ОСНОВАНИЯ И ФУНДАМЕНТЫ, ПОДЗЕМНЫЕ СООРУЖЕНИЯ

УДК 624.073.2

DOI: 10.31675/1607-1859-2019-21-1-201-208

*Е.В. БАРМЕНКОВА,
Национальный исследовательский
Московский государственный строительный университет*

РАСЧЕТ ПЛИТ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ С ПЕРЕМЕННЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ПОСТЕЛИ

Описан расчет плит на упругом основании с переменным и постоянным коэффициентом постели, как двухслойных, так и однослойных. Расчет основан на решении дифференциального уравнения изгиба плиты методом конечных элементов. Результаты расчета сравниваются для различных моделей плиты и упругого основания. Расчеты для двухслойной плиты на упругом основании с переменным коэффициентом постели приведены для различной высоты верхнего слоя.

Ключевые слова: метод конечных элементов; многослойные конструкции; плита на упругом основании; система «здание – фундамент – основание».

Для цитирования: Барменкова Е.В. Расчет плит переменной жесткости на упругом основании с переменным коэффициентом постели // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2019. Т. 21. № 1. С. 201–208.

*E.V. BARMEKOVA,
The National Research Moscow State University of Civil Engineering*

STRENGTH ANALYSIS OF VARIABLE RIGIDITY SLABS ON ELASTIC SUPPORT WITH VARIABLE SUBGRADE RATIO

The paper presents the strength analysis of variable rigidity slabs on elastic support with the variable subgrade ratio. The analysis is based on a solution of the differential equation of the slab flexure using the finite element method. The results are obtained for different slabs on the elastic support. The results are presented for the different thickness of the upper layer of the two-layer slab on the elastic support with the variable subgrade ratio.

Keywords: finite element method; multilayer structure; elastic support; building-foundation system.

For citation: Barmekova E.V. Raschet plit peremennoi zhestkosti na uprugom osnovanii s peremennym koeffitsientom posteli [Strength analysis of variable rigidity

slabs on elastic support with variable subgrade ratio]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2019. V. 21. No. 1. Pp. 201–208.

Введение

Рассматриваемая в статье задача имеет отношение к расчету фундаментных плит, нагруженных весом конструкций и контактирующих с основанием [1–4].

В настоящей статье рассматривается задача, когда фундаментная плита рассчитывается совместно с надфундаментными конструкциями и упругим основанием, что, по сути, соответствует задаче изгиба двухслойной плиты на упругом основании [1–4], нижний слой которой моделирует фундамент, верхний – надфундаментные конструкции.

Для решения поставленной задачи расчета двухслойной плиты на упругом основании с переменным и постоянным коэффициентом постели в работе используется метод конечных элементов.

1. Изгиб двухслойной плиты переменной жесткости на упругом основании с переменным коэффициентом постели

Решим задачу изгиба двухслойной плиты переменной жесткости, свободно лежащей на упругом винклеровском основании, со следующими характеристиками: $a_1 = b_1 = 30$ м, $\nu = 0,2$; $h_1 = 1$ м, $E_1 = 10^7$ кПа, $\gamma_1 = 25$ кН/м³; в центре плиты: $a_2 = b_2 = 20$ м, $h_2 = 9$ м, $E_2 = 10^6$ кПа, $\gamma_2 = 2,5$ кН/м³; в остальной части плиты: $h_2 = 0$, $E_2 = 0$, $\gamma_2 = 0$ (рис. 1, а). Коэффициент постели грунта в каждой точке разбиения сетки различен: $C_2 = 0,3 C_1$; $C_3 = 0,4 C_1$; $C_4 = 0,6 C_1$; $C_5 = 0,7 C_1$; $C_6 = 0,5 C_1$; $C_7 = 0,7 C_1$; $C_8 = 0,8 C_1$; $C_9 = 0,8 C_1$; $C_{10} = 0,9 C_1$; $C_1 = 10\,000$ кН/м³ (рис. 2). Для сравнения рассматривается вариант, когда по всей площади плиты $C_0 = C_1 = \text{const}$ (рис. 1, в).

Также рассмотрим исходную задачу в традиционной постановке, т. е. выполним расчет однослойной плиты постоянной жесткости, свободно лежащей на упругом винклеровском основании, используя характеристики, которые указаны выше для нижнего слоя плиты. Изгиб такой плиты рассмотрим под действием переменной поверхностной нагрузки (рис. 1, б). Так же, как и для двухслойной плиты, рассматривается вариант, когда по всей площади плиты $C_0 = \text{const}$ (рис. 1, г).

Задача решается с использованием метода конечных элементов [5, 6]. При реализации метода конечных элементов широкое распространение получили идеи метода перемещений, однако в ряде случаев весьма плодотворным является применение идей смешанного метода [7, 8]. В данном случае в качестве неизвестных в каждом узле принимаются одновременно прогиб и два распределенных изгибающих момента, действующих в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

При решении как двухслойная, так и однослойная плиты разбиваются на 36 частей (6×6), при этом в силу симметрии относительно осей Ox и Oy рассматривается лишь четверть плиты (рис. 2).

Рис. 1. Расчетные схемы изгиба двухслойной (а, б) и однослойной (б, з) плит на упругом основании с переменным (а, б) и постоянным (б, з) коэффициентами постели

Рис. 2. Схема разбиения четверти плиты

Для сравнения результатов расчетов в таблице приведены максимальные значения изгибающих и крутящих моментов, а также вертикальных перемещений, возникающих при изгибе двухслойной и однослойной плит на упругом основании с переменным и постоянным коэффициентом постели.

Результаты расчета

Расчетная схема	Коэффициент жесткости упругого основания	Максимальное значение вертикальных перемещений, мм	Максимальное значение изгибающих моментов, кНм/м	Максимальное значение крутящих моментов, кНм/м
Однослойная плита	Постоянный	7,52	57,42	9,16
	Переменный	10,17	145,25	20,23
Двухслойная плита	Постоянный	5,71	1135,88	192,13
	Переменный	5,51	2196,25	350,23

Зная значения внутренних усилий, можно определить напряжения согласно формулам, приведенным в работах [1, 2]. На рис. 3 представлены эпюры нормальных σ_x и σ_z (рис. 3, а, б) и касательных τ_{xz} (рис. 3, в) напряжений, построенные на основе полученных внутренних усилий в результате расчета однослойной модели (традиционная постановка задачи) и двухслойной модели (совместный расчет) плиты методом конечных элементов.

Рис. 3. Эпюры нормальных σ_x (а), σ_z (б) и касательных τ_{xz} (в) напряжений

Эпюры напряжений σ_x (σ_y) построены для сечения $x = 5$, $y = 0$; σ_z – для сечения $x = 0$, $y = 0$; τ_{xy} – для сечения $x = 5$, $y = 5$. Для каждой из эпюр используются следующие обозначения: 1 – модель однослойной плиты на упругом основании с переменным коэффициентом постели; 2 – модель однослойной плиты на упругом основании с постоянным коэффициентом постели; 3 – модель двухслойной плиты с переменным коэффициентом постели; 4 – модель двухслойной плиты с постоянным коэффициентом постели.

Сравнивая результаты расчетов двухслойной и однослойной плит с одинаковыми характеристиками упругого основания, следует отметить, что значения внутренних усилий, возникающих при изгибе двухслойной плиты, значительно больше, чем внутренних усилий, возникающих при изгибе однослойной плиты. При одинаковых условиях задачи характер эпюр нормальных и касательных напряжений двухслойной плиты отличается от характера эпюр напряжений однослойной плиты.

2. Изгиб двухслойной плиты переменной жесткости на упругом основании с переменным коэффициентом постели с учетом различной высоты верхнего слоя

Рассмотрим решение задачи изгиба двухслойной плиты на упругом основании с переменным коэффициентом постели с учетом различной высоты верхнего слоя, т. е. надфундаментной конструкции, $h_2 = 0, 3, 6, 9, 12$ м. Остальные характеристики для плиты принимаем аналогично представленным в разд. 1.

На рис. 4 представлено сравнение эпюр прогибов w и изгибающих моментов M_x в зависимости от высоты верхнего слоя двухслойной плиты. Эпюры представлены в двух вариантах: первый – для точек, которые находятся на диагонали плиты, а второй – для точек, находящихся на оси симметрии плиты. Цифры на рисунке соответствуют значениям h_2 , м: 1 – $h_2 = 0$; 2 – $h_2 = 3$; 3 – $h_2 = 6$; 4 – $h_2 = 9$; 5 – $h_2 = 12$.

На рис. 5 представлены эпюры нормальных σ_x , σ_z и касательных τ_{xy} напряжений для двухслойной плиты переменной жесткости на упругом основании с переменным коэффициентом постели с учетом наращивания высоты надфундаментной конструкции.

Укажем характерные особенности приведенных на рис. 5 эпюр напряжений.

Эпюры нормальных σ_x и касательных τ_{xy} напряжений для двухслойной плиты на границе двух слоев имеют разрыв (скачок) в связи с тем, что модули упругости фундамента и надфундаментной конструкции различны.

Эпюры нормальных напряжений σ_z для двухслойной плиты на границе двух слоев имеют точки перелома.

Следует отметить, что напряжения в верхнем слое двухслойной плиты являются условными, т. к. надфундаментные конструкции, моделирующие этот слой, представлены сплошным телом. В то же время напряжения в нижнем слое двухслойной плиты являются реальными, т. к. учитывают совместную работу фундамента, надфундаментных конструкций и основания, и их характер должен учитываться при проектировании.

Рис. 4. Эпюры прогибов w для точек плиты, которые находятся на диагонали (а) и для точек плиты, находящихся на оси симметрии плиты (б), изгибающих моментов M_x для точек плиты, которые находятся на диагонали (в), и для точек плиты, находящихся на оси симметрии плиты (г)

Рис. 5. Эпюры нормальных σ_x (а), σ_z (б) и касательных τ_{xy} (в) напряжений, возникающих в двухслойной плите переменной жесткости на упругом основании с переменным коэффициентом постели, высота верхнего слоя:
 $1 - h_2 = 0$ м; $2 - h_2 = 3$ м; $3 - h_2 = 6$ м; $4 - h_2 = 9$ м; $5 - h_2 = 12$ м

Заключение

В статье для исследования напряженно-деформированного состояния конструкций зданий и фундаментов, взаимодействующих с грунтовым основанием, с учетом их совместной работы приведены результаты решения следующих задач:

- изгиб двухслойной плиты переменной жесткости на упругом основании с постоянным и переменным коэффициентом постели;
- изгиб двухслойной плиты переменной жесткости на упругом основании с учетом различной высоты верхнего слоя.

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

Использование модели двухслойной плиты, моделирующей систему «здание – фундамент», соответствует реальной совместной работе фундамента и надфундаментных конструкций, при этом последние воспринимают на себя значительную часть нагрузки, что обуславливает перераспределение внутренних усилий и напряжений в системе. При этом в первую очередь совместно с фундаментом деформируются нижние этажи здания, по мере удаления в сторону верхних этажей этот эффект совместной работы фундамента и надфундаментных конструкций ослабевает.

Эпюры нормальных σ_x и касательных τ_{xy} напряжений для двухслойной плиты на границе двух слоев имеют разрыв (скачок), в связи с тем что модули упругости фундамента и надфундаментной конструкции различны, эпюры нормальных напряжений σ_z на границе двух слоев имеют точки перелома.

Таким образом, полученные в настоящей работе результаты лишь подтверждают известные факты совместного деформирования фундамента и надфундаментной конструкции.

В заключение отметим, что для реализации практической потребности в разработке инженерных методов прогноза напряженно-деформированного состояния системы «здание – фундамент – основание» с использованием достаточно простых моделей здания и основания целесообразно проводить расчеты с применением представленной в настоящей статье модели в виде двухслойной плиты на упругом основании, характеризующемся переменным коэффициентом постели.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Андреев В.И., Барменкова Е.В. Расчет двухслойной плиты на упругом основании с учетом собственного веса // Теоретические основы строительства: труды XIX Российско-польско-словацкого семинара. Жилина, 2010. С. 39–44.
2. Andreev V.I., Barmenkova E.V. A two-layer slab bending on an elastic basis with consideration of dead weight // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2010. V. 6. I. 1, 2. P. 33–38.
3. Андреев В.И., Барменкова Е.В., Матвеева А.В. Расчет плит переменной жесткости на упругом основании методом конечных разностей // Вестник МГСУ. 2014. № 12. С. 31–39.
4. Andreev V.I., Barmenkova E.V., Matveeva A.V. On taken into account the joint work structures and foundations // Proceeding of 7th International conference on contemporary problems of architecture and construction 19–21.11.2015. Florence, 2015. P. 465–470.
5. Orehov V.V. Consideration of building construction when calculation settlements and coefficients of subgrade reaction of bed // Soil Mechanics and Foundation Engineering. 2007. V. 44. I. 4. P. 115–118.

6. Akimov P.A., Mozgaleva M.L. Wavelet-based multilevel discrete-continual finite element method for local plate analysis // *Applied mechanics and materials*. 2013. V. 351–352. P. 13–16.
7. Игнат'ев В.А., Игнат'ев А.В. Решение плоской задачи теории упругости по методу конечных элементов в форме классического смешанного метода // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: строительство и архитектура. 2013. № 31-2(50). С. 337–343.
8. Клочков Ю.В., Николаев А.П., Гуреева Н.А. Расчет оснований и фундаментов на основе метода конечных элементов в смешанной формулировке с учетом физической нелинейности // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: строительство и архитектура. 2013. № 30. С. 87–94.

REFERENCES

1. Andreev V.I., Barmenkova E.V. Raschet dvuh-slojnoj plity na uprugom osnovanii s uchetom sobstvennogo vesa [Dead weight two-layer slab on elastic support]. Trudy XIX Rossijsko-pol'sko-slovackogo seminar "Teoreticheskie osnovy stroitel'stva" (Proc. 19th Russ.-Poland Seminar 'Theory of Construction'). Zhilina, 2010. Pp. 39–44. (rus)
2. Andreev V.I., Barmenkova E.V. A two-layer slab bending on an elastic basis with consideration of dead weight. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2010. V. 6. No. 1, 2. Pp. 33–38.
3. Andreev V.I., Barmenkova E.V., Matveeva A.V. Raschet плит переменной жесткости на упругом основании методом конечных разностей [Strength analysis of slabs with variable rigidity on elastic support using finite element method]. *Vestnik MGSU*. 2014. No. 12. Pp. 31–39. (rus)
4. Andreev V.I., Barmenkova E.V., Matveeva A.V. On taken into account the joint work structures and foundations. *Proc. 7th Int. Conf. "Contemporary Problems of Architecture and Construction"*. Florence, 2015. Pp. 465–470.
5. Orehov V.V. Consideration of building construction when calculation settlements and coefficients of subgrade reaction of bed. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2007. V. 44. No. 4. Pp. 115–118.
6. Akimov P.A., Mozgaleva M.L. Wavelet-based multilevel discrete-continual finite element method for local plate analysis. *Applied Mechanics and Materials*. 2013. V. 351–352. Pp. 13–16.
7. Ignat'ev V.A., Ignat'ev A.V. Reshenie ploskoj zadachi teorii uprugosti po metodu konechnyh elementov v forme klassicheskogo smeshannogo metoda [Plane problem solution of elasticity theory using the finite element method and classical mixed method]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Serija: Stroitel'stvo i arhitektura*. 2013. No. 31-2 (50). Pp. 337–343. (rus)
8. Klochkov Ju.V., Nikolaev A.P., Gureeva N.A. Raschet osnovanij i fundamentov na osnove metoda konechnyh elementov v smeshannoj formulirovke s uchetom fizicheskoj nelinejnosti [Finite element analysis of foundations in mixed formulation with regard to physical nonlinearity]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Serija: Stroitel'stvo i arhitektura*. 2013. No. 30. Pp. 87–94. (rus)

Сведения об авторе

Барменкова Елена Вячеславовна, канд. техн. наук, доцент, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, 26, elena_yurs@mail.ru

Author Details

Elena V. Barmenkova, PhD, A/Professor, The National Research Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavl'skoe Road, 129337, Moscow, Russia, elena_yurs@mail.ru