

# ПРОЕКТИРОВАНИЕ И СТРОИТЕЛЬСТВО ДОРОГ, МЕТРОПОЛИТЕНОВ, АЭРОДРОМОВ, МОСТОВ И ТРАНСПОРТНЫХ ТОННЕЛЕЙ

УДК 665.455:006.354

DOI: 10.31675/1607-1859-2020-22-1-171-192

*О.В. МАТВИЕНКО<sup>1,2</sup>, В.П. БАЗУЕВ<sup>1</sup>,  
И.С. ЧЕРКАСОВ<sup>2</sup>, А.Е. ЛИТВИНОВА<sup>2</sup>,*

*<sup>1</sup>Томский государственный архитектурно-строительный университет,*

*<sup>2</sup>Национальный исследовательский Томский государственный университет*

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ БИТУМНОГО ВЯЖУЩЕГО, ОПИСЫВАЕМОГО МОДЕЛЬЮ ОСТВАЛЬДА – ДЕ ВЕЙЛЯ, В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ**

В работе проведено исследование течения битумного вяжущего, описываемого моделью Оствальда – де Вейля, в цилиндрической трубе, определена зависимость расхода жидкости от перепада давления, получены зависимости для радиального распределения скорости и эффективной вязкости течения. Структурирование среды, наиболее заметно проявляющееся при малых значениях показателя нелинейности, приводит к тому, что скорость течения в ядре потока характеризуется практически однородным профилем, что характерно для пластического течения. Течение псевдопластических сред с малым значением показателя нелинейности характеризуется наличием высоковязкого ядра и узкой области пристеночного течения с невысокими значениями эффективной вязкости. С увеличением консистенции среды величина среднерасходной вязкости увеличивается. Этот эффект наиболее выражен для низкоскоростных потоков, движущихся при малом перепаде давления. При низких значениях перепада давления неньютоновские свойства среды, обусловленные наличием внутренней структуры, приводят к значительному гидравлическому сопротивлению. С увеличением перепада давления гидравлическое сопротивление потока уменьшается, что связано с разрушением структуры среды.

**Ключевые слова:** реология; вязкопластические среды; вязкость; неньютоновские жидкости; модель Оствальда – де Вейля; битумные вяжущие.

**Для цитирования:** Матвиенко О.В., Базуев В.П., Черкасов И.С., Литвинова А.Е. Исследование течения битумного вяжущего, описываемого моделью Оствальда – де Вейля, в цилиндрической трубе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2020. Т. 22. № 1. С. 171–192.

DOI: 10.31675/1607-1859-2020-22-1-171-192

O.V. MATVIENKO<sup>1,2</sup>, V.P. BAZUEV<sup>1</sup>, I.S. CHERKASOV<sup>2</sup>, A.E. LITVINOVA<sup>2</sup>,  
<sup>1</sup>Tomsk State University of Architecture and Building,  
<sup>2</sup>National Research Tomsk State University

## LIQUID ASPHALT BINDERS IN CYLINDRICAL TUBE IN TERMS OF THE OSTWALD-DE WAELE MODEL

The liquid asphalt binder in a cylindrical tube is described in terms of the Ostwald-de Waele model. The dependence of the liquid flow rate on the pressure drop; dependencies are obtained for radial distribution of the flow rate and viscosity. The medium structuring, which is most noticeable at low values of nonlinearity leads to the almost uniform profile of the core flow rate, which is typical to the plastic flow. The liquid pseudoplastic media with a law nonlinearity is characterized by the presence of a highly viscous core and a narrow region of the near-wall flow with low values of effective viscosity. With increasing in medium consistency, the average viscosity increases. This effect is most pronounced for flow motions at a small pressure drop. For low values of the pressure drop, the non-Newtonian properties of the medium lead to a significant hydraulic resistance due to the presence of the inner structure. With increasing pressure drop, hydraulic resistance decreases due to the medium destruction.

**Keywords:** rheology; viscoplastic media; viscosity; non-Newtonian fluids; Ostwald-de Waele model.

**For citation:** Matvienko O.V., Bazuev V.P., Cherkasov I.S., Litvinova A.E. Technie bitumnogo vyazhushchego, opisivaemogo model"yu Ostval"da – de Veilya, v tsilindricheskoi tube [Liquid asphalt binders in cylindrical tube in terms of the Ostwald-de Waele model]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2020. V. 22. No. 1. Pp. 171–192.

DOI: 10.31675/1607-1859-2020-22-1-171-192

### Введение

Дорожное строительство является одним из важнейших факторов развития экономики. Автомобильные дороги составляют важнейшую часть транспортной инфраструктуры и оказывают существенное влияние на темпы социально-экономического развития.

Эффективность развития дорожного хозяйства в значительной степени определяется научно-техническим прогрессом. Основой его является деятельность, направленная на получение, распространение и использование новых знаний и технологий для решения экономических, технологических, социальных и иных проблем в дорожном хозяйстве.

Наиболее распространенным материалом для устройства слоев дорожного покрытия и верхних слоев оснований являются материалы на основе термопластичных органических вяжущих [1, 2]. К ним относятся различные виды асфальтобетонов, изготовленных с использованием битумных вяжущих (собственно битумы и многие его разновидности: битумы, модифицированные полимерами, битумы с различными добавками, эмульсии) [3, 4].

Повышенная транспортная нагрузка, а также увеличение объемов перевозок большегрузным транспортом приводит к преждевременному разрушению дорожных покрытий, срок службы которых составляет в среднем по России около 6 лет [5–7].

Одним из важнейших условий повышения долговечности асфальтобетонных покрытий является улучшение свойств битумов и правильный выбор их с учетом условий эксплуатации [8–10].

Основными направлениями исследований в этой области, кроме совершенствования технологии производства битумов, является регулирование их свойств путем применения различных модифицирующих добавок (полимеров, резиновой крошки, серы, адгезионных добавок и др.). Применение полимеров для модификации битумов относится к одной из наиболее активно внедряющихся технологий строительства и ремонта покрытий автомобильных дорог [11, 12].

Исследованию процессов модифицирования битумных вяжущих в различных технологических устройствах посвящен цикл работ [13–21]. Численное исследование структуры течения, перехода к турбулентности и теплообмена при закрученном течении битумно-дисперсных систем в цилиндрических каналах выполнено в работах [13, 14]. Результаты исследований смешения закрученных потоков битумного вяжущего и модификатора в смесительных устройствах приведены в работах [15–19]. В работах [20–22] представлены результаты исследования процессов модифицирования битумов в кавитационно-смесительном диспергаторе.

Битумы относятся к наиболее распространенным органическим вяжущим веществам и представляют собой сложную смесь из многочисленных и разнообразных по химическому строению жидких и твердых углеродов [23].

Поскольку элементный состав битумов дает приближенное представление о возможных химических соединениях, входящих в их состав, принято определять групповой химический состав. Разделение различных соединений на группы основано на их избирательном отношении к растворителям и адсорбентам. Из битумов обычно выделяют следующие группы углеводородов: масла, смолы (бензолные и спиртобензолные), асфальтены, реже асфальтогеновые кислоты и их ангидриды, карбены и карбоиды. Каждая из групп углеводородов представляет собой сложную смесь многих углеводородов различной молекулярной массы [24].

По своему физико-химическому строению битумы представляют коллоидную систему, в которой диспергированы асфальтены, а дисперсионной средой являются смолы и масла [25]. Асфальтены битума, диспергированные в виде частиц размером 18–20 мкм, являются ядрами, каждое из которых окружено оболочкой из масел и смол. Карбены и карбоиды – это практически нерастворимые твердые углероды, содержание которых в дорожных битумах настолько мало, что не влияет ощутимо на их свойства.

Свойства битума как дисперсной системы определяются соотношением входящих в него составных частей: масел, смол и асфальтенов. Повышение содержания асфальтенов и смол влечёт за собой возрастание твердости, температуры размягчения и хрупкости битума. Наоборот, масла, частично растворяющие смолы, делают битум мягким и легкоплавким. Снижение молекулярной массы масел и смол также повышает пластичность битума.

Главными показателями материала являются вязкость, пластичность и теплостойкость. Эти показатели взаимосвязаны. С увеличением содержания масел, повышением температуры и длительности воздействия нагрузок пони-

жается вязкость и возрастает пластичность. Смолы обуславливают вязжущие свойства битумов и дегтей, придают им пластичность, увеличивают клеящую способность. Асфальтены в битумах и свободный углерод в дегтях повышают температуру размягчения и твердость.

### Вязкость битумных дисперсных систем

Среди механических свойств битума особое значение имеет вязкость. Чтобы гарантировать высокие вязжущие свойства, вязкость не должна быть слишком низкой. В то же время высокие значения вязкости способствуют хрупкости дорожного покрытия [26], которое облегчает развитие трещин и в конечном итоге приводит к разрушению дорожного покрытия. Вязкость битума также оказывает большое влияние на эксплуатацию битумных резервуаров и транспортировку битума.

Известно, что битумы обладают сильным неньютоновским поведением, особенно при низких температурах [27]. Неньютоновское поведение характеризуется зависящей от скорости деформации сдвиговой вязкостью и происходит вследствие специфической молекулярной структуры битума [23, 24], содержащего, в частности, асфальтеновые наноагрегаты.

Вязкость битумных дисперсных систем зависит от температуры, соотношения фаз, степени дисперсности и скорости течения и может сильно изменяться в технологическом процессе [23]. Подробный обзор исследований, посвященных течениям реологически сложных сред, приведен в монографиях [28–32].

Деформационное течение определяется тензором скоростей деформаций, компоненты которого в декартовой системе координат имеют вид

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right). \quad (1)$$

Напряженное состояние среды описывается тензором напряжений  $\sigma_{ij}$ , который можно разложить на девиатор  $\tau_{ij}$  и шаровую часть  $p$ , называемую давлением [28]:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}. \quad (2)$$

Для построения моделей жидких сред нужно установить связь между девиаторами тензора скоростей деформации и тензора напряжений [29, 30]. В тензорно линейных моделях такая связь задаётся соотношением

$$\tau_{ij} = 2\mu_{\text{eff}} \dot{\varepsilon}_{ij}. \quad (3)$$

В классических моделях предполагается зависимость  $\mu_{\text{eff}}$  только от второго инварианта девиатора тензора скоростей деформации [31]. В качестве вторых инвариантов тензоров  $\dot{\varepsilon}$  и  $\sigma$  удобно ввести

$$U = \sqrt{2\dot{\varepsilon}_{ij}^D \dot{\varepsilon}_{ji}^D}, \quad T = \sqrt{\tau_{ij} \tau_{ij} / 2}, \quad (4)$$

где  $\dot{\varepsilon}_{ij}^D = \dot{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_{kk} \delta_{ij}$  – компоненты девиатора тензора скоростей деформации.

Из соотношения (3) вытекает следующее соотношение между инвариантами:

$$T = \mu_{\text{eff}} U, \quad (5)$$

где  $\mu_{\text{eff}}$  – коэффициент эффективной динамической вязкости.

Если связь (5) установлена, то, подставляя её в уравнения движения и присоединяя уравнение неразрывности, а также формулируя необходимые начальные и граничные условия, получим замкнутую систему для определения поля течения.

В настоящее время известно несколько десятков, в основном эмпирических, реологических моделей нелинейно-вязких жидкостей. Такое положение обусловлено различной физической природой существующих текущих систем и отсутствием на сегодня теории, которая позволяла бы достаточно строго, как это делается в молекулярно-кинетической теории газов, вычислять характеристики молекулярного переноса и механического поведения среды, исходя из ее внутренней, микроскопической структуры [32].

В интервале температур от 30 до 70 °С битумные вязущие проявляют вязкопластические свойства [23, 33]. При низких значениях сдвиговых напряжений вязкость битумных вязущих принимает настолько высокие значения (порядка 10<sup>9</sup> Па·с), что течение среды становится невозможным. Однако при высоких значениях сдвиговых напряжений битумные вязущие становятся текучими средами. Переход от твердого к жидкому состоянию происходит после того, как напряжение сдвига достигнет некоторого предела, получившего название предельного напряжения сдвига  $\sigma_Y$ . Предельное напряжение сдвига  $\sigma_Y$  характеризует прочность дисперсной структуры битумных вязущих. Выше предельного напряжения сдвига происходит разрушение твердофазной структуры, что делает возможным вязкое течение материала. Таким образом, вязкое течение среды начинается после превышения предела текучести  $\sigma_Y$  [34].

Вязкопластичные среды с линейной кривой течения называют линейно-вязкопластичными (жидкостями Шведова – Бингама) [23, 35]. В случае нелинейной кривой течения говорят о нелинейно-вязкопластичных (так называемых небингамовских) средах. Реологическое поведение таких сред можно описать моделью Балкли – Гершеля, объединяющей в себе свойства модели псевдопластической жидкости Оствальда – де Вейля и вязкопластической среды Шведова – Бингама [36, 37].

При температурах выше 70 °С битумы становятся псевдопластическими, а при температуре более 100 °С – ньютоновскими жидкостями.

При аппроксимации результатов в интервале температур от 70 до 100 °С экспериментальных исследований течения битумных дисперсных систем в качестве одной из наиболее универсальных моделей можно использовать реологическую модель Кросса [27]:

$$\frac{\mu_1 - \mu_{\text{eff}}}{\mu_{\text{eff}} - \mu_2} = \left( \frac{U}{U_*} \right)^{1-n}, \quad (6)$$

где  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  – «первая» и «вторая» вязкость среды;  $n$  – показатель нелинейности;  $U_*$  – скорость сдвига, при которой происходит резкое изменение вязкости. При  $1 < n$  среда проявляет дилатантные свойства, характерные для грубодисперсных суспензий [32, 38]. В этих средах эффективная вязкость возрастает при увеличении скорости сдвига. При этом  $\mu_1$  характеризует вязкость при бесконечной скорости сдвига ( $\mu_1 = \mu_\infty$ ), а  $\mu_2$  – при нулевой ( $\mu_2 = \mu_0$ ). Значениям  $0 < n < 1$  отвечают псевдопластичные жидкости, эффективная вязкость которых убывает с ростом скоростей сдвига [31, 39]. С ростом скоростей сдвиговых деформаций среда «разжижается» и становится более подвижной. Простейший анализ показывает, что для псевдопластических сред ( $0 < n < 1$ ) при малых скоростях сдвиговых деформаций ( $U \rightarrow 0$ ) эффективная вязкость стремится к  $\mu_{\text{eff}} \rightarrow \mu_1$ , а при больших значениях скорости сдвига ( $U \rightarrow \infty$ ) величина эффективной вязкости  $\mu_{\text{eff}} \rightarrow \mu_2$ . Таким образом, в псевдопластических средах  $\mu_1$  характеризует вязкость при нулевой скорости сдвига ( $\mu_1 = \mu_0$ ), а  $\mu_2$  – при бесконечной ( $\mu_2 = \mu_\infty$ ). Частными случаями модели Кросса являются модель ньютоновской жидкости ( $n = 1$ ) [40] и модель Уильямсона ( $n = 0$ ) [41].

Модель Кросса является обобщенной реологической моделью для не-ньютоновских жидкостей и применяется для описания сложных нелинейных моделей. Эта модель нашла применение для описания течения полимерных жидкостей, нефтяных смесей, эмульсий и т. п. [23, 24]. Однако применение этой модели в инженерных расчетах ограничивается невозможностью получения аналитического решения в широком диапазоне изменения параметров даже для простейших течений. Поэтому в инженерной практике получили распространение более простые модели, область применения которых ограничена определенным диапазоном изменения скоростей сдвига.

Известно, что реологические свойства битумных дисперсных систем характеризуются псевдопластичностью ( $n < 1$ ) и значительным различием значений вязкости при нулевой и бесконечной скорости сдвига ( $\mu_0/\mu_\infty \ll 1$ ). Рассмотрим течение псевдопластической жидкости в диапазоне скоростей сдвиговых деформаций  $U_* \ll U$ . В этом случае реологическая модель (6) преобразуется в реологическую модель Сиско [42]:

$$\mu_{\text{eff}} = \mu_\infty + \mu_0 \left( \frac{U}{U_*} \right)^{n-1}. \quad (7)$$

Введя обозначение  $k = \mu_0 U_*^{1-n}$ , уравнение (7) можно представить в традиционном виде:

$$\mu_{\text{eff}} = \mu_\infty + k U^{n-1}. \quad (8)$$

Постоянная  $k$  называется показателем (индексом) консистенции жидкости; чем меньше ее текучесть, тем больше  $k$ .

В диапазоне изменения скоростей сдвига, ограниченном значениями

$$U_* \ll U \ll U_* \left( \frac{\mu_0}{\mu_\infty} \right)^{1/(1-n)}, \quad (9)$$

вместо реологической модели Кросса становится возможным применить реологическую модель Оствальда – де Вейля [28, 43, 44]:

$$\mu_{\text{eff}} = kU^{n-1}. \quad (10)$$

Следует отметить, что для достаточно большого диапазона напряжений (скоростей) сдвига реальных жидкостей величины  $k$  и  $n$  будут непостоянны. Это не препятствует широкому использованию степенного реологического уравнения, т. к. на практике обычно приходится иметь дело с довольно ограниченным диапазоном скоростей сдвига.

### Математическая модель

Целью настоящей работы является исследование установившегося течения битумного вязущего, описываемого моделью Оствальда – де Вейля, в цилиндрическом канале.

Рассмотрим установившееся осесимметричное течение битумной эмульсии, описываемой реологическим соотношением Оствальда – де Вейля, в прямой горизонтальной трубе круглого сечения радиусом  $R$ , которое происходит под действием заданного постоянного градиента давления:

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{\Delta p}{L} = \text{const} < 0, \quad (11)$$

где  $\Delta p$  – перепад давления на длине трубы  $L$ ;  $x$  – осевая координата, направленная вдоль оси трубы.

В случае стабилизированного осесимметричного течения уравнение динамики вязкой жидкости приобретает вид

$$\frac{1}{r} \frac{d\tau_{rx} r}{dr} = -\left| \frac{dp}{dx} \right|. \quad (12)$$

Реологический закон Оствальда – де Вейля для установившегося течения в канале можно записать в виде

$$\tau_{rx} = k \left| \frac{du}{dr} \right|^{n-1} \frac{du}{dr}. \quad (13)$$

Рассмотрим течение степенной жидкости Оствальда – де Вейля. Подставляя реологическую зависимость (6), описывающую рассматриваемый класс сред, получим

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ kr \left| \frac{du}{dr} \right|^{n-1} \frac{du}{dr} \right] = -\left| \frac{dp}{dx} \right|. \quad (14)$$

Поскольку величина скорости убывает от оси к стенке, радиальная составляющая градиента скорости имеет отрицательные значения:

$$\frac{du}{dr} < 0. \quad (15)$$

С учетом соотношения (15) уравнение движения (14) может быть записано в виде

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ kr \left| \frac{du}{dr} \right|^n \right] = \left| \frac{dp}{dx} \right|. \quad (16)$$

Выпишем необходимые граничные условия. На оси течения должны выполняться условия симметрии, а на стенке трубы – условия прилипания. В результате граничные условия имеют вид

$$r=0: \frac{du}{dr} = 0; \quad r=R: u=0. \quad (17)$$

Однократное интегрирование уравнения (16) с учетом граничных условий приводит к следующему результату:

$$\frac{du}{dr} = - \frac{1}{(2k)^{1/n}} \left| \frac{dp}{dx} \right|^{1/n} r^{1/n}. \quad (18)$$

Рассмотрим распределение сдвиговых напряжений по сечению трубы. Из уравнения (18) следует, что

$$\tau_{rx} = -k \left| \frac{du}{dr} \right|^n = - \frac{1}{2} \left| \frac{dp}{dx} \right| r, \quad (19)$$

абсолютная величина сдвигового напряжения линейно возрастает от нуля на оси трубы до своего максимального значения на стенке трубы:

$$\tau_w = \frac{1}{2} \left| \frac{dp}{dx} \right| R = \frac{\Delta p}{L} \frac{R}{2}.$$

Интегрирование уравнения (18) позволяет определить радиальное распределение осевой скорости в канале:

$$u = \frac{n}{n+1} \frac{R^{(n+1)/n}}{(2k)^{1/n}} \left| \frac{\partial p}{\partial x} \right|^{1/n} \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{(n+1)/n} \right). \quad (20)$$

Максимальная скорость жидкости достигается на оси потока

$$u_{\max} = \frac{n}{n+1} \frac{R^{(n+1)/n}}{(2k)^{1/n}} \left| \frac{\partial p}{\partial x} \right|^{1/n}. \quad (21)$$

Расход жидкости через поперечное сечение трубы вычисляется по формуле

$$Q = 2\pi \int_0^R u r dr = \frac{\pi n R^3}{3n+1} \left( \frac{R}{2k} \left| \frac{dp}{dx} \right| \right)^{1/n}, \quad (22)$$

а среднерасходная скорость определяется как

$$\bar{u} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{n}{3n+1} R \left( \frac{R}{2k} \left| \frac{dp}{dx} \right| \right)^{1/n}. \quad (23)$$



Вязкие свойства потока можно характеризовать двумя величинами: эффективной вязкостью  $\mu_{\text{eff}}$ , определяющей локальные свойства течения, и среднерасходной вязкостью  $\bar{\mu}$ , определяющей интегральные свойства потока.

Эффективная вязкость жидкости Оствальда – де Вейля  $\mu_{\text{eff}}$  для гидродинамически стабилизированного течения в цилиндрической трубе может быть рассчитана с помощью реологического соотношения

$$\mu_{\text{eff}} = k \left| \frac{du}{dr} \right|^{n-1}. \quad (24)$$

Для определения эффективной вязкости воспользуемся реологическим соотношением (24) с учетом радиального распределения скорости (20). В результате получим

$$\mu_{\text{eff}} = k^{1/n} \left( \left| \frac{dp}{dx} \right| \frac{r}{2} \right)^{1-1/n}. \quad (25)$$

Определим среднерасходную вязкость неньютоновской жидкости  $\bar{\mu}$  как вязкость ньютоновской жидкости, движущейся со среднерасходной скоростью  $\bar{u}$  в трубе радиусом  $R$  под действием перепада давления  $\left| \frac{dp}{dx} \right|$ . Введение среднерасходной вязкости позволяет при проведении гидравлических расчетов вместо неньютоновской среды рассматривать ньютоновскую жидкость с вязкостью  $\bar{\mu}$ .

Для ньютоновской жидкости связь между перепадом давления и массовым расходом определяется выражением [40]

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\bar{\mu}} \left| \frac{dp}{dx} \right|. \quad (26)$$

Таким образом, среднерасходная вязкость потока  $\bar{\mu}$  будет равна

$$\bar{\mu} = \frac{3n+1}{8n} (2k)^{1/n} R^{1-1/n} \left| \frac{dp}{dx} \right|^{1-1/n}. \quad (27)$$

В технических расчетах принято связывать перепад давления со среднерасходной скоростью течения с использованием коэффициента гидравлического сопротивления  $\zeta$ , который характеризует безразмерное падение давления на единицу длины канала. Таким образом, перепад давления пропорционален динамическому напору и определяется зависимостью Дарси – Вейсбаха:

$$\left| \frac{dp}{dx} \right| = \zeta \frac{\rho \bar{u}^2}{4R}. \quad (28)$$

Подставляя в равенство (28) значения  $\left| \frac{dp}{dx} \right|$  из формулы (17), получим выражения для коэффициента гидравлического сопротивления:

$$\zeta = \left( \frac{6n+2}{n} \right)^2 \frac{(2k)^{2/n}}{\rho R^{1+2/n}} \left| \frac{dp}{dx} \right|^{1-2/n}. \quad (29)$$

Для характеристики потока жидкости Оствальда – де Вейля введем в рассмотрение число Рейнольдса, построенное по среднерасходной скорости  $\bar{u}$ , среднерасходной вязкости  $\bar{\mu}$  и диаметру трубы  $d = 2R$ , которое с учетом зависимостей (23), (27) определится как

$$\text{Re} = \rho \bar{u} d / \bar{\mu} = 16\rho \left( \frac{n}{3n+1} \right)^2 \frac{R^{1+2/n}}{(2k)^{2/n} \left| \frac{dp}{dx} \right|^{1-2/n}}. \quad (30)$$

Сравнение выражений (20) и (21) позволяет установить зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от числа Рейнольдса:

$$\zeta = \frac{64}{\text{Re}}. \quad (31)$$

Равенство (31) выражает закон сопротивления для течения степенной жидкости Оствальда – де Вейля.

Известно, что в полное гидравлическое сопротивление при течении вязкого газа в пористой среде вносят вклад потери, обусловленные трением на стенке, изменением скорости газа и действием массовых сил. В случае стабилизированного стационарного течения в отсутствии массовых сил последние две составляющие отсутствуют, и остаются только составляющие, связанные с трением на стенке. Для нахождения составляющей, связанной с трением, удобно использовать коэффициент трения

$$\psi = \frac{8\tau_w}{\rho \bar{u}^2} = \frac{4}{\rho} \left( \frac{3n+1}{n} \right)^2 \frac{(2k)^{2/n} \left| \frac{dp}{dx} \right|^{1-2/n}}{R^{1+2/n}} = \frac{64}{\text{Re}}. \quad (32)$$

Таким образом, для стабилизированного течения в трубе жидкости Оствальда – де Вейля коэффициент гидравлического сопротивления равен коэффициенту трения, т. к. гидравлическое сопротивление обусловлено только потерями на трение.

### Результаты математического моделирования

Перейдем к анализу полученных результатов. При математическом моделировании диапазон изменения параметров был выбран соответствующим свойствам дорожных битумных вяжущих, модифицированных на основе полимеров стирол-бутадиен-стирол [26, 27], для различных температур. Радиус канала составлял  $R = 0,1$  м.

На рис. 1 представлены радиальные распределения скорости, рассчитанные для одних и тех же значений реологических параметров, но различных перепадов давления. С ростом перепада давления увеличивается энергия, сообщаемая потоку, что приводит к возрастанию скорости потока.

Увеличение значений параметра консистенции приводит к росту гидравлического сопротивления и уменьшению расхода жидкости в трубе. При этом значения скорости уменьшаются по всему сечению трубы (рис. 2). Структурирование среды, наиболее заметно проявляющееся при малых зна-

чениях показателя нелинейности, приводит к тому, что скорость течения в ядре потока характеризуется практически однородным профилем, что характерно для пластического течения.

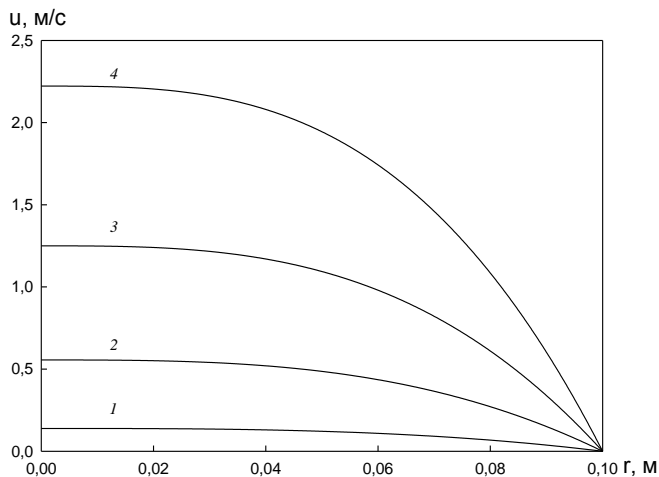


Рис. 1. Радиальное распределение скорости:  $n = 0,5$ ;  $k = 12,65 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,5}$ :  
 1 –  $|dp/dx| = 500 \text{ Па/м}$ ; 2 –  $|dp/dx| = 1000 \text{ Па/м}$ ; 3 –  $|dp/dx| = 1500 \text{ Па/м}$ ; 4 –  
 $|dp/dx| = 2000 \text{ Па/м}$

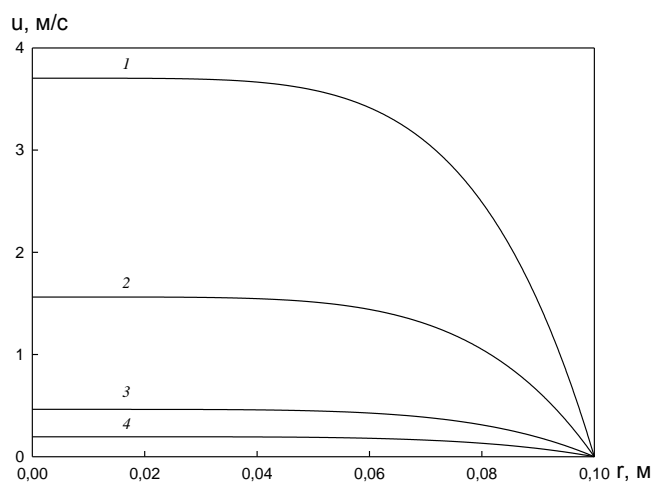


Рис. 2. Радиальное распределение скорости:  $n = 0,25$ ,  $|dp/dx| = 2000 \text{ Па/м}$ :  
 1 –  $k = 27,1 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,25}$ ; 2 –  $k = 33,64 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,25}$ ; 3 –  $k = 45,6 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,25}$ ; 4 –  $k = 56,57 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,25}$

На рис. 3 представлено распределение скорости по радиусу трубы, рассчитанные для одного и того же значения перепада давления и расхода жидкости, но разных значений показателя нелинейности. Отметим, что при этих условиях величина среднерасходной вязкости  $\bar{\mu}$  будет оставаться постоянной.

Зависимость между консистенцией и среднерасходной вязкостью с учетом полученных ранее соотношений можно представить в виде

$$k = \frac{1}{2} \left( \frac{8n}{3n+1} \right)^n \bar{\mu}^n R^{1-n} \left| \frac{dp}{dx} \right|^{1-n}. \quad (33)$$

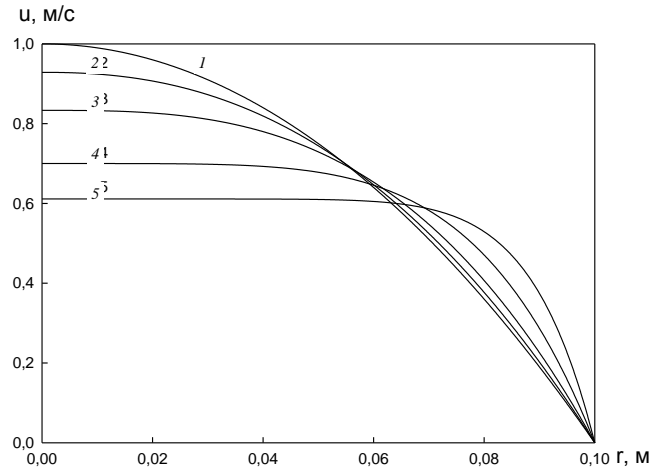


Рис. 3. Радиальное распределение скорости:  $\bar{\mu} = 5 \text{ Па}\cdot\text{с}$ ;  $|dp/dx| = 2000 \text{ Па/м}$ :

1 –  $n = 1$  (ньютоновская жидкость,  $k = \mu = 5 \text{ Па}\cdot\text{с}$ ); 2 –  $n = 0,75$  ( $k = 9,96 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,75}$ ); 3 –  $n = 0,5$  ( $k = 20 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,5}$ ); 4 –  $n = 0,25$  ( $k = 41,11 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,25}$ ); 5 –  $n = 0,125$  ( $k = 60,6 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,125}$ )

Из рис. 3 видно, что с уменьшением показателя нелинейности происходит уменьшение толщины динамического пограничного слоя, при этом градиент скорости вблизи стенки возрастает. В ядре потока, напротив, распределение скорости становится более равномерным. Поскольку расход жидкости при выбранных параметрах остается неизменным, скорость течения в ядре потока уменьшается, а в пограничном слое – возрастает.

На рис. 4–6 показана зависимость эффективной вязкости  $\mu_{\text{eff}}$  от радиальной координаты  $r$ . Это распределение является типичным для псевдопластических сред и имеет вид гиперболы с вертикальной асимптотой на оси течения. В периферийной и пристеночной части течения эффективная вязкость характеризуется низкими значениями. Однако в окрестности оси течения, где градиент скорости невысокий, наблюдается значительный рост эффективной вязкости. На оси течения  $\mu_{\text{eff}} \rightarrow \infty$ . Увеличение эффективной вязкости псевдопластических сред с уменьшением скоростей сдвиговых деформаций в реологии объясняется процессами структурирования [28]. При малых скоростях сдвига происходит стягивание молекул полимера между собой, вследствие чего в потоке формируется область структурированного течения, характеризующаяся высокими значениями эффективной вязкости.

С увеличением скорости сдвига структурированность среды нарушается, молекулы ориентируются вдоль направления движения. В результате этого сопротивление среды ослабевает, что означает уменьшение эффективной вязкости.

С увеличением перепада давления интенсифицируются процессы разрушения структуры среды, что приводит к уменьшению эффективной вязкости и росту скорости потока (рис. 4).

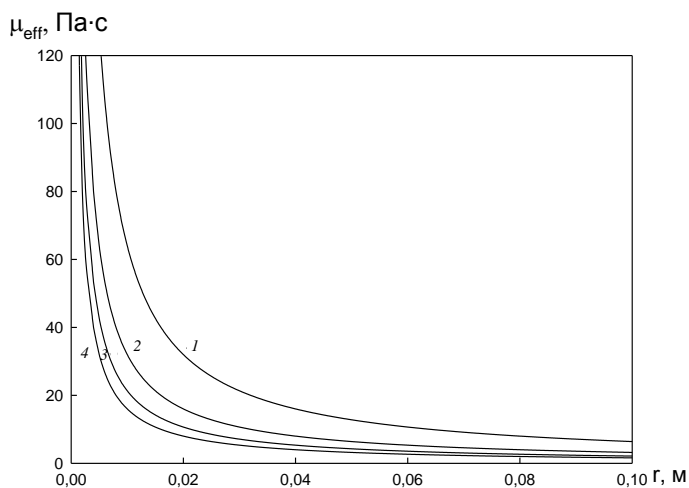


Рис. 4. Радиальное распределение эффективной вязкости:  $n = 0,5$ ,  $k = 12,65 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,5}$ :

1 -  $|dp/dx| = 500 \text{ Па/м}$ ; 2 -  $|dp/dx| = 1000 \text{ Па/м}$ ; 3 -  $|dp/dx| = 1500 \text{ Па/м}$ ; 4 -  $|dp/dx| = 2000 \text{ Па/м}$

Увеличение значений параметра консистенции  $k$  приводит к росту эффективной вязкости во всей области течения. Однако если в периферийной и пристеночной областях этот рост является незначительным, то вблизи оси течения в области малых скоростей сдвиговых деформаций происходит существенное увеличение эффективной вязкости, связанное с загущением среды (рис. 5).

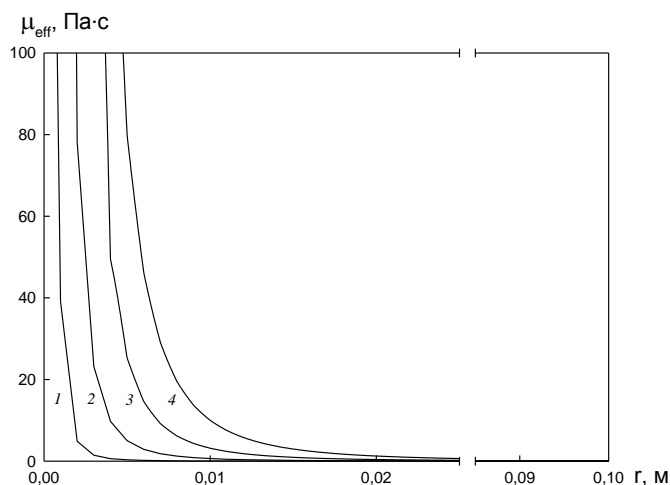


Рис. 5. Радиальное распределение эффективной вязкости:  $n = 0,25$ ,  $|dp/dx| = 2000 \text{ Па/м}$ :

1 -  $k = 2,5 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,25}$ ; 2 -  $k = 5 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,25}$ ; 3 -  $k = 7,5 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,25}$ ; 4 -  $k = 10 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,25}$

На рис. 6 представлено радиальное распределение эффективной вязкости, рассчитанное для различных значений показателя нелинейности, но одних и тех же значений среднерасходной вязкости и перепада давления. Для значений показателя нелинейности, близких к единице,  $n \approx 1$ , радиальное распределение эффективной вязкости в пристеночной и периферийной областях течения близко к однородному.

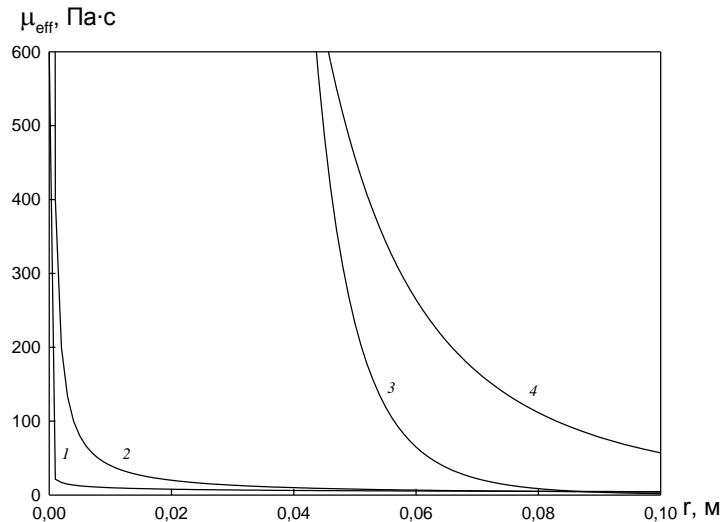


Рис. 6. Радиальное распределение эффективной вязкости:  $\bar{\mu} = 5 \text{ Па}\cdot\text{с}$ ;  $|dp/dx| = 2000 \text{ Па/м}$ :  
 1 –  $n = 0,75$  ( $k = 9,96 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,75}$ ); 2 –  $n = 0,5$  ( $k = 20 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,5}$ ); 3 –  $n = 0,25$  ( $k = 41,11 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,25}$ ); 4 –  $n = 0,125$  ( $k = 60,6 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,125}$ )

В узкой области вблизи оси течения наблюдается резкий рост эффективной вязкости. С уменьшением показателя нелинейности  $n$  неньютоновские свойства среды становятся более выраженными. Значения эффективной вязкости в пристеночной зоне возрастают. При этом с уменьшением показателя нелинейности граница вязкого течения смещается от оси течения к стенке трубы. В пристеночной области с уменьшением  $n$  эффективная вязкость потока уменьшается. Таким образом, течение псевдопластических сред с малым значением показателя нелинейности характеризуется наличием высоковязкого ядра и узкой области пристеночного течения с невысокими значениями.

На рис. 7 показана зависимость значения среднерасходной вязкости  $\bar{\mu}$  от перепада давления  $|dp/dx|$ , рассчитанная для различных значений реологических параметров.

Как видно из рисунка, величина среднерасходной вязкости в псевдопластических средах монотонно убывает с ростом перепада давления. Этот эффект наиболее выражен для низкоскоростных потоков, движущихся при малом перепаде давления. С увеличением значений  $|dp/dx|$  жидкость становится более подвижной. Это приводит к уменьшению значений  $\bar{\mu}$ . Уменьшение вязкости

битумных дисперсных систем с ростом перепада давления объясняется особенностями их внутреннего строения. В неподвижном состоянии дисперсная фаза образует непрерывную структуру, обладающую определенной прочностью. При низких значениях  $|dp/dx|$  течение жидкости происходит по тонким прослойкам между элементами твердофазной структуры [28]. Гидравлическое сопротивление в этом случае очень велико, что и обуславливает высокие значения вязкости при низких значениях перепада давления. При высоких значениях  $|dp/dx|$  происходит разрушение коагуляционной структуры, приводящее к уменьшению вязкости. Прочность коагуляционной структуры дисперсных систем характеризуется показателем консистенции. Поэтому с увеличением консистенции среды  $k$  происходит рост среднерасходной вязкости.

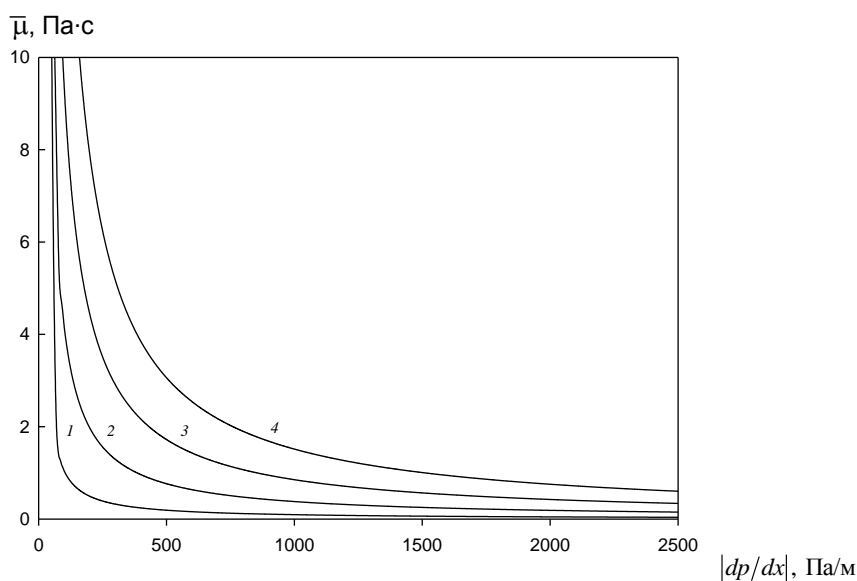


Рис. 7. Зависимость относительной величины среднерасходной вязкости  $\bar{\mu}$  от перепада давления  $|dp/dx|$ ,  $n = 0,5$ :

$$1 - k = 2,5 \text{ Па} \cdot \text{с}^{0,5}; 2 - 5 \text{ Па} \cdot \text{с}^{0,5}; 3 - 7,5 \text{ Па} \cdot \text{с}^{0,5}; 4 - 10 \text{ Па} \cdot \text{с}^{0,5}$$

На рис. 8 показано изменение коэффициента гидравлического сопротивления  $\zeta$  с ростом перепада давления  $|dp/dx|$  для различных значений консистенции  $k$  и показателя нелинейности  $n$ . Как видно из рисунка, при низких значениях  $|dp/dx|$  неньютоновские свойства среды, обусловленные наличием внутренней структуры, приводят к значительному гидравлическому сопротивлению. С увеличением значений  $|dp/dx|$  гидравлическое сопротивление потока уменьшается, что связано с разрушением структуры среды. С увеличением значений параметра консистенции  $k$  возрастает диссипация механической энергии потока, что приводит к росту гидравлического сопротивления.

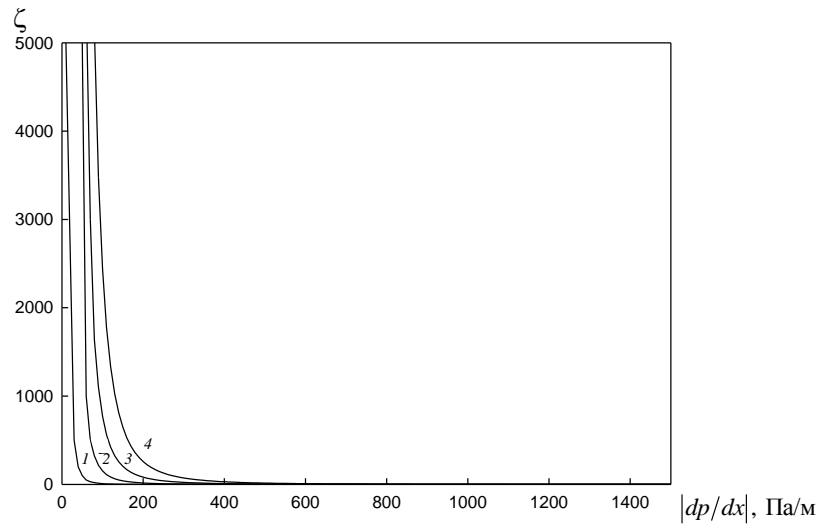


Рис. 8. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления  $\zeta$  от перепада давления  $|dp/dx|$ ,  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ ,  $n = 0,5$ :  
 $1 - k = 2,5 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,5}$ ;  $2 - 5 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,5}$ ;  $3 - 7,5 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,5}$ ;  $4 - 10 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,5}$

### Заключение

С уменьшением показателя нелинейности происходит уменьшение толщины динамического пограничного слоя, при этом градиент скорости вблизи стенки возрастает. В ядре потока, напротив, распределение скорости становится более равномерным. При неизменном расходе жидкости с уменьшением показателя нелинейности скорость жидкости в ядре потока уменьшается, а в пограничном слое – возрастает.

Структурирование среды, наиболее заметно проявляющееся при малых значениях показателя нелинейности, приводит к тому, что скорость течения в ядре потока характеризуется практически однородным профилем, что характерно для пластического течения. Течение псевдопластических сред с малым значением показателя нелинейности характеризуется наличием высоковязкого ядра и узкой области пристеночного течения.

Распределение эффективной вязкости имеет вид гиперболы с вертикальной асимптотой на оси течения. В периферийной и пристеночной части течения эффективная вязкость характеризуется низкими значениями; в окрестности оси течения, где градиент скорости невысокий, наблюдается значительный рост эффективной вязкости. На оси течения  $\mu_{\text{eff}} \rightarrow \infty$ . С увеличением скорости сдвига происходит уменьшение эффективной вязкости.

С повышением консистенции среды  $k$  величина среднерасходной вязкости увеличивается. Этот эффект наиболее выражен для низкоскоростных потоков, движущихся при малом перепаде давления.

При низких значениях перепада давления неньютоновские свойства среды, обусловленные наличием внутренней структуры, приводят к значительному гидравлическому сопротивлению. С увеличением перепада давле-



ния гидравлическое сопротивление потока уменьшается, что связано с разрушением структуры среды.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Методические рекомендации* по проектированию жестких дорожных одежд. Москва : Информавтодор, 2004.
2. *Технические рекомендации* по устройству и приемке в эксплуатацию дорожных покрытий с учетом требований международных стандартов по ровности. ТР 134-03. Москва, 2003.
3. *Бабак О.Г., Старков Г.Б.* Примененности модифицированных вяжущих в дорожном строительстве // *Дорожная техника и технологии*. 2001. № 5. С. 72–75.
4. *Горшенина Г.И., Михайлов Н.В.* Полимербитумные изоляционные материалы. Москва : Недра, 1967. 210 с.
5. *Кулижников А.М.* Требования к грунтам земляного полотна и подстилающего основания // *Автомобильные дороги*. 2012. № 5. С. 82–83.
6. *Ефименко С.В., Ефименко В.Н., Бадина М.В.* Некоторые особенности обоснования свойств прочности и деформируемости глинистых грунтов для проектирования дорожных одежд // *Дороги и мосты*. 2016. № 35/1. С. 70–82.
7. *Churilin V., Efimenko S., Matvienko O., Bazuev V.* Simulation of stresses in asphalt-concrete pavement with frost heaving // *MATEC Web of Conferences*. 2018. V. 216. EDP Sciences. URL: <https://doi.org/10.1051/mateconf/201821601011>
8. *Матвиенко О.В., Базуев В.П., Веник В.Н., Базаров Р.Б., Арутюнян Э.Р.* Математическое моделирование сдвигоустойчивости асфальтобетонных покрытий автомобильных дорог // *Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета*. 2017. № 4 (63). С. 158–170.
9. *Матвиенко О.В., Базуев В.П., Чурилин В.С.* Моделирование напряжений и деформаций дорожных покрытий // *Дороги и мосты*. 2016. № 2 (36). С. 139–153.
10. *Руденская И.М., Руденский А.В.* Органические вяжущие для дорожного строительства. Москва : Транспорт, 1984. 229 с.
11. *Гохман Л.М.* Применение полимерно-битумных вяжущих в дорожном строительстве // *Дорожная техника и технологии*. 2001. № 5. С. 65–70.
12. *Каганович Е.В., Карцева И.И., Измаилова Г.Г.* Полимерные модификаторы битума и асфальтобетона // *Вестник КаздорНИИ*. 2004. № 1 (2). С. 44–47.
13. *Матвиенко О.В., Базуев В.П., Южанова Н.К.* Численное исследование перехода к турбулентному режиму течения внутренних закрученных потоков битумных вяжущих // *Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета*. 2013. № 2. С. 132–143.
14. *Матвиенко О.В., Базуев В.П., Дульзон Н.К., Смирнова Н.Г., Агафонова М.В.* Численное исследование структуры течения и теплообмена при закрученном течении битумно-дисперсных систем в цилиндрических каналах // *Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета*. 2014. № 2 (43). С. 80–93.
15. *Матвиенко О.В.* Исследование теплообмена и формирования турбулентности во внутреннем закрученном потоке жидкости при низких числах Рейнольдса // *Инженерно-физический журнал*. 2014. Т. 87. № 4. С. 908–918.
16. *Матвиенко О.В., Базуев В.П., Смирнова Н.Г., Пушкарева Г.В., Дульзон Н.К.* Исследование смешения коаксиальных закрученных потоков для приготовления битумных дисперсных систем // *Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета*. 2014. № 3 (44). С. 123–134.
17. *Матвиенко О.В., Базуев В.П., Туркасова Н.Г., Байгулова А.И.* Исследование процесса модификации битума в инжекторном смесителе // *Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета*. 2013. № 3. С. 202–213.
18. *Matvienko O.V., Bazuev V.P., Venik V.N., Smirnova N.G.* Numerical investigation of Herschel – Bulkley fluids mixing // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering Advanced Materials in Construction and Engineering*. Сер. «International Scientific Conference of Young Scientists: Advanced Materials in Construction and Engineering, TSUAB 2014». 2015. С. 012034.

19. Матвиенко О.В., Эфа А.К., Базуев В.П., Евтюшкин Е.В. Численное моделирование распада турбулентной струи в спутном закрученном потоке // Известия вузов. Физика. 2006. Т. 49. № 6. С. 96–107.
20. Базуев В.П., Матвиенко О.В., Вороненко В.Л. Моделирование процесса модифицирования битума в кавитационно-смесительном диспергаторе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2010. № 4. С. 121–128.
21. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Веник В.Н., Смирнова Н.Г. Численное исследование процесса образования кавитационных пузырьков в смесительном устройстве // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2014. № 4 (45). С. 231–245.
22. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Веник В.Н., Смирнова Н.Г. Экспериментальное исследование процесса кавитации в технологических устройствах // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2015. № 6. С. 165–176.
23. Гун Р.Б. Нефтяные битумы. Москва : Химия, 1973. 432 с.
24. Грудников И.Б. Производство нефтяных битумов. Москва : Химия, 1983. 192 с.
25. Золотарев В.А. Дорожные битумные вяжущие и асфальтобетоны. Харьков : ХНАДУ, 2014. 180 с.
26. Anderson A., Christensen D.W., Bahia H.U., Dongre R., Sharma M.G., Antle C.E., Button J. Strategic Highway Research Program Tech. Rep. SHRP-A-369. 1994.
27. Sybilski D. Non-newtonian viscosity of polymer-modified bitumens // Materials and Structures 1993. V. 26. P. 15–23. DOI:10.1007/BF02472233
28. Малкин А.Я., Исаев А.И. Реология: концепции, методы, приложения. Санкт-Петербург : Профессия, 2007. 560 с.
29. Матвиенко О.В., Унгер Ф.Г., Базуев В.П. Математические модели производственных процессов для приготовления битумных дисперсных систем. Томск : Изд-во ТГАСУ, 2015.
30. Кутепов А.М., Полянин Л.Д., Запryanов З.Д., Вязьмин А.В., Казенин Д.А. Химическая гидродинамика : справочное пособие. Москва : Бюро Квантум, 1996.
31. Климов Д.М., Петров А.Г., Георгиевский Д.В. Вязкопластические течения: динамический хаос, устойчивость и перемешивание. Москва : Наука, 2005.
32. Уилкинсон У.Л. Неньютоновские жидкости. Москва: Мир, 1964.
33. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Сабылина Н.Р., Асеева А.Е., Суртаева А.А. Исследование установившегося течения вязкопластического битумного вяжущего, описываемого моделью Шведова – Бингама, в цилиндрической трубе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2019. Т. 21. № 3. С. 158–177.
34. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Дульзон Н.К. Математическое моделирование течения закрученного потока вязкопластической жидкости в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2014. Т. 87. № 5. С. 1129–1137.
35. Матвиенко О.В., Евтюшкин Е.В. Математическое исследование сепарации дисперсной фазы в гидроциклоне при очистке вязкопластических буровых растворов // Инженерно-физический журнал. 2011. Т. 84. № 2. С. 243–252.
36. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Асеева А.Е. Математическое моделирование течения закрученного потока псевдопластической жидкости Балкли – Гершеля в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2019. Т. 92. № 1. С. 215–226.
37. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Асеева А.Е. Математическое моделирование течения закрученного потока дилатантной жидкости Балкли – Гершеля в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2019. Т. 92. № 6. С. 2641–2651.
38. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Южанова Н.К. Математическое моделирование течения закрученного потока дилатантной жидкости в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2014. Т. 87. № 1. С. 192–199.
39. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Южанова Н.К. Математическое моделирование течения закрученного потока псевдопластической жидкости в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2011. Т. 84. № 3. С. 544–547.
40. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Москва : Наука, 1974.
41. Перминов А.В., Любимова Т.П. Устойчивость стационарного плоскопараллельного течения псевдопластической жидкости в плоском вертикальном слое // Вычислительная механика сплошных сред. 2014. Т. 7. № 3. С. 270–278.

42. *Матвиенко О.В.* Исследование установившегося течения псевдопластической жидкости, описываемой моделью Сиско, в цилиндрической трубе // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2018. № 55. С. 99–112.
43. *Матвиенко О.В.* Численное исследование течения неньютоновских жидкостей в цилиндрическом канале // Известия высших учебных заведений. Физика. 2014. Т. 57. № 8-2. С. 183–189.
44. *Матвиенко О.В., Агафонцева М.В., Базуев В.П.* Исследование динамики пузырька в закрученном потоке нелинейно-вязкой жидкости // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2012. №. 4. С. 144–156.

## REFERENCES

1. Metodicheskie rekomendatsii po proektirovaniyu zhestkih dorozhnyh odezhd [Recommendations for road pavement design]. Moscow: Informavtodor, 2004. (rus)
2. Tehnicheskie rekomendatsii po ustrojstvu i priemkev jekspluatatsiju dorozhnyh pokrytij s uchetom trebovanij mezhdunarodnyh standartov po rovnosti [Technical recommendations for pavement operation with regard to requirements for international standards for evenness]. Moscow, 2003. (rus)
3. *Babak O.G., Starkov G.B.* Primeneniye modifitsirovannykh vyazhushchikh v dorozhnom stroitel'stve [Modified binders in road construction]. *Dorozhnaya tekhnika i tekhnologii*. 2001. No. 5. Pp. 72–75. (rus)
4. *Gorshenina G.I., Mikhaylov N.V.* Polimerbitumnyye izolyatsionnyye materialy [Polymer bitumen insulation materials]. Moscow: Nedra, 1967. 210 p. (rus)
5. *Kulizhnikov A.M.* Trebovaniya k gruntam zemlyanogo polotna i podstilayushchego osnovaniya [Requirements for subgrade soils]. *Avtomobil'nyye dorogi*. 2012. No. 5. Pp. 82–83. (rus)
6. *Efimenko S.V., Efimenko V.N., Badina M.V.* Nekotoryye osobennosti obosnovaniya svoystv prochnosti i deformiruyemosti glinistykh gruntov dlya proyektirovaniya dorozhnykh odezhd [Substantiation for strength and deformability properties of clay soils for road pavement design]. *Dorogi i mosty*. 2016. No. 35/1. Pp. 70–82. (rus)
7. *Churilin V., Efimenko S., Matvienko O., Bazuev V.* Simulation of stresses in asphalt-concrete pavement with frost heaving. *MATEC Web of Conferences*. 2018. V. 216. DOI: 10.1051/mateconf/201821601011.
8. *Matvienko O.V., Bazuev V.P., Venik V.N., Bazarov R.B., Arutyunyan E.R.* Matematicheskoye modelirovaniye sdvigoustoychivosti asfal'tobetonykh pokrytij avtomobil'nykh dorog [Mathematical modelling of road pavement shear-resistance]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2017. No. 4 (63). Pp. 158–170. (rus)
9. *Matvienko O.V., Bazuev V.P., Churilin V.S.* Modelirovaniye napryazheniy i deformatsiy dorozhnykh pokrytij [Modeling of stresses and deformations of road pavements]. *Dorogi i mosty*. 2016. No. 2 (36). Pp. 139–153. (rus)
10. *Rudenskaya I.M., Rudenskiy A.V.* Organicheskiye vyazhushchiye dlya dorozhnogo stroitel'stva [Organic binders for road construction]. Moscow: Transport, 1984. 229 p. (rus)
11. *Gokhman L.M.* Primeneniye polimerno-bitumnykh vyazhushchikh v dorozhnom stroitel'stve [Application of polymer-bitumen binders in road construction]. *Dorozhnaya tekhnika i tekhnologii*. 2001. No. 5. Pp. 65–70. (rus)
12. *Kaganovich Ye.V., Kartseva I.I., Izmailova G.G.* Polimernyye modifikatory bituma i asfal'tobetona [Bitumen and asphalt concrete polymer modifiers]. *Vestnik KazdorNII*. 2004. No. 1 (2). Pp. 44–47. (rus)
13. *Matvienko O.V., Bazuev V.P., Yuzhanova N.K.* Chislennoye issledovaniye perekhoda k turbulentnomu rezhimu techeniya vnutrennikh zakruchennykh potokov bitumnykh vyazhushchikh [Numerical study of transition to turbulent flow conditions of internal twisted streams of bituminous binders]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2013. No. 2. Pp. 132–143. (rus)
14. *Matvienko O.V., Bazuev V.P., Dul'zon N.K., Smirnova N.G., Agafonova M.V.* Chislennoye issledovaniye struktury techeniya i teploobmena pri zakruchennom techenii bitumnodispersnykh sistem v tsilindricheskikh kanalakh [Numerical investigation of flow structure and

- heat exchange of swirling flows of disperse bitumen systems in cylindrical channels]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2014. No. 2 (43). Pp. 80–93. (rus)
15. Matvienko O.V. Issledovaniye teploobmena i formirovaniya turbulentnosti vo vnutrennem zakruchennom potoke zhidkosti pri nizkikh chislakh Reynol'dsa [Heat exchange and turbulence formation in internal fluid eddy current at low Reynolds number]. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*. 2014. V. 87. No. 4. Pp. 908–918. (rus)
  16. Matvienko O.V., Bazuyev V.P., Smirnova N.G., Pushkareva G.V., Dul'zon N.K. Issledovaniye smesheniya koaksial'nykh zakruchennykh potokov dlya prigotovleniya bitumnykh dispersnykh sistem [A study of mixing coaxial swirling flows for preparation of asphalt dispersion systems]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2014. No. 3 (44). Pp. 123–134. (rus)
  17. Matvienko O.V., Bazuyev V.P., Turkasova N.G., Baygulova A.I. Issledovaniye protsessa modifikatsii bituma v inzhektorom smesitele [Investigation of bitumen modification in injector mixer]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2013. No. 3. Pp. 202–213. (rus)
  18. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Venik V.N., Smirnova N.G. Numerical investigation of Herschel-Bulkley fluids mixing. In: *IOP Conf. Ser. "Materials Science and Engineering Advanced Materials in Construction and Engineering"*, 2014; *Proc. Int. Sci. Conf. of Young Scientists 'Advanced Materials in Construction and Engineering'*, 2015. Pp. 012034.
  19. Matvienko O.V., Efa A.K., Bazuyev V.P., Yevtyushkin Ye.V. Chislennoye modelirovaniye raspada turbulentnoy strui v sputnom zakruchennom potoke [Numerical simulation of turbulent jet decay in satellite eddy current]. *Izvestiya vuzov. Fizika*. 2006. V. 49. No.6. Pp. 96–107. (rus)
  20. Bazuyev V.P., Matvienko O.V., Voronenko V.L. Modelirovaniye protsessa modifitsirovaniya bituma v kavitatsionno-smesitel'nom dispergatore [Simulation of bitumen modification process in cavitation-mixing dispersant]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2010. No. 4. Pp. 121–128. (rus)
  21. Matvienko O.V., Bazuyev V.P., Venik V.N., Smirnova N.G. Chislennoye issledovaniye protsessa obrazovaniya kavitatsionnykh puzyr'kov v smesitel'nom ustroystve [Computational investigation of cavitation in cavitation disperser]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2014. No. 4 (45). Pp. 231–245. (rus)
  22. Matvienko O.V., Bazuyev V.P., Venik V.N., Smirnova N.G. Eksperimental'noye issledovaniye protsessa kavitatsii v tekhnologicheskikh ustroystvakh [Experimental study of cavitation in different apparatuses]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2015. No. 6. Pp. 165–176. (rus)
  23. Gun R.B. Neftyanyye bitумы [Oil bitumen]. Moscow: Khimiya, 1973. 432 p. (rus)
  24. Grudnikov I.B. Proizvodstvo neftnykh bitumov [Oil bitumen production]. Moscow: Khimiya, 1983. 192 p. (rus)
  25. Zolotarev V.A. Dorozhnyye bitumnyye vyazhushchiye i asfal'tobeton [Road bitumen binders and asphalt concrete]. Kharkov: KHNADU, 2014. 180 p. (rus)
  26. Anderson A., Christensen D.W., Bahia H.U., Dongre R., Sharma M.G., Antle C.E., Button J. Strategic highway research program. Technical Report SHRP-A-369. 1994.
  27. Sybilski D. Non-Newtonian viscosity of polymer-modified bitumen. *Materials and Structures*. 1993. V. 26, Pp. 15–23. DOI:10.1007/BF02472233
  28. Malkin A.Ya., Isayev A.I. Reologiya: kontseptsii, metody, prilozheniya [Rheology: concepts, methods, applications]. St.-Petersburg: Professiya, 2007. 560 p. (rus)
  29. Matviyenko O.V., Unger F.G., Bazuyev V.P. Matematicheskiye modeli proizvodstvennykh protsessov dlya prigotovleniya bitumnykh dispersnykh sistem [Mathematical models of production processes for preparation of bituminous dispersion systems]. Tomsk: TSUAB, 2015. (rus)
  30. Kutepov A.M., Polyanin L.D., Zapryanov Z.D., Vяз'мин A.V., Kazenin D.A. Khimicheskaya gidrodinamika: spravochnoye posobiye [Chemical hydrodynamics: reference book]. Moscow: Byuro Kvantum, 1996. (rus)
  31. Klimov D.M., Petrov A.G., Georgiyevskiy D.V. Vyazkoplachesticheskiye techeniya: dinamicheskii khaos, ustoychivost' i peremeshivaniye [Viscoplastic currents: dynamic chaos, stability and mixing]. Moscow: Nauka, 2005. (rus)
  32. Wilkinson U.L. Nen'yutonovskiy zhidkosti [Non-Newton liquids]. Moscow: Mir, 1964. (rus)
  33. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Sabylina N.R., Aseeva A.E., Surtaeva A.A. Issledovanie ustanovivshegosya techeniya vyazkoplachesticheskogo bitumnogo vyazhushchego, opisyvaemogo

- model'yu Shvedova – Bingama, v tsilindricheskoi trube [Shvedov-Bingham model of steady flow of visco-plastic bitumen binder in cylindrical tube]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturnostroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture*. 2019. V. 20. No. 3. Pp. 158–177. (rus)
34. Matvienko O.V., Bazuyev V.P., Dul'zon N.K. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka vyazkoplasticheskoy zhidkosti v tsilindricheskom kanale [Mathematical simulation of swirling flow of viscoplastic liquid in cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*. 2014. V. 87. No. 5. Pp. 1129–1137. (rus)
35. Matvienko O.V., Yevtyushkin E.V. Matematicheskoye issledovaniye separatsii dispersnoy fazy v gidrotsiklone pri oчитке vyazkoplasticheskikh burovnykh rastvorov [Mathematical study of disperse phase separation in hydrocyclone in viscoplastic drilling fluid purification]. *Inzhenerno-Fizicheskiy zhurnal*. 2011. V. 84. No. 2. Pp. 243–252. (rus)
36. Matvienko O.V., Bazuyev V.P., Aseeva A.E. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka psevdoplasticheskoy zhidkosti Balkli–Gershelya v tsilindricheskom kanale [Mathematical simulation of swirling flow of Balkley-Gershel pseudoplastic liquid in cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*. 2019. V. 92. No. 1. Pp. 215–226. (rus)
37. Matvienko O.V., Bazuyev V.P., Aseeva A.E. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka dilatantnoy zhidkosti Balkli – Gershelya v tsilindricheskom kanale [Mathematical simulation of swirling flow of Balkley-Gershel dilatant fluid in cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*. 2019. V. 92. No. 6. Pp. 2641–2651. (rus)
38. Matvienko O.V., Bazuyev V.P., Yuzhanova N.K. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka dilatantnoy zhidkosti v tsilindricheskom kanale [Mathematical simulation of swirling flow of dilatant fluid in cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*. 2014. V. 87. No. 1. Pp. 192–199. (rus)
39. Matvienko O.V., Bazuyev V.P., Yuzhanova N.K. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka psevdoplasticheskoy zhidkosti v tsilindricheskom kanale [Mathematical simulation of swirling flow of pseudoplastic fluid in cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*. 2011. V. 84. No. 3. Pp. 544–547. (rus)
40. Loytsyanskiy L.G. Mekhanika zhidkosti i gaza [Fluid and gas mechanics]. Moscow: Nauka, 1974. (rus)
41. Perminov A.V., Lyubimova T.P. Ustoychivost' statsionarnogo ploskoparallel'nogo techeniya psevdoplasticheskoy zhidkosti v ploskom vertikal'nom sloye [Stability of stationary plane-parallel flow of pseudoplastic fluid in flat vertical layer]. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred*. 2014. V. 7. No. 3. Pp. 270–278. (rus)
42. Matvienko O.V. Issledovaniye ustanovivshegosya techeniya psevdoplasticheskoy zhidkosti, opisyyayemoy model'yu Sisko, v tsilindricheskoy trube [Established flow of pseudoplastic liquid in cylindrical tube in terms of the Sisko model]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*. 2018. No. 55. Pp. 99–112. (rus)
43. Matvienko O.V. Chislennoye issledovaniye techeniya nen'yutonovskikh zhidkostey v tsilindricheskom kanale [Numerical study of non-Newtonian fluids in cylindrical channel]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Fizika*. 2014. V. 57. No. 8-2. Pp. 183–189. (rus)
44. Matvienko O.V., Agafontseva M.V., Bazuyev V.P. Issledovaniye dinamiki puzyr'ka v zakruchennom potoke nelineynno-vyazkoy zhidkosti [Bubble dynamics in swirling flow of nonlinear and viscous liquids]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2012. No. 4. Pp. 144–156. (rus)

#### Сведения об авторах

Матвиенко Олег Викторович, докт. физ.-мат. наук, профессор, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2; профессор, Томский государственный университет, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.

Базуев Виктор Павлович, канд. физ.-мат. наук, ст. научный сотрудник, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2.

*Черкасов Илья Сергеевич*, магистрант, Томский государственный университет, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.

*Литвинова Алёна Евгеньевна*, магистрант, Томский государственный университет, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.

#### **Authors Details**

*Oleg V. Matvienko*, DSc, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanaya Sq., 634003, Tomsk, Russia; National Research Tomsk State University, 36, Lenin Ave., 634050, Tomsk, Russia.

*Viktor P. Bazuev*, PhD, Senior Research Assistant, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanaya Sq., 634003, Tomsk, Russia.

*Ilya S. Cherkasov*, MSc, National Research Tomsk State University, 36, Lenin Ave., 634050, Tomsk, Russia.

*Aleona E. Litvinova*, MSc, National Research Tomsk State University, 36, Lenin Ave., 634050, Tomsk, Russia.