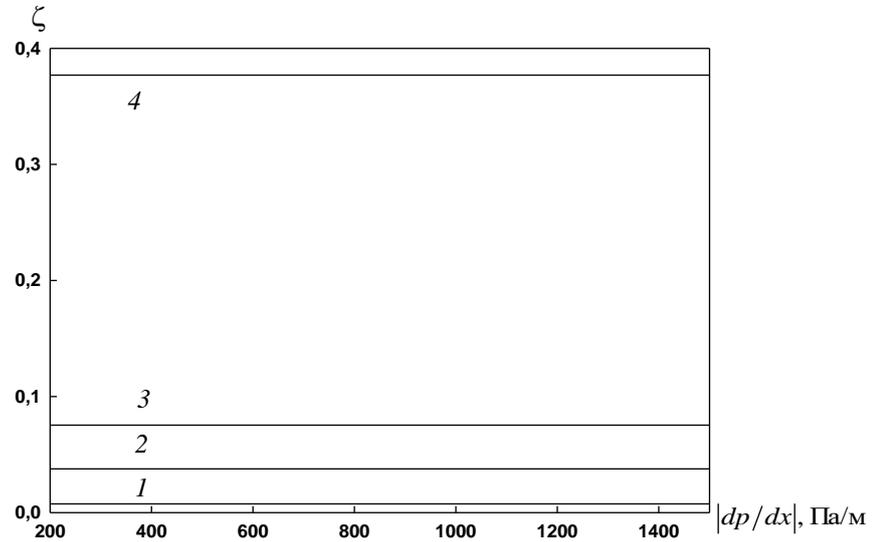


Рис. 10. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления  $\zeta$  от перепада давления  $|dp/dx|$ ,  $\rho = 1300 \text{ кг/м}^3$ ,  $n = 2$ :

1 –  $k = 0,001 \text{ Па}\cdot\text{с}^2$ ; 2 –  $k = 0,005 \text{ Па}\cdot\text{с}^2$ ; 3 –  $k = 0,01 \text{ Па}\cdot\text{с}^2$ ; 4 –  $k = 0,05 \text{ Па}\cdot\text{с}^2$

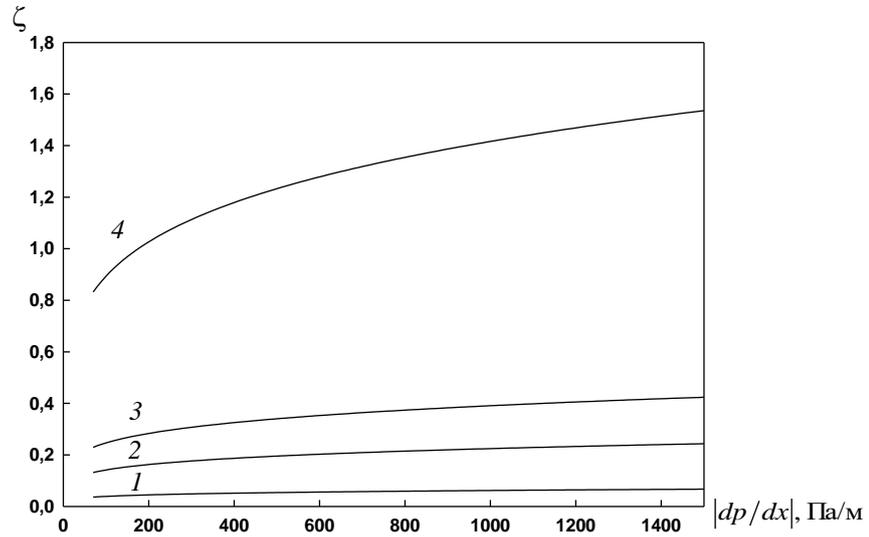


Рис. 11. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления  $\zeta$  от перепада давления  $|dp/dx|$ ,  $\rho = 1300 \text{ кг/м}^3$ ,  $n = 2,5$ :

1 –  $k = 0,001 \text{ Па}\cdot\text{с}^{2,5}$ ; 2 –  $k = 0,005 \text{ Па}\cdot\text{с}^{2,5}$ ; 3 –  $k = 0,01 \text{ Па}\cdot\text{с}^{2,5}$ ; 4 –  $k = 0,05 \text{ Па}\cdot\text{с}^{2,5}$

При высоких значениях показателя нелинейности  $2 < n$  с ростом перепада давления происходит рост гидравлического сопротивления (рис. 11).

### Заключение

С увеличением показателя нелинейности происходит трансформация профиля скорости от параболического для ньютоновских жидкостей к линейному. При неизменном расходе жидкости с увеличением показателя нелинейности скорость в ядре потока возрастает, а в пограничном слое – уменьшается.

Распределение эффективной вязкости характеризуется монотонным увеличением по мере приближения к стенкам канала. Вблизи оси течения наблюдается резкий рост значений эффективной вязкости. В периферийной и пристеночной областях темп возрастания вязкости замедляется.

С увеличением значений параметра консистенции  $k$  возрастает диссипация механической энергии потока, что приводит к росту гидравлического сопротивления. При течении дилатантных сред с невысоким значением показателя нелинейности  $1 < n < 2$  происходит уменьшение гидравлического сопротивления с ростом перепада давления. При  $n = 2$  коэффициент гидравлического сопротивления перестает зависеть от перепада давления и определяется только свойствами жидкости и размерами канала. При высоких значениях показателя нелинейности  $2 < n$  с ростом перепада давления происходит рост гидравлического сопротивления.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Покровская В.Н.* Трубопроводный транспорт в горной промышленности. Москва : Недра, 1985. 192 с.
2. *Смолдырев А.Е., Сафонов Ю.К.* Трубопроводный транспорт концентрированных гидросмесей. Москва : Машиностроение, 1989. 256 с.
3. *Карпеев В.А.* Производство высококачественных строительных песков и утилизация золошлаковых отходов // Строительные материалы. 1998. № 10. С. 22–23.
4. *Баранов Ю.Д., Блюсс Б.А., Семенов Е.В., Шурыгин В.Д.* Обоснование параметров и режимов работы систем гидротранспорта горных предприятий. Днепропетровск : Новая идеология, 2006. 416 с.
5. *Васильева М.А.* Экспериментальное определение расходно-напорных характеристик грунтовых насосов в системе гидротранспорта хвостов обогащения железной руды // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Геология. Нефтегазовое и горное дело. 2013. № 6. С. 111–119.
6. *Криль С.И.* Напорные взвесенесущие потоки. Киев : Наукова думка, 1990. 170 с.
7. *Криль С.И., Семенов Е.В.* Методика расчета параметров трубопроводного гидротранспорта разноплотностных полидисперсных материалов // Прикладная гидромеханика. 2010. Т. 12 (84). № 1. С. 48–54.
8. *Кутепов А. М., Полянин Л.Д., Запранов З.Д., Вязьмин А.В., Казенин Д.А.* Химическая гидродинамика : справочное пособие. Москва : Бюро Квантум, 1996.
9. *Островский Г.М.* Прикладная механика неоднородных сред. Санкт-Петербург : Наука, 2000. 359 с.
10. *Prosvetov V.I., Sumets P.P., Verveyko N.D.* Modeling of Flow of Medium with Homogeneous Microstructure. International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences. 2011. V. 5. No. 1. P. 508–516.
11. *Малкин А.Я., Исаев А.И.* Реология: концепции, методы, приложения. Санкт-Петербург : Профессия, 2007. 560 с.

12. Матвиенко О.В., Унгер Ф.Г., Базуев В.П. Математические модели производственных процессов для приготовления битумных дисперсных систем. Томск : Изд-во ТГАСУ, 2015.
13. Климов Д.М., Петров А.Г., Георгиевский Д.В. Вязкопластические течения: динамический хаос, устойчивость и перемешивание. Москва : Наука, 2005.
14. Уилкинсон У.Л. Неньютоновские жидкости. Москва : Мир, 1964.
15. Barnes, H.A. A handbook of elementary rheology. Institute of Non-Newtonian Fluid Mechanics, University of Wales. 2000.
16. Jiao D., Sharma M.M. Investigation of Dynamic Mud Cake Formation: The Concept of Minimum Overbalance Pressure // SPE 26323, Proceedings of the SPE 68th Annual Technical Conference & Exhibition, Houston, TX, October 3–6, 1993.
17. Ferraris C. Measurement of the Rheological Properties of High Performance Concrete // Journal Research of the National Institute of Standards and Technology. 1999. V. 104. P. 461–466.
18. Erdem T.K., Khayat K.H., Yahia A. Correlating Rheology of Self-Consolidating Concrete to Corresponding Concrete-Equivalent Mortar // Journal ACI Materials. 2009. V. 106. № 2. P. 154–160.
19. Tattersall G.H., Banfill P.F.G. The rheology of fresh concrete. Pitman. 1983.
20. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Venik V.N., Smirnova N.G. Numerical investigation of Herschel - Bulkley fluids mixing // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering Advanced Materials in Construction and Engineering. Сеп. «International Scientific Conference of Young Scientists: Advanced Materials in Construction and Engineering, TSUAB 2014» 2015. P. 012034.
21. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Сабылина Н.Р., Асеева А.Е., Суртаева А.А. Исследование установившегося течения вязкопластического битумного вяжущего, описываемого моделью Шведова – Бингама, в цилиндрической трубе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2019. Т. 21. № 3. С. 158–177.
22. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Дульзон Н.К. Математическое моделирование течения закрученного потока вязкопластической жидкости в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2014. Т. 87. № 5. С. 1129–1137.
23. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Асеева А.Е. Математическое моделирование течения закрученного потока псевдопластической жидкости Балкли – Гершеля в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2019. Т. 92. № 1. С. 215–226.
24. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Асеева А.Е. Математическое моделирование течения закрученного потока дилатантной жидкости Балкли – Гершеля в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2019. Т. 92. № 6. С. 2641–2651.
25. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Южанова Н.К. Математическое моделирование течения закрученного потока дилатантной жидкости в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2014. Т. 87. № 1. С. 192–199.
26. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Южанова Н.К. Математическое моделирование течения закрученного потока псевдопластической жидкости в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2011. Т. 84. № 3. С. 544–547.
27. Матвиенко О.В. Исследование установившегося течения псевдопластической жидкости, описываемой моделью Сиско, в цилиндрической трубе // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2018. № 55. С. 99–112.
28. Матвиенко О.В. Численное исследование течения неньютоновских жидкостей в цилиндрическом канале // Известия высших учебных заведений. Физика. 2014. Т. 57. № 8-2. С. 183–189.
29. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Черкасов И.С., Асеева А.Е., Веник В.Н. Течение битумного вяжущего, описываемого моделью Оствальда – де Вейля, в цилиндрической трубе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2020. Т. 22. № 1. С. 171–192.

#### REFERENCES

1. Pokrovskaya V.N. Truboprovodniy transport v gornoy promyshlennosti [Pipelines in mining]. Moscow: Nedra, 1985. (rus)
2. Smoldyrev A.Ye., Safronov Yu.K. Truboprovodniy transport kontsentrirrovannykh gidrosmesey [Pipeline transportation of concentrated slurries]. Moscow: Mashinostroenie, 1989. (rus)

3. Karpeyev V.A. Proizvodstvo vysokokachestvennykh stroitel'nykh peskov i utilizatsiya zoloshlakovykh otkhodov [Pipeline transport of concentrated hydromixtures]. *Stroitel'nyye materialy*. 1998. No. 10. Pp. 22–23. (rus)
4. Baranov Yu.D., Bljuss B.A., Semenenko E.V., Shurigin V.D. Obosnovanie parametrov i rezhimov raboty sistem gidrotransporta gornyykh predpriyatiy [Justification of parameters and hydrotransport system operation at mining enterprises]. Dnepropetrovsk: Novaya ideologiya, 2006. (rus)
5. Vasil'eva M.A. Eksperimental'noe opredelenie raskhodno-napornyykh kharakteristik gruntovykh nasosov v sisteme gidrotransporta khvostov obogashcheniya zheleznoy rudy [Experimental determination of flow-pressure characteristics of groundwater pumps in hydraulic system of iron ore tailing]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Geologiya. Neftgazovoe i gornoe delo*. 2013. No. 6. Pp. 111–119. (rus)
6. Kril S.I. Napornie vzvesenesushchie potoki [Pressure slurry flows]. Kiev: Naukova dumka, 1990. (rus)
7. Kril S.I., Semenenko E.V. Metodika rascheta parametrov truboprovodnogo gidrotransporta raznoplotsnostnykh polidispersnykh materialov [Parameter calculation of pipeline hydrotransport of disperse materials of different density]. *Prikladnaya gidromekhanika*. 2010. V. 12. No. 1. Pp. 48–54. (rus)
8. Kutepov A.M., Polyenin L.D., Zapryanov Z.D., Vyaz'min A.V., Kazenin D.A. Khimicheskaya gidrodinamika: spravochnoye posobiye [Chemical hydrodynamics: manual]. Moscow: Byuro Kvantum, 1996. (rus)
9. Ostrovskiy G.M. Prikladnaya mekhanika neodnorodnykh sred [Applied mechanics of heterogeneous media]. St.-Petersburg: Nauka, 2000. (rus)
10. Prosvetov V.I., Sumets P.P., Verveiko N.D. Modeling of medium flow with homogeneous microstructure. *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*. 2011. V. 5. No. 1. Pp. 508–516.
11. Malkin A.Ya., Isayev A.I. Reologiya: kontseptsii, metody, prilozheniyav [Rheology: concepts, methods, applications]. St.-Petersburg: Professiya, 2007. 560 p. (rus)
12. Matviyenko O.V., Unger F.G., Bazuyev V.P. Matematicheskiye modeli proizvodstvennykh protsessov dlya prigotovleniya bitumnykh dispersnykh sistem [Mathematical models of production processes for preparation of bituminous dispersion systems]. Tomsk: TSUAB, 2015. (rus)
13. Klimov D.M., Petrov A.G., Georgiyevskiy D.V. Vyazkoplachesticheskiye techeniya: dinamicheskiy khaos, ustoychivost' i peremeshivaniye [Viscoplastic currents: dynamic chaos, stability and mixing]. Moscow: Nauka, 2005. (rus)
14. Wilkinson U.L. Nen'yutonovskiy zhidkosti [Non-Newtonian fluids]. Moscow: Mir, 1964. (rus)
15. Barnes, H.A. A handbook of elementary rheology. Institute of Non-Newtonian Fluid Mechanics, University of Wales. 2000.
16. Jiao D., Sharma M.M. Investigation of dynamic mud cake formation: The concept of minimum overbalance pressure. SPE 26323, *Proc. SPE 68th Annual Tech. Conf. and Exhibition*, Houston, TX, 1993.
17. Ferraris C. Measurement of the rheological properties of high-performance concrete. *Journal Research of the National Institute of Standards and Technology*. 1999. V. 104. Pp. 461–466.
18. Erdem T.K., Khayat K.H., Yahia A. Correlating rheology of self-consolidating concrete to corresponding concrete-equivalent mortar. *Journal ACI Materials*. 2009. V. 106. No. 2. Pp. 154–160.
19. Tattersall G.H., Banfill P.F.G. The rheology of fresh concrete. Pitman. 1983.
20. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Venik V.N., Smirnova N.G. Numerical investigation of Herschel - Bulkley fluids mixing. In: *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering Advanced Materials in Construction and Engineering. Ser. 'International Scientific Conference of Young Scientists: Advanced Materials in Construction and Engineering, TSUAB 2014'*. 2015. P. 012034.
21. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Sabylina N.R., Aseeva A.E., Surtaeva A.A. Issledovanie ustanovivshegosya techeniya vyazkoplachesticheskogo bitumnogo vyazhushchego, opisyvaemogo model'yu Shvedova – Bingama, v tsilindricheskoi trube [Shvedov-Bingham model of steady flow of visco-plastic bitumen binder in cylindrical tube]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturostroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture*. 2019. V. 20. No. 3. Pp. 158–177. DOI: 10.31675/1607-1859-2019-21-3-158-177. (rus)
22. Matvienko O.V., Bazuyev V.P., Dul'zon N.K. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka vyazkoplachesticheskoy zhidkosti v tsilindricheskom kanale [Mathematical

- simulation of twisted flow of viscoplastic liquid in cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*. 2014. V. 87. No. 5. Pp. 1129–1137. (rus)
23. Matvienko O.V., Bazuyev V.P., Aseeva A.E. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka psevdoplasticheskoy zhidkosti Balkli–Gershelya v tsilindricheskom kanale. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*. 2019. V. 92. No. 1. Pp. 215–226. (rus)
  24. Matvienko O.V., Bazuyev V.P., Aseeva A.E. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka dilatantnoy zhidkosti Balkli–Gershelya v tsilindricheskom kanale [Mathematical simulation of Herschel–Bulkley fluid in a cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*. 2019. V. 92. No. 6. Pp. 2641–2651. (rus)
  25. Matvienko O.V., Bazuyev V.P., Yuzhanova N.K. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka dilatantnoy zhidkosti v tsilindricheskom kanale [Mathematical simulation of twisted dilatant fluid in cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*. 2014. V. 87. No. 1. Pp. 192–199. (rus)
  26. Matvienko O.V., Bazuyev V.P., Yuzhanova N.K. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka psevdoplasticheskoy zhidkosti v tsilindricheskom kanale [Mathematical simulation of swirling flow of pseudoplastic fluid in a cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*. 2011. V. 84. No. 3. Pp. 544–547. (rus)
  27. Matvienko O.V. Issledovaniye ustanovivshegosya techeniya psevdoplasticheskoy zhidkosti, opisyvayemoy model'yu Sisko, v tsilindricheskoj trube [Stable flow of a pseudoplastic liquid described by the Sisko model in cylindrical tube]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*. 2018. No. 55. Pp. 99–112.
  28. Matvienko O.V. Chislennoye issledovaniye techeniya nen'yutonovskikh zhidkostey v tsilindricheskom kanale [Numerical study of non-Newtonian fluids in cylindrical channel]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Fizika*. 2014. V. 57. No. 8-2. Pp. 183–189. (rus)
  29. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Cherkasov I.S., Litvinova A.E. Techenie bitumnogo vyazhushchego, opisyvaemogo model'yu Ostval'da – de Veilya, v tsilindricheskoj trube [Liquid asphalt binders in cylindrical tube in terms of the Ostwald-de Waele model]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturostroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture*. 2020. V. 22. No. 1. Pp. 171–192. DOI: 10.31675/1607-1859-2020-22-1-171-192 (rus)

#### Сведения об авторах

*Матвиенко Олег Викторович*, докт. физ.-мат. наук, профессор, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2; профессор, Томский государственный университет, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.

*Базуев Виктор Павлович*, канд. физ.-мат. наук, ст. научный сотрудник, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2.

*Черкасов Илья Сергеевич*, магистрант, Томский государственный университет, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.

*Литвинова Алёна Евгеньевна*, магистрант, Томский государственный университет, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.

#### Authors Details

*Oleg V. Matvienko*, DSc, Professor, Department of Theoretical Mechanics, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyannaya Sq., 634003, Tomsk, Russia; Department of Physical and Computational Mechanics, National Research Tomsk State University, 36, Lenin Ave., 634050, Tomsk, Russia.

*Viktor P. Bazuev*, PhD, Senior Scientist, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyannaya Sq., 634003, Tomsk, Russia.

*Ilya S. Cherkasov*, Graduate Student, National Research Tomsk State University, 36, Lenin Ave., 634050, Tomsk, Russia.

*Alyona E. Litvinova*, Graduate Student, National Research Tomsk State University, 36, Lenin Ave., 634050, Tomsk, Russia.