

DOI: 10.31675/1607-1859-2018-20-3-133-146

УДК 624.012.045/.042.8/.042.12, 624.072

В.С. ПЛЕВКОВ<sup>1</sup>, И.В. БАЛДИН<sup>1</sup>, С.В. БАЛДИН<sup>2</sup>, Р.А. ПЛЕВКОВ<sup>3</sup>,<sup>1</sup>Томский государственный архитектурно-строительный университет,<sup>2</sup>ООО «ТОМСКСЭП»,<sup>3</sup>Томский филиал АО «ГСПИ»

## РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ И ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ СОВМЕЩНОМ ДЕЙСТВИИ ПРОДОЛЬНЫХ СИЛ, ИЗГИБАЮЩИХ И КРУТЯЩИХ МОМЕНТОВ\*

Рассматриваются особенности расчета железобетонных элементов при совместном действии продольных сил, изгибающих и крутящих моментов с использованием поверхностей относительного сопротивления по прочности и трещиностойкости, для которых выявлены закономерности изменения границ предельных значений. При экспериментальных исследованиях сжатых железобетонных элементов при кручении установлены закономерности развития деформаций бетона и арматуры, характер трещинообразования и схемы разрушения, изменение несущей способности и деформативности экспериментальных образцов. Разработаны алгоритм и программа расчета железобетонных элементов при совместном действии продольных сил, изгибающих и крутящих моментов с наглядным, в графическом виде, представлением результатов расчетов.

**Ключевые слова:** железобетонные элементы; изгиб, кручение; прочность; трещиностойкость; поверхность относительного сопротивления.

**Для цитирования:** Плевков В.С., Балдин И.В., Балдин С.В., Плевков Р.А. Расчет прочности и трещиностойкости железобетонных элементов при совместном действии продольных сил, изгибающих и крутящих моментов // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2018. Т. 20. № 3. С. 133–146.

V.S. PLEVKOV<sup>1</sup>, I.V. BALDIN<sup>1</sup>, S.V. BALDIN<sup>2</sup>, R.A. PLEVKOV<sup>3</sup>,<sup>1</sup>Tomsk State University of Architecture and Building,<sup>2</sup>ООО 'TOMSKSEP',<sup>3</sup>АО 'GSPI' Tomsk Branch

## STRENGTH AND CRACK RESISTANCE ANALYSIS OF STEEL ELEMENTS UNDER AXIAL LOAD, FLEXURE MOMENT, AND TORQUE

The presents the strength analysis of reinforced concrete elements under combined action of the axial load, flexure moment and torque using the strength ratio between strength and crack resistance. The limit values for these parameters are detected. Experimental results describe the propagation of deformations in the concrete and reinforcement, crack formation, fracture, bearing capacity and deformability of test specimens. The algorithm and the structural analysis technique are proposed for the conditions of the joint effect of the axial load, flexure moment and torque. The diagrams are suggested for the calculation results.

\* Работа выполнена при поддержке государственного задания Министерства образования и науки РФ (номер проекта 9.6814.2017/8.9).

**Keywords:** reinforced concrete elements; flexure; torsion; strength; crack resistance; strength ratio.

**For citation:** Plevkov V.S., Baldin I.V., Baldin S.V., Plevkov R.A. Raschet prochnosti i treshchinostoikosti zhelezobetonnykh elementov pri sovmestnom deistvii prodol'nykh sil, izgibayushchikh i krutyashchikh momentov [Strength and crack resistance analysis of steel elements under axial load, flexure moment, and torque]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2018. V. 20. No. 3. Pp. 133–146. (rus)

### Введение

Проблема исследования сжатых или растянутых железобетонных элементов, работающих на кручение с изгибом, в современной теории железобетона относится к одной из наиболее сложных и недостаточно изученных. В любом конструктивном элементе, работающем на изгиб, возникает кручение за счет случайного эксцентриситета, обусловленного асимметрией сечения, неоднородностью материалов или внецентренным приложением вертикальной нагрузки. Существует целый класс конструкций (криволинейные и краевые балки, балки с боковыми консолями, наклонные арки, сложные рамы и пространственные каркасы зданий при ветровых и сейсмических воздействиях, опоры ЛЭП при одностороннем обрыве проводов и т. п.), в которых неучет кручения в расчетах может привести к конструктивным ошибкам и авариям, а также к неверному представлению картины распределения усилий в конструкциях. Современная научная литература, посвященная исследованию железобетонных конструкций, практически не затрагивает проблемы совершенствования метода расчета сжатых элементов на кручение с изгибом при динамических воздействиях. В основе действующей нормативной методики лежит схема с заменой реальной поверхности разрушения на идеализированную, согласно которой разрушение элемента происходит с образованием пространственной трещины, перпендикулярной направлению главных деформаций растяжения бетона на растянутой грани элемента, по сжатой грани фронт трещины совпадает с направлением главных деформаций сжатия бетона. При кручении наблюдаются четыре случая разрушения. Характер разрушения зависит от формы поперечного сечения, схемы поперечного и продольного армирования, соотношения силовых интенсивностей продольного и поперечного армирования, а также от соотношения ресурса прочности бетона на сжатие и ресурса прочности арматурной стали на растяжение. В настоящее время имеется больше десятка предложений по оценке прочности железобетона при наличии кручения. Наиболее прогрессивные методы и предложения, как правило, включаются в нормы [1–8].

### Постановка задачи

Согласно российским нормам расчет по прочности железобетонных элементов прямоугольного поперечного сечения на действие крутящих моментов производят на основе модели пространственных сечений, для которых составляются уравнения равновесия всех внутренних и внешних сил относительно оси, проходящей через центр сжатой зоны пространственного сечения

элемента. Внутренние моменты включают моменты, воспринимаемые продольной и поперечной арматурой, пересекающей пространственное сечение. При расчете рассматривают все положения пространственного сечения, принимая сжатую зону пространственного сечения у нижней, боковой и верхней граней элемента.

В зарубежных нормах сопротивление кручению может быть определено на основе расчета тонкостенного замкнутого пустотелого или сплошного сечения, для которого равновесие удовлетворяется замкнутой системой касательных напряжений [10, 11].

Предлагаемый метод расчета железобетонных элементов с использованием поверхностей относительного сопротивления по прочности и трещиностойкости в пространстве координат  $\alpha_n$ ,  $\alpha_m$ ,  $\alpha_t$  на основе нелинейной деформационной модели, реализующий нелинейные диаграммы деформирования бетона и арматуры, позволяет рассмотреть общий метод расчета прочности и трещиностойкости конструкций при одновременном действии продольных  $N_i(t)$ , изгибающих  $M_i(t)$  и крутящих моментов  $T_i(t)$  при статическом или динамическом нагружении во всем диапазоне загрузки конструкции от центрального растяжения до осевого сжатия. При этом за единичные величины приняты: прочность бетонного сечения на осевое сжатие ( $N_{b,\max} = R_{bd} \cdot A$ ) и прочность сжатого бетонного сечения на изгиб ( $M_{b,\max} = R_{bd} \cdot S$ , для прямоугольного сечения:  $A = b \cdot h$ ,  $S = b \cdot h^2/8$ ).

Условиям прочности сечений железобетонных элементов в пространстве относительных усилий

$$\alpha_n = N_i/(R_{bd}bh), \quad \alpha_m = 8M_i/(R_{bd}bh^2), \quad \alpha_t = 8T_i/(R_{bd}bh^2) \quad (1)$$

соответствует замкнутая выпуклая поверхность относительного сопротивления по прочности.

Границы пересечения поверхности относительного сопротивления по прочности с плоскостями  $\alpha_m$ - $\alpha_n$  и  $\alpha_t$ - $\alpha_n$ , обозначенные на рис. 1 линиями A и B соответственно, описываются выпуклыми кривыми и отрезками прямых. Между этими плоскостями принята криволинейная аппроксимация поверхности относительного сопротивления по прочности (линия C) железобетонных элементов, соответствующая СП 63.13330.2012<sup>1</sup>. Выявлены закономерности изменения границ областей относительной прочности нормальных сечений железобетонных элементов (плоскость  $\alpha_m$ - $\alpha_n$ ) в зависимости от формы сечения; вида и количества арматуры, её расположения в сечении; характера распределения напряжений в бетоне сжатой зоны и арматуры в сечении; изменения прочностных характеристик бетона и арматуры с учётом истории нагружения конструкции, а также кратковременных динамических воздействий [12–15].

Для железобетонных элементов граница области относительной прочности нормального сечения на плоскости  $\alpha_m$ - $\alpha_n$  (рис. 1) может быть представлена кривой второго порядка вида

$$\alpha_{m,ult} = \frac{\alpha_{m0}}{\alpha_{n,min}\alpha_{n,max}} [\alpha_{ni}(\alpha_{n,max} - \alpha_{n,min} - \alpha_{ni}) + \alpha_{n,min}\alpha_{n,max}]. \quad (2)$$

<sup>1</sup>СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-101-2003. М.: Минрегион России, 2012. 161 с.



$$\left(\frac{\alpha_{ti}}{\alpha_{t,ult}}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_{mi}}{\alpha_{m,ult}}\right)^2 = 1. \quad (5)$$

В выражениях (2) – (5) приняты следующие обозначения:

$\alpha_{ti} = 8T/R_{bd}bh^2$  – относительный крутящий момент;

$\zeta_s = z_s/h$  – относительное расстояние между арматурой  $A_s$  и  $A_s'$ ;

$\zeta_{0b} = b_0/b$  – относительная рабочая ширина сечения;

$\psi_q = \frac{q_s + q_{sw}}{R_{bd}h}$  – относительная силовая интенсивность армирования;

$\omega = (1 + \theta)\sqrt{\frac{1+\theta^2}{1+\theta^4}}$  – функциональная зависимость соотношения силовых

интенсивностей поперечного и продольного армирования;

$\theta = q_{sw}/q_s$ ;  $q_s = \frac{\sigma_s A_{s,tot}}{2(h_s + b_s)}$ ;  $q_{sw} = \frac{\sigma_{sw} A_{sw}}{S}$ ;

$q_s$ ,  $q_{sw}$  – равномерно распределенные силовые интенсивности продольного и поперечного армирования.

При этом границей минимального армирования при кручении согласно [3] следует применять условие  $\alpha_{s,tot} = \alpha_{sw} > 0,1$  ( $\alpha_{sw} = \frac{R_{sw} A_{sw}}{R_{bd}bh}$ ), а при назначении шага хомутов следует руководствоваться условием  $S < z_s$ . Области оптимального и рационального армирования при кручении получены в виде

$$\begin{aligned} 0,8 &\leq \theta \leq 1,2; \\ 0,8 &\leq \alpha_{sw}/\alpha_{s,tot} \leq 1,2; \\ 0,15 &\leq \alpha_{s,tot} \leq 0,3. \end{aligned}$$

Условия прочности сечений железобетонных элементов в относительных величинах будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{m,ult} - \alpha_{mi} &\geq 0, \\ \alpha_{n,ult} - \alpha_{ni} &\geq 0, \\ \alpha_{t,ult} - \alpha_{ti} &\geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Разность между компонентами векторов относительного сопротивления и действующих относительных усилий является компонентами векторов запаса прочности сечений железобетонных элементов при действии продольных сил, изгибающих и крутящих моментов.

Напряжения и деформации при кручении существенно зависят от формы и соотношения сторон поперечного сечения конструкции, нелинейной работы бетона и арматуры, условий закрепления элементов на опорах, места приложения крутящих моментов и их величин и др. [1–9, 20].

Выполненные численные расчеты МКЭ с использованием ВК SCAD и «Лира» экспериментальных железобетонных элементов при кручении показали, что теоретические углы закручивания элементов и эпюры напряжений совпадают с экспериментальными только на начальных этапах нагружения элементов, поэтому для оценки прочности элементов необходимо учитывать нелинейную работу бетона. Характер разрушения при кручении связан с типом напряженного состояния и особенностями сопротивления элементов из различных материалов линейным и угловым деформациям.

Для выявления характера трещинообразования и схем разрушения элементов с различными пролетами приложения крутящих моментов авторами

были проведены экспериментальные исследования на шестидесяти образцах с различными уровнями обжатия. Было установлено, что при кручении раскалывание происходит по плоскости, проходящей под углом больше  $45^\circ$  к продольной оси для малых ( $l < h$ ) пролетов приложения крутящих моментов и под углом  $45^\circ$  к продольной оси для ( $l > h$ ), т. е. имеет место клиновидный разлом. При этом чем больше отношение  $h/b$ , тем четче проявляется эта схема излома.

Аналогичные схемы излома были получены во многих опытах, проведенных над бетонными элементами прямоугольного сечения [16–21]. Это дает основание считать, что кручение вызывает изгибное состояние в наклонном сечении бетонного элемента и его прочность, а также трещиностойкость железобетонных элементов может быть оценена по теории ядровых моментов наклонного сечения высотой  $b$  и шириной  $h/\sin\varphi$  с жесткопластической или упругопластической эпюрами растянутой зоны наклонного сечения следующим выражением:

$$T_{b,ult} = T_{crc} = 0,08(11 + h/b)(R_{bmd}W_{k,pl}), \quad (7)$$

где  $W_{k,pl}$  – упругопластический момент сопротивления наклонного приведенного сечения высотой  $b$  и шириной  $h/\sin\varphi$ .

Для сжатых элементов необходимо учитывать, что в отличие от изгиба кручение вызывает растяжение у обеих широких граней, погашая часть усилий обжатия. В общем случае условие прочности для бетонных и трещиностойкости для железобетонных элементов может быть представлено выражением

$$\alpha_{tbul} = 8T_{b,ult}/(R_{bd}bh^2) = 0,64(11 + \lambda)(K_{crc}\Psi_{btm} + 0,3\alpha_n\zeta_r\sin\varphi), \quad (8)$$

где  $K_{crc} = W_{k,pl}/bh^2$  и  $\lambda = h/b$  – манипуляторы сечения бетонного элемента;  $\Psi_{btm} = R_{bmd}/R_{bd}$  – коэффициент, равный отношению нормативной динамической прочности бетона при растяжении к расчетной призматической прочности бетона на сжатие и изменяющийся в пределах от 0,14 до 0,08 в зависимости от класса бетона;  $\alpha_n = N/(R_{bd}bh)$  – относительное продольное сжимающее усилие;  $\zeta_r = r/h$  – относительное расстояние до ядровой точки, наиболее удаленной от грани, трещиностойкость которой определяется.

При определении упругопластического момента сопротивления наклонного приведенного сечения железобетонного элемента необходимо учитывать растянутую арматуру только у одной, широкой грани наклонного сечения элемента. При этом для симметрично армированных элементов прямоугольного сечения поверхность относительной трещиностойкости будет иметь вид, приведенный на рис. 2.

На рис. 2 приняты следующие зависимости границ сопротивления по трещиностойкости:

– для плоскости  $\alpha_m$ – $\alpha_n$  (линия D)

$$\alpha_{m,crc} = \frac{4}{3}\Psi_{btm}\gamma k_1 \left(1 - \frac{\alpha_{ni}}{\alpha_{n,crc}}\right), \text{ при } \alpha_{n,crc} = \Psi_{btm}k_3 < \alpha_{ni} < 0; \quad (9)$$

$$\alpha_{m,crc} = \frac{4}{3}\Psi_{btm}\gamma k_1 \pm \frac{4}{3}\alpha_n k_2 k_N, \text{ при } \alpha_{ni} > 0; \quad (10)$$

– для плоскости  $\alpha_t$ – $\alpha_n$  (линия E)

$$\alpha_{t,crc} = \frac{4}{3}\Psi_{btm}\gamma \frac{k_4}{\lambda} \alpha \left(1 - \frac{\alpha_{ni}}{\alpha_{n,crc}}\right), \text{ при } \alpha_{n,crc} = \Psi_{btm}k_3 < \alpha_{ni} < 0; \quad (11)$$

$$\alpha_{t,crc} = \left(\frac{4}{3}\psi_{btn}\gamma\frac{k_4}{\lambda} + 2,4\alpha_n\zeta_s\sin\varphi\right)\alpha, \text{ при } \alpha_{ni} > 0; \quad (12)$$

– между плоскостями  $\alpha_m$ - $\alpha_n$  и  $\alpha_t$ - $\alpha_n$  принята криволинейная аппроксимация поверхности вида (линия F)

$$\left(\frac{\alpha_{ti}}{\alpha_{t,crc}}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_{mi}}{\alpha_{m,crc}}\right)^2 = 1. \quad (13)$$

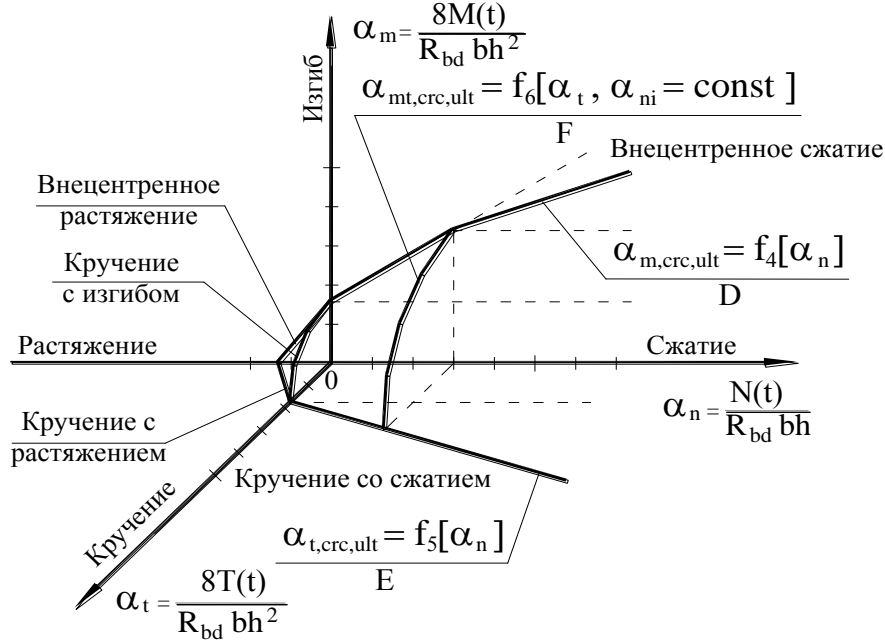


Рис. 2. Поверхность относительной трещиностойкости симметрично армированного железобетонного элемента прямоугольного сечения при действии продольной силы  $\alpha_n$ , изгибающего  $\alpha_m$  и крутящего  $\alpha_t$  моментов в пространстве  $\alpha_n$ - $\alpha_m$ - $\alpha_t$

В выражениях (9) – (13) приняты следующие обозначения:

$k_1 = 1 + 12\alpha_{sb}\mu_{s,tot}\zeta_s^2$  – коэффициент влияния арматуры на трещиностойкость элемента при изгибе;

$\mu_{s,tot} = \frac{A_{s,tot}}{A}$  – коэффициент продольного армирования элемента;

$\zeta_s = \frac{0,5h-a}{h} = 0,5 - \delta$ ;

$\delta = a/h$ ;

$\alpha_{sb} = \frac{E_s}{E_b} = \alpha'_{sb} = \frac{E'_s}{E_b}$ .

При этом для железобетонных элементов коэффициент  $k_1 \geq 1$ , для бетонных элементов  $k_1 = 1$ ;

$k_2 = \frac{1+12\alpha_{sb}\mu_{s,tot}\zeta_s^2}{1+\alpha_{sb}\mu_{s,tot}}$  – коэффициент влияния арматуры на трещиностойкость симметрично армированному элементу при внецентренном сжатии;

$k_3 = 1 + 2\alpha_{sb}\mu_{s,tot}$ ;

$$k_4 = 1/\sin\varphi;$$

$$\alpha = 0,08(11 + \lambda).$$

Выпуклость областей относительной трещиностойкости по постулату Д. Драккера и Р. Хилла достигается введением дополнительного коэффициента  $k_N$ , учитывающего влияние нормальных сил на изменение момента трещинообразования за счет развития неупругих деформаций в сжатой зоне сечения, равного

$$k_N = 1 - m[\alpha_n - \alpha_{n,crc}^{(0)}] \text{ при } \alpha_n > \alpha_{n,crc}^{(0)};$$

$$k_N = 1 \text{ при } 0 \leq \alpha_n \leq \alpha_{n,crc}^{(0)};$$

$$k_N = \gamma \text{ при } \psi_{btn} \leq \alpha_n \leq 0,$$

где  $m$  – коэффициент, зависящий от класса бетона, изменяется в пределах  $m = {}^4/7 \dots {}^5/7$  и дает наибольшее приближение к трансформации области трещиностойкости согласно нормативным документам на участке  $\alpha_n > \alpha_{n,crc}^{(0)}$ .

Принятая математическая модель позволяет достаточно точно оценивать прочность бетонных элементов при кручении. Диапазон отклонений опытных и теоретических данных по результатам испытания на кручение 37 бетонных балок составлял (–6...+9) %. Для 118 железобетонных балок расчетные значения крутящих моментов при образовании трещин отличались от опытных в пределах (–19...+25) %.

Наглядность и удобство в оценке прочности и трещиностойкости железобетонных элементов достигается наложением областей относительной прочности и трещиностойкости и векторным представлением действующих усилий [12–14], при этом наглядно видно соотношение усилий, при которых железобетонный элемент работает с трещинами или без таковых (рис. 3). В области между границами трещиностойкости и прочности ширина раскрытия трещин изменяется от минимального (нулевого) значения, соответствующего границе относительной трещиностойкости, до максимальных величин для границ области относительной прочности. Область работы с трещинами, ограниченная границами областей относительной трещиностойкости и прочности, может быть разделена на отдельные участки с различной шириной раскрытия трещин.

При динамических расчетах относительные поверхности сопротивления по прочности и трещиностойкости трансформируются вдоль временной координаты  $\tau$ , характеризующей динамическое упрочнение материалов.

Выполненные численные исследования влияния различных параметров (класса бетона, количества и расположения арматуры в сечении и др.) на изменение областей относительной прочности и трещиностойкости показали, что с увеличением класса бетона относительная трещиностойкость сечения уменьшается, а зона работы сечения элемента с трещинами увеличивается.

Появление нормальной трещины при уровне продольной сжимающей силы  $\alpha_n = 0,3 \dots 0,4$  происходит при относительном моменте меньше предельного значения по прочности на 10...29 % в зависимости от прочности бетона.

В результате анализа проведенных ранее экспериментов [5] была разработана программа экспериментальных исследований сжатых железобетонных



элементов при кручении, которая реализована в лаборатории кафедры железобетонных и каменных конструкций ТГАСУ. При испытаниях варьировалось: расположение продольной арматуры в поперечном сечении, наличие поперечной арматуры и ее шаг, величина продольной силы, характер действия крутящего момента (статическое или однократное динамическое нагружение). Для проведения экспериментов были запроектированы и изготовлены специальные стенды, позволяющие создавать продольное усилие и крутящий момент в любых комбинациях независимо друг от друга. При этом действие крутящего момента может быть как статическим, так и кратковременным динамическим [22].

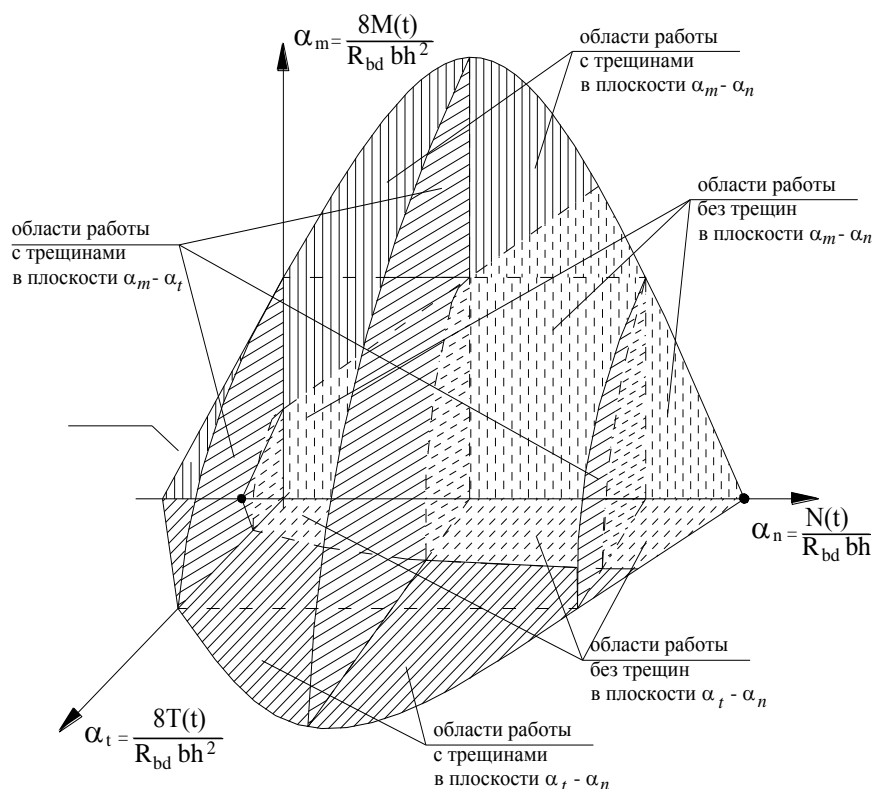


Рис. 3. Поверхности относительного сопротивления по прочности и трещиностойкости железобетонного элемента при действии продольной силы  $N(t)$  ( $\alpha_n$ ), изгибающего  $M(t)$  ( $\alpha_m$ ) и крутящего  $T(t)$  ( $\alpha_t$ ) моментов

Результаты экспериментальных данных позволили выявить закономерности развития деформаций на поверхности бетона и арматуры, характер трещинообразования и схемы разрушения (рис. 4), а также изменения несущей способности и деформативности экспериментальных образцов от варьируемых параметров.

Выявлено, что жесткость образцов на кручение при сжатии повышается и зависит от параметров образцов и величины продольной силы. Прочность на кручение при увеличении сжимающей силы до  $\alpha_n = (0,4 \dots 0,5)$  возрастает,

при дальнейшем увеличении сжимающей силы – понижается. Сопоставление результатов экспериментальных исследований с теоретическим расчетом по прочности и трещиностойкости показало их удовлетворительную сходимость.

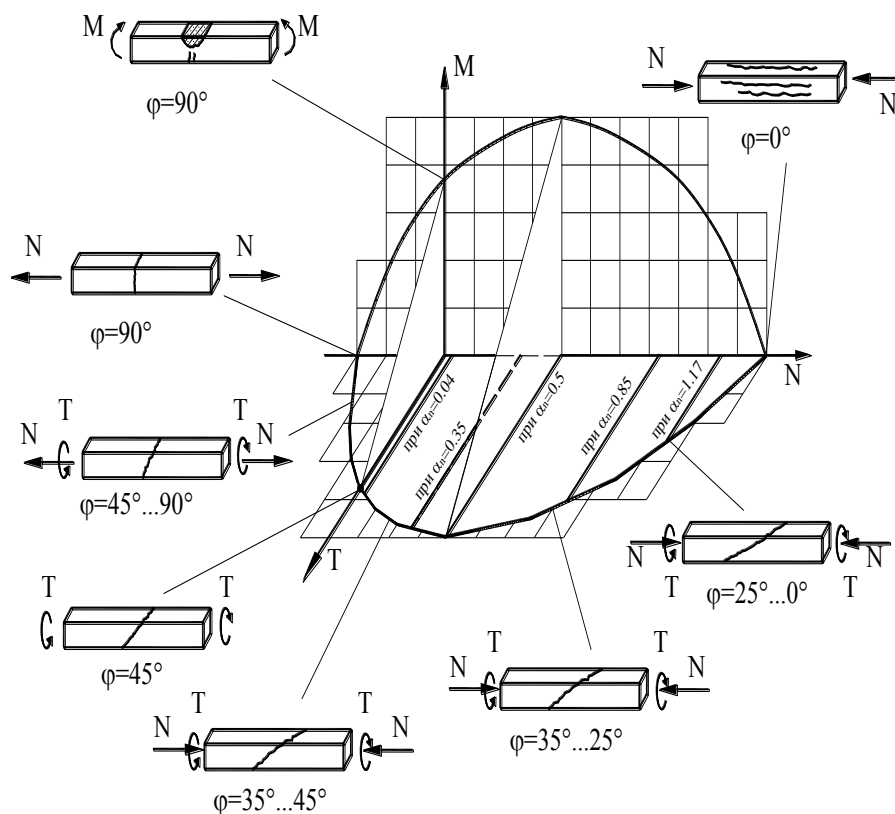


Рис. 4. Изменение схем разрушения железобетонных элементов в зависимости от действующих усилий  $N$ ,  $M$ ,  $T$

По результатам выполненных исследований составлен алгоритм и разработана программа *JBK-NMT* расчета железобетонных элементов при совместном действии продольных сил, изгибающих и крутящих моментов с использованием поверхностей относительного сопротивления по прочности [23]. Программа разработана в среде прикладных программ *TurboDelphi*, использующих язык объектно-ориентированного программирования высокого уровня *Pascal*. В программе *JBK-NMT* используется простой, понятный оконный интерфейс, позволяющий пользователю с обычной подготовкой для работы за компьютером и имеющему знания о работе железобетонных конструкций сразу начать работу с программой. Ввод исходных данных производится через последовательно сменяющиеся окна, в которых вводимая информация разбита по блокам, например: выбор типа сечения, ввод геометрических параметров, ввод данных о бетоне или арматуре и др. После ввода всех исходных данных имеется возможность их редактирования, сохранения в файл. Исходные данные можно считать из файла, записанного или создан-

ного ранее. При вводе программа автоматически проверяет корректность исходных данных по ряду параметров. При неправильном вводе какого-либо параметра выдается сообщение о некорректном значении. Такой подход позволяет сократить количество случайных ошибок. Введенные исходные данные можно вывести для просмотра на экран компьютера.

При помощи подпрограммы *RsuSCAD*, входящей как модуль в основную программу, после статического или динамического расчета (например, пространственной системы здания или сооружения в *BK SCAD*) формируется массив с РСУ и записывается в отдельный файл. При малом количестве РСУ или при аналитическом расчете ввод осуществляется вручную.

Расчет железобетонных элементов по программе *JBK-NMT* выполняется сначала для нормальных сечений в диапазоне действия внутренних усилий  $N$  и  $M$  (от осевого сжатия до центрального растяжения). Далее расчет продолжается в диапазоне действия внутренних усилий  $N$  и  $T$ . После выполненных расчетов при действии внутренних усилий в областях  $N-M$  и  $N-T$  производится расчет на совместное действие изгибающего и крутящего момента при фиксированном значении  $N$ .

В программе также предусмотрен вариант расчета прочности железобетонных элементов по российским и зарубежным нормативным документам.

### Заключение

Выполненные исследования, разработанные математическая модель и программа расчета *JBK-NMT* позволяют решать задачи прямого и обратного проектирования железобетонных элементов при действии продольных сил, изгибающих и крутящих моментов во всем диапазоне действия внутренних усилий – от центрального растяжения до осевого сжатия, а также наглядно, в графическом виде представлять результаты выполненных расчетов и оценивать действительные запасы прочности конструкций.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Байков В.Н., Фомичев В.И. Исследование несущей способности железобетонных элементов прямоугольного сечения при совместном действии изгиба и кручения // Изв. вузов. Серия: Строительство и архитектура. 1975. № 2. С. 19–25.
2. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 416 с.
3. Залесов А.С. Деформационная расчетная модель железобетонных элементов при действии крутящих моментов // Инженерные проблемы современного железобетона: сб. научн. статей Международной конференции по бетону и железобетону. Иваново: Ивановский ИСИ, 1995. С. 105–112.
4. Морозов В.И., Бахотский И.В. К расчету фиброжелезобетонных конструкций, подверженных совместному воздействию кручения с изгибом // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 5. Условия доступа: <http://www.science-education.ru/111-10408>.
5. Колчунов В.И., Сафонов А.Г. Сложное сопротивление сжатой зоны бетона железобетонных конструкций при кручении с изгибом // Известия ОрелГТУ. Серия: Строительство. Транспорт. 2009. № 1. С. 38–42.
6. Колчунов В.И., Сафонов А.Г., Колчунов В.И. Практический учет концентрации угловых деформаций в зоне сопряжения ребра с полкой железобетонных обвязочных ригелей при кручении с изгибом // Строительная механика и расчет сооружений. 2009. № 2. С. 6–10.
7. Тимофеев Н.И., Коренюк А.Г. Расчет деформаций железобетонной неразрезной балки, подвергнутой поперечному изгибу с кручением // Известия вузов. Серия: Строительство и архитектура. 1986. № 3. С. 8–14.

8. Сафонов А.Г. Расчет прочности железобетонных конструкций при кручении с изгибом: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Орел, 2009. 19 с.
9. Меркулов Д.С. Прочность и деформативность составных железобетонных конструкций при изгибе с кручением: дис. ... канд. техн. наук. Орел, 2009. 19 с.
10. Биби Э.В., Нараянан Р.С. Руководство для проектировщиков к Еврокоду 2: Проектирование железобетонных конструкций. М.: МГСУ, 2013. 292 с.
11. Колмогоров А.Г., Плевков В.С. Расчет железобетонных конструкций по российским и зарубежным нормам. М.: Изд-во АСВ, 2014. 512 с.
12. Плевков В.С., Балдин И.В., Балдин С.В. Расчет железобетонных решетчатых конструкций при статическом и кратковременном динамическом нагружении с использованием поверхностей относительного сопротивления по прочности // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2011. № 2. С. 67–78.
13. Plevkov V.S., Baldin I.V., Baldin S.V., Kolmagorov A.G. La solidite et la fissuration dynamique des constructions en beton arme soumises a l'action des sollicitations compliques // Revue des sciences. Universite Gamalabdel Nasser de Conakry. Republique de Guinee. 2010. № 8. P. 58–63.
14. Плевков В.С., Малиновский А.П., Балдин И.В. Оценка прочности и трещиностойкости железобетонных конструкций по российским и зарубежным нормам // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2013. № 2. С. 144–153.
15. Балдин С.В. Прочность и трещиностойкость железобетонных элементов при совместном действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил от статического и кратковременного динамического нагружения: дис. ... канд. техн. наук. Томск, 2013. 256 с.
16. Касаев Д.Х. Прочность железобетонных элементов при кручении и изгибе с кручением: автореф. дис. ... докт. техн. наук. Ростов н/Д, 2002. 45 с.
17. Фомичев В.И., Камолов Х.Ш. Экспериментальное исследование железобетонных призматических стержней при совместном действии крутящего момента и продольной сжимающей силы // Строительные конструкции и материалы. М.: ВНИИТПИ, 1993. Вып. 2. С. 50–56.
18. Плевков В.С., Болдышев А.М., Стуков П.В. Прочность железобетонных элементов при кручении с учетом воздействия продольных сил и изгибающих моментов. 2000. 27 с. Деп. в ВИНТИ, 17.05.2000 г., № 1418-В00.
19. Холмурадов Р.И., Азизов Т.Н., Резяпов Р.Г. Испытание бетонных элементов на одновременное действие кручения и сжимающей силы // Изв. вузов. Стр-во и архитектура. 1986. № 8. С. 122–125.
20. Колчунов В.И., Крыгина А.М., Меркулов Д.С. К расчету прочности составных железобетонных конструкций при изгибе с кручением // Известия Курского государственного технического университета. 2007. № 2. С. 34–39.
21. Бахотский И.В. Экспериментально-теоретическое исследование напряженно-деформированного состояния фиброжелезобетонных элементов, подверженных воздействию кручения с изгибом // Вестник гражданских инженеров. 2013. №4 (39). С. 55–60.
22. Пат. 156844. Российская Федерация. G01 L. Стенд для испытания сжатых железобетонных элементов с кратковременным динамическим кручением / В.С. Плевков, Г.И. Однокопылов, И.В. Балдин, Р.А. Плевков. Оpubл. 20.11.2015. Бюл. № 32.
23. Плевков Р.А., Гузева Е.В., Балдин С.В. Алгоритм и программа расчета прочности железобетонных элементов при совместном действии продольных сил, изгибающих и крутящих моментов // Перспективы развития фундаментальных наук: труды XII Международной конференции студентов и молодых ученых. Россия, Томск. 21–24 апреля 2015 г. НИ Томский политехнический университет, 2015. С. 1242–1245.

#### REFERENCES

1. Baikov V.N., Fomichev V.I. Issledovanie nesushchei sposobnosti zhelezobetonnykh elementov pryamougol'nogo secheniya pri sovmestnom deistvii izgiba i krucheniya [Bearing capacity of reinforced concrete elements of rectangular cross-section under joint action of bending and torsion]. Izv. vuzov. Ser. stroitel'stvo i arkhitektura. 1975. No. 2. Pp. 19–25. (rus)

2. Karpenko N.I. Obshchie modeli mekhaniki zhelezobetona [General models of reinforced concrete mechanics]. Moscow: Stroizdat Publ., 1996. 416 p. (rus)
3. Zalesov A.S. Deformatsionnaya raschetnaya model' zhelezobetonnykh elementov pri deistvii krutyashchikh momentov [Deformation design model of reinforced concrete elements under torques]. Sbornik nauchnykh statei Mezhdunarodnoi konferentsii po betonu i zhelezobetonu "Inzhenernye problemy sovremennogo zhelezobetona" (Proc. Int. Sci. Conf. 'Engineering Problems of Modern Reinforced Concrete'). 1995. Pp. 105–112. (rus)
4. Morozov V.I., Bakhotskii I.V. K raschetu fibrozhelezobetonnykh konstruksii, podverzhennykh sovmestnomu vozdдействию krucheniya s izgibom [Fiber-concrete structures exposed to joint effect of torsion with bending]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya*. 2013. No. 5. (rus)
5. Kolchunov V.I., Safonov A.G. Slozhnoe soprotivlenie szhatoi zony betona zhelezo-betonnykh konstruksii pri kruchenii s izgibom [Complex resistance of compressed zone of reinforced concrete structures at torsion with bending]. *Izvestiya OrelGTU. Seriya Stroitel'stvo. Transport*. 2009. No. 1. Pp. 38–42. (rus)
6. Kolchunov V.I., Safonov A.G., Kolchunov V.I. Prakticheskii uchet kontsentratsii uglovyykh deformatsii v zone sopryazheniya rebra s polkoi zhelezobetonnykh obvyazochnykh rigelei pri kruchenii s izgibom [Concentration of angular deformation in edge and cross-beam interface at torsion with bending]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenii*. 2009. No. 2. Pp. 6–10. (rus)
7. Timofeev N.I., Korenyuk A.G. Raschet deformatsii zhelezobetonnoi nerazreznoi balki, podvergnutoi poperechnomu izgibu s krucheniem [Deformation of reinforced concrete continuous beam subjected to transverse bending with torsion]. *Izvestiya vuzov, razd. Stroitel'stvo i arkhitektura*. 1986. No. 3. Pp. 8–14. (rus)
8. Safonov A.G. Raschet prochnosti zhelezobetonnykh konstruksii pri kru-chenii s izgibom: Avtoreferat dis. ... kand. tekhn. nauk [Strength analysis of reinforced concrete structures at torsion with bending. PhD Abstract]. Orel, 2009. 19 p. (rus)
9. Merkulov D.S. Prochnost' i deformativnost' sostavnykh zhelezobeton-nykh konstruksii pri izgibe s krucheniem: dis. ... kand. tekhn. nauk [Strength and deformability of composite reinforced concrete structures at bending with torsion. PhD Thesis]. Orel, 2009. 19 p. (rus)
10. Bibi E.V., Narayanan R.S. Rukovodstvo dlya proektirovshchikov k Evrokodu 2: Proektirovanie zhelezobetonnykh konstruksii [Eurocode 2 guidelines for designers: design of reinforced concrete structures]. Moscow: MGSU Publ., 2013. 292 p. (rus)
11. Kolmogorov A.G., Plevkov V.S. Raschet zhelezobetonnykh konstruksii po rossiiskim i zarubezhnym normam [Strength analysis according to Russian and foreign standards]. Moscow: ASV Publ., 2014. 512 p. (rus)
12. Plevkov V.S., Baldin I.V., Baldin S.V. Raschet zhelezobetonnykh reshchatykh konstruksii pri staticheskom i kratkovremennom dinamicheskom nagruzhении s ispol'zovaniem poverkhnostei otnositel'nogo soprotivleniya po prochnosti [Strength analysis of reinforced concrete structures under static and dynamic loads]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2011. No. 2. Pp. 67–78. (rus)
13. Plevkov V.S., Baldin I.V., Baldin S.V., Kolmagorov A.G. La solidite et la fissuration dynamique des constructions en beton arme soumises a l'action des sollicitations compliques. *Revue des sciences*. Universite Gamalabdel Nasser de Conakry. Republique de Guinee. 2010. No. 8. Pp. 58–63.
14. Plevkov V.S., Malinovskii A.P., Baldin I.V. Otsenka prochnosti i treshchinostoykosti zhelezobetonnykh konstruksii po rossiiskim i zarubezhnym normam [Strength analysis and crack resistance of reinforced concrete structures according to Russian and foreign standards]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2013. No. 2. Pp. 144–153. (rus)
15. Baldin S.V. Prochnost' i treshchinostoykost' zhelezobetonnykh elementov pri sovmestnom deistvii izgibayushchikh momentov, prodol'nykh i poperech-nykh sil ot staticheskogo i kratkovremennogo dinamicheskogo nagruzheniya: dis. ... kand. tekhn. nauk [Strength and crack resistance of reinforced concrete elements under bending moments, axial and transverse forces and static and dynamic loading. PhD Thesis]. Tomsk, 2013. 256 p. (rus)
16. Kasaev D.Kh. Prochnost' zhelezobetonnykh elementov pri kruchenii i izgibe s krucheniem: Avtoreferat dis. ... dokt. tekhn. nauk [Strength of reinforced concrete elements under torsion and bending. DSc Abstract]. Rostov-on-Don, 2002. 45 p. (rus)

17. *Fomichev V.I., Kamolov Kh.Sh.* Eksperimental'noe issledovanie zhelezobetonnykh prizmaticheskikh sterzhnei pri sovместnom deistvii krutyashchego momenta i prodol'noi szhimayushchei sily [Experimental study of reinforced concrete prismatic rods under combined action of torque and axial loads]. *Stroitel'nye konstruksii i materialy*. 1993. V. 2. Pp. 50–56. (rus)
18. *Plevkov V.S., Boldyshev A.M., Stukov P.V.* Prochnost' zhelezobetonnykh elementov pri kruchenii s uchetoм vozdeistviya prodol'nykh sil i izgibayushchikh momentov [Strength of reinforced concrete elements during torsion under axial loads and bending moments]. 2000. 27 p. (rus)
19. *Kholmuradov R.I., Azizov T.N., Rezyapov R.G.* Ispytanie betonnykh elementov na odnoremennoe deistvie krucheniya i szhimayushchei sily [Tensile and compressive testing of concrete elements]. *Izv. vuzov. Stroitel'stvo i arkhitektura*. 1986. No. 8. Pp. 122–125. (rus)
20. *Kolchunov V.I., Krygina A.M., Merkulov D.S.* K raschetu prochnosti sostavnykh zhelezobetonnykh konstruksii pri izgibe s krucheniem [Strength analysis of reinforced concrete structures under bending with torsion]. *Izvestiya Kurskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. 2007. No 2. Pp. 34–39. (rus)
21. *Bakhotskii I.V.* Eksperimental'no-teoreticheskoe issledovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya fibrozhelezobetonnykh elementov, podverzhennykh vozdeistviyu krucheniya s izgibom [Experimental and theoretical study of stress-strain state of fiber-concrete elements under torsion with bending]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov*. 2013. No. 4 (39). Pp. 55–60. (rus)
22. *Plevkov V.S., Odnokopylov G.I., Baldin I.V., Plevkov R.A.* Stend dlya ispytaniya szhatykh zhelezobetonnykh elementov s kratkovremennym dinamicheskim krucheniem [Test bench for compressed reinforced concrete elements under dynamic torsion]. RF Patent N G01 L, 2015. (rus)
23. *Plevkov R.A., Guzeva E.V., Baldin S.V.* Algoritм i programma rascheta prochnosti zhelezobetonnykh elementov pri sovместnom deistvii prodol'nykh sil, izgibayushchikh i krutyashchikh momentov [Algorithm and program for strength analysis of reinforced concrete elements under axial load, flaxure and torque]. *Trudy XII Mezhdunarodnoi konferentsii studentov i molodykh uchenykh 'Perspektivy razvitiya fundamental'nykh nauk' (Proc. 12<sup>th</sup> Int. Conf. of Students and Young Scientists 'Prospects of Fundamental Sciences Development')*. 2015. Pp. 1242–1245. (rus)

#### Сведения об авторах

*Плевков Василий Сергеевич*, докт. техн. наук, профессор, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, pvs@tomsksep.ru

*Балдин Игорь Владимирович*, канд. техн. наук, доцент, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, biwem@yandex.ru

*Балдин Сергей Владимирович*, канд. техн. наук, ведущий специалист, ООО «Томск-СЭП», 634003, г. Томск, ул. Кузнечный взвоз, 14, serb169@mail.ru

*Плевков Роман Александрович*, начальник группы архитектурно-строительного отдела томского филиала АО «ГСПИ», 636000, г. Северск, ул. Курчатова, д. 2, pra0709@mail.ru

#### Authors Details

*Vasilii S. Plevkov*, DSc, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanaya Sq., Tomsk, Russia, pvs@tomsksep.ru

*Igor V. Baldin*, PhD, A/Professor, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanaya Sq., Tomsk, Russia, biwem@yandex.ru

*Sergey V. Baldin*, PhD, Lead Expert, ООО TOMSKSEP, 14, Kuznechnyi Vzvoz, Tomsk, Russia, serb169@mail.ru

*Roman A. Plevkov*, Head of Architectural and Construction Group, АО GSPI Tomsk Branch, 2, Kurchatov Str., Tomsk region, Seversk, Russia, pra0709@mail.ru