СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ, ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ

УДК 539.3

DOI: 10.31675/1607-1859-2018-20-3-100-111

В.Н. БАРАШКОВ, М.Ю. ШЕВЧЕНКО,

Томский государственный архитектурно-строительный университет

АНАЛИЗ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО НАПРЯЖЁННОГО СОСТОЯНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЫ, НАГРУЖЕННОЙ ВНУТРЕННИМ ДАВЛЕНИЕМ

Рассматривается задача расчёта плоского осесимметричного упругопластического напряжённого состояния толстостенной стальной цилиндрической трубы при действии равномерного внутреннего давления. В трубе реализуются два предельных состояния: упругого и пластического сопротивления материала для двух предельных значений давления. Для промежуточного значения давления сечение трубы состоит из двух концентрических кольцевых зон – внутренней упругопластической зоны и внешней упругой. Истощение несущей способности трубы происходит тогда, когда зона упругопластических деформаций, распространяясь от внутренней поверхности трубы, доходит до её наружной поверхности. Поэтому наличие у внешней поверхности трубы зоны упругого деформирования не приводит к разрушению конструкции.

Ключевые слова: толстостенная труба; плоская осесимметричная упругопластическая задача; диаграмма Прандтля; несжимаемый материал; предел упругого сопротивления; предел пластического сопротивления; расчёт прочности.

Для цитирования: Барашков В.Н., Шевченко М.Ю. Анализ упругопластического напряжённого состояния цилиндрической трубы, нагруженной внутренним давлением // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2018. Т. 20. № 3. С. 100–111.

V.N. BARASHKOV, M.U. SHEVCHENKO,

Tomsk State University of Architecture and Building

ELASTOPLASTIC STRESS STATE OF CYLINDRICAL PIPE UNDER INTERNAL PRESSURE

The paper deals with calculating the plane axisymmetric elastic-plastic stress state of a heavy wall steel pipe under the uniform internal pressure. Two limiting states are applied to the pipe: elastic and plastic resistance of material for two values of the pressure limit. At the intermediate pressure, the cross-section of the pipe consists of two concentric annular zones, namely the inner the outer elastoplastic zones. Exhaustion of the load-bearing pipe capacity

occurs when the elastoplastic deformation generated by the inner pipe surface reaches its outer surface. Therefore, the presence of the elastic deformation zone on external pipe surface does not lead to the structural failure.

Keywords: heavy wall pipe; planar axisymmetric elastoplastic problem; Prandtl diagram; incompressible material; elastic strength limit; plastic strength limit; strength analysis.

For citation: Barashkov V.N., Shevchenko M.U. Analiz uprugoplasticheskogo napryazhennogo sostoyaniya tsilindricheskoi truby, nagruzhennoi vnutrennim davleniem [Elastoplastic stress state of cylindrical pipe under internal pressure]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2018. V. 20. No. 3. Pp. 100–111. (rus)

В статье рассматривается решение задачи о плоском осесимметричном упругопластическом напряжённом состоянии толстостенной трубы, нагруженной на внутренней поверхности равномерным давлением. Задача об упругопластическом деформировании труб рассматривалась многими авторами, например, в работах [1–4].

Толстостенные трубы используются в машиностроении для конструкций с высокими требованиями по надежности; в теплоэнергетике и теплотехнике для оборудования теплосетей и котельных; в нефтедобывающей и нефтеперерабатывающей отрасли в буровых работах и при строительстве нефтепроводов; в химической промышленности бесшовные стальные трубы служат для транспортировки различных агрессивных сред (растворов щелочей, кислот и солей) и функционируют при огромных (до 2–3 сотен атмосфер) нагрузках.

В подобной задаче практический интерес представляет случай симметричного распределения перемещений, деформаций и напряжений относительно продольной оси z цилиндрической системы координат r, θ, z . Окружные перемещения, осевые и угловые деформации, касательные напряжения равны нулю, а радиальные перемещения, радиальные и окружные деформации, радиальные σ_r и окружные σ_θ напряжения зависят только от радиуса r и не зависят от полярного угла θ .

Для анализа напряжённого состояния трубы необходимо иметь соотношения для вычисления трёх нормальных напряжений $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$. В упругой стадии работы материала трубы эти напряжения, эпюры которых представлены на рис. 1, определяются по формулам, полученным из решения задачи Ламе при отсутствии внешнего давления [5–7]:

$$\sigma_r = p_a \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right), \quad \sigma_\theta = p_a \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right), \quad \sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta), \quad (1)$$

где p_a – внутреннее давление; a и b – внутренний и внешний радиусы трубы.

В случае плоской деформации выражение для осевого напряжения σ_z следует из обобщённого закона Гука.

Представленные на рис. 1 результаты показывают, что наиболее напряжённая точка находится на внутренней поверхности трубы $r = a$.

Рис. 1. Эпюры напряжений в осесимметрично нагруженной внутренним давлением толстостенной трубе

Для упрощения задачи принимается, что материал трубы несжимаем, т. е. коэффициент Пуассона $\nu = 0,5$. Тогда осевое напряжение при упругом деформировании будет

$$\sigma_z = 0,5(\sigma_r + \sigma_\theta) = 0,5 \frac{2p_a a^2}{b^2 - a^2} = \frac{p_a a^2}{b^2 - a^2} = \text{const}. \quad (2)$$

При упругопластическом деформировании для напряжения σ_z имеет место аналогичное выражение

$$\sigma_z = 0,5(\sigma_r + \sigma_\theta). \quad (3)$$

Поэтому следует иметь в виду, что напряжения σ_r , σ_θ в формуле (3) определяются по соотношениям, соответствующим упругопластической стадии деформирования материала.

С увеличением внутреннего давления от внутренней поверхности к внешней развиваются упругопластические деформации, что приводит к появлению в поперечном сечении трубы двух концентрических кольцевых зон: упругопластической и упругой зон деформирования (рис. 2). Границей зон по длине и толщине трубы является цилиндрическая поверхность радиусом $r = c$. Во внутренней зоне $a \leq r \leq c$ имеют место упругопластические деформации, а в наружной зоне $c \leq r \leq b$ деформации остаются упругими.

Для вычисления напряжений в упругой зоне используются соотношения (1), которые с учётом того, что $a = c$, записываются так [5–7]:

$$\sigma_r = q \frac{c^2}{b^2 - c^2} \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right); \quad \sigma_\theta = q \frac{c^2}{b^2 - c^2} \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right), \quad (4)$$

где q – радиальное напряжение (аналог приложенного давления) на границе между зонами.

Напряжения в упругопластической зоне вычисляются по формулам

$$\sigma_r = -p_a + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \ln \frac{r}{a}, \quad \sigma_\theta = \sigma_r + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T. \quad (5)$$

Рис. 2. Зоны упругих и упругопластических деформаций материала по толщине трубы

Эти выражения следуют из решения системы двух уравнений: дифференциального уравнения равновесия плоской задачи при отсутствии объёмных сил

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0,$$

и условия пластичности Губера – Мизеса

$$\sigma_i = \sigma_T,$$

которое в цилиндрической системе координат для случая плоской деформации записывается следующим образом:

$$(\sigma_\theta - \sigma_r) = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T.$$

При этом считается, что материал трубы при упругопластическом деформировании не обладает упрочнением, т. е. является идеальным упругопластическим. В этом случае зависимость между интенсивностями напряжений σ_i и деформаций ε_i описывается диаграммой Прандтля.

Из условия непрерывности нормальных напряжений σ_r и σ_θ на границе $r = c$ двух зон с помощью формул (4) и (5) получаются соотношения

$$q = p_a - \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \ln \frac{c}{a}, \quad (6)$$

$$\ln \frac{c}{a} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{c^2}{b^2} \right) = \frac{p_a \sqrt{3}}{2\sigma_T} \quad (7)$$

для определения параметров q и c .

Трансцендентное уравнение (7) служит для определения радиуса c цилиндрической граничной поверхности. Далее по формуле (6) вычисляется радиальное напряжение q , действующее на границе зон. Нормальные напряже-

ния в упругопластической зоне трубы подсчитываются по формулам (5) и (3), а в упругой – по формулам (4) и (2).

В качестве примера выбрана труба (цилиндр) с размерами: толщина трубы $h = 0,07$ м, $a = 0,14$ м, $b = 0,21$ м; предел текучести материала $\sigma_T = 230$ МПа. Отношение радиусов $N_{ba} = b/a = 1,5$.

При увеличении внутреннего давления в трубе имеют место два предельных состояния.

1. Предел упругого сопротивления трубы. Это состояние соответствует радиусу $c = a$, т. е. случаю, когда материал по всей толщине трубы деформируется упруго. Из уравнения (7) следует выражение для предельного давления

$$p_{ay} = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}} \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) = 0,32075 \sigma_T = 73,7725 \text{ МПа.}$$

Подстановка давления p_{ay} в соотношения (1) для напряжений в упругой зоне приводит к формулам для определения напряжений, возникающих в трубе при пределе её упругого сопротивления:

$$\sigma_r = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}} \frac{a^2}{b^2} \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right), \quad \sigma_\theta = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}} \frac{a^2}{b^2} \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right).$$

Используя эти формулы, получим распределение напряжений по толщине трубы для трёх значений координаты $r = a, (b+a)/2, b$:

а) на внутренней поверхности трубы $r = a$

$$\sigma_r = -0,32075 \sigma_T = -73,7725 \text{ МПа, } \sigma_\theta = 0,8340 \sigma_T = 191,8086 \text{ МПа;}$$

б) в средних по толщине точках $r = (b+a)/2$

$$\sigma_r = -0,1129 \sigma_T = -25,9679 \text{ МПа, } \sigma_\theta = 0,6261 \sigma_T = 144,0040 \text{ МПа;}$$

в) на внешней поверхности трубы $r = b$

$$\sigma_r = 0, \quad \sigma_\theta = 0,5132 \sigma_T = 118,0361 \text{ МПа.}$$

Осевые напряжения σ_z одинаковы по длине и толщине трубы и определяются по формуле (2):

$$\sigma_z = p_{ay} \frac{a^2}{b^2 - a^2} = 0,2566 \sigma_T = 59,0180 \text{ МПа.}$$

Напряжения σ_z также можно вычислить по формуле (3). Эпюры напряжений представлены на рис. 3.

Анализ результатов позволяет сделать вывод о том, что осевые напряжения по величине меньше радиальных и окружных напряжений; в наиболее тяжёлых условиях находится материал у внутренней поверхности трубы, где окружные напряжения максимальны.

Используя формулу для интенсивности напряжений при отсутствии касательных напряжений [7]

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2},$$

вычислим величины σ_i на поверхности трубы $r = a$ для значений напряжений

$$\sigma_r = -0,32075\sigma_T, \quad \sigma_\theta = 0,8340\sigma_T, \quad \sigma_z = 0,2566\sigma_T - \sigma_i = \sigma_T = 230 \text{ МПа.}$$

Рис. 3. Эпюры нормальных напряжений при достижении предела упругого сопротивления трубы

Таким образом, интенсивность напряжений на внутренней поверхности трубы равна пределу текучести σ_T , т. к. используется модель идеального упругопластического тела. При приближении к внешней поверхности трубы величина σ_i уменьшается, и на внешней поверхности $\sigma_i = 102,222 \text{ МПа}$. Поэтому с увеличением внутреннего давления последним пластически деформируется материал внешней поверхности трубы.

2. Предел пластического сопротивления трубы. Это предельное состояние соответствует значению радиуса $c = b$. В этом случае упругопластические деформации распространяются на всю толщину трубы, что приводит к исчерпанию её несущей способности. Величина предельного давления определяется из трансцендентного уравнения (7) по формуле

$$p_{a\text{ пр}} = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_T \ln \frac{b}{a} = 0,4682\sigma_T = 107,6839 \text{ МПа.}$$

Подставляя $p_{a\text{ пр}}$ в соотношения (5), запишем формулы для вычисления напряжений в упругопластической зоне деформирования:

$$\sigma_r = -p_{a\text{ пр}} + \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_T \ln \frac{r}{a}, \quad \sigma_\theta = \sigma_r + \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_T, \quad \sigma_z = 0,5(\sigma_r + \sigma_\theta).$$

Используя эти выражения, получим распределение напряжений по толщине трубы:

а) на внутренней поверхности трубы $r = a$

$$\sigma_r = -0,4682\sigma_T = -107,6839 \text{ МПа, } \sigma_\theta = 0,6865\sigma_T = 157,8972 \text{ МПа,}$$

$$\sigma_z = 0,10916\sigma_T = 25,10668 \text{ МПа;}$$

б) в средних по толщине точках $r = (b+a)/2$

$$\sigma_r = -0,2105\sigma_T = -48,4212 \text{ МПа}, \quad \sigma_\theta = 0,9442\sigma_T = 217,1600 \text{ МПа}, \\ \sigma_z = 0,3668\sigma_T = 84,3694 \text{ МПа};$$

в) на внешней поверхности трубы $r = b$

$$\sigma_r = 0; \quad \sigma_\theta = 1,1547\sigma_T = 265,5811 \text{ МПа}, \quad \sigma_z = 0,57735\sigma_T = 132,7906 \text{ МПа}.$$

Эпюры напряжений представлены на рис. 4. Анализ результатов позволяет сделать вывод о том, что в упругопластической стадии деформирования в наиболее тяжёлых условиях находится материал на наружной поверхности трубы, где окружные напряжения $\sigma_\theta = 1,1547\sigma_T = 265,5811 \text{ МПа}$. В обоих предельных случаях граничные условия в напряжениях выполняются:

$$\left. \begin{array}{l} r = a, \quad \sigma_r = -p_{ay}, \\ r = b, \quad \sigma_r = 0. \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} r = a, \quad \sigma_r = -p_{apr}, \\ r = b, \quad \sigma_r = 0. \end{array} \right\}$$

Рис. 4. Эпюры нормальных напряжений при достижении предела пластического сопротивления трубы

Вычисления интенсивности напряжений по толщине трубы показали, что везде $\sigma_i = \sigma_T$. Таким образом, материал во всём объёме трубы деформируется упругопластически, согласуясь с диаграммой Прандтля, и для него выполняется условие пластичности Губера – Мизеса.

При нагружении внутренним давлением в трубе реализуется представленное на рис. 2 состояние, которое является промежуточным между двумя предельными состояниями и которое может быть реализовано на практике. Проведём анализ такого напряжённого состояния для расчётного давления $p_a^{calc} = 0,39447\sigma_T = 90,7282 \text{ МПа}$, удовлетворяющего неравенству

$$p_{ay} < p_a^{calc} < p_{apr}, \quad (8)$$

являющемуся для данной задачи условием прочности [7].

Трансцендентное уравнение (7) для $b = 1,5a$ переписывается так:

$$\ln \frac{c}{a} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{N_{ba}^2} \frac{c^2}{a^2} \right) = 0,866025 \frac{p_a^{calc}}{\sigma_T}$$

и, с введением новой переменной

$$x = c / a ,$$

приводится к виду

$$\ln x + 0,5(1 - 0,44444x^2) = 0,34162.$$

Для решения уравнения использовалось программное средство Mathcad. Из двух найденных корней $x_1 = 1,13836$ и $x_2 = 1,8937$ только x_1 позволяет определить действительный радиус $c = x_1 a = 0,15937$ м, который удовлетворяет условию $a \leq c \leq b$.

Из уравнения (6) для известных c и p_a^{calc} определяется величина напряжения q , действующего на границе упругой и упругопластической зон:

$$q = p_a^{calc} - \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \ln \frac{c}{a} = 0,2448 \sigma_T = 56,31215 \text{ МПа}.$$

Ниже представлены результаты расчёта упругопластического напряжённого состояния толстостенной трубы. Для вычисления напряжений во внутренней упругопластической зоне $a \leq r \leq c$ использовались формулы (5):

а) на внутренней поверхности $r = a = 0,140$ м

$$\sigma_r = -0,3945 \sigma_T = -90,7282 \text{ МПа}, \sigma_\theta = 0,7602 \sigma_T = 174,8529 \text{ МПа}, \\ \sigma_z = 0,18288 \sigma_T = 42,06235 \text{ МПа}, \sigma_i = \sigma_T = 230 \text{ МПа};$$

б) в средних по толщине точках $r = (c+a)/2 = 0,14969$ м

$$\sigma_r = -0,3172 \sigma_T = -72,9631 \text{ МПа}, \sigma_\theta = 0,83747 \sigma_T = 192,6180 \text{ МПа}, \\ \sigma_z = 0,2601 \sigma_T = 59,82748 \text{ МПа}, \sigma_i = \sigma_T = 230 \text{ МПа};$$

в) на граничной поверхности между двумя зонами $r = c = 0,15937$ м

$$\sigma_r = -0,2448 \sigma_T = -56,3122 \text{ МПа}, \sigma_\theta = 0,90987 \sigma_T = 209,2690 \text{ МПа}, \\ \sigma_z = 0,3325 \sigma_T = 76,4784 \text{ МПа}, \sigma_i = \sigma_T = 230 \text{ МПа}.$$

Согласно полученным результатам, интенсивность напряжений по всей толщине упругопластической зоны трубы равна пределу текучести.

Для вычисления напряжений в наружной упругой зоне $c \leq r \leq b$ использовались формулы (4):

а) на граничной поверхности между двумя зонами $r = c = 0,15937$ м

$$\sigma_r = -0,2448 \sigma_T = -56,3122 \text{ МПа}, \sigma_\theta = 0,90988 \sigma_T = 209,2726 \text{ МПа}, \\ \sigma_z = 0,3325 \sigma_T = 76,4802 \text{ МПа}, \sigma_i = \sigma_T = 230 \text{ МПа};$$

б) в средних по толщине точках $r = (b+c)/2 = 0,184685$ м

$$\sigma_r = -0,0974 \sigma_T = -22,4033 \text{ МПа}, \sigma_\theta = 0,76245 \sigma_T = 175,3637 \text{ МПа}, \\ \sigma_z = 0,3325 \sigma_T = 76,4802 \text{ МПа}, \sigma_i = 0,74466 \sigma_T = 171,2712 \text{ МПа};$$

в) на внешней поверхности трубы $r = b = 0,210$ м

$$\sigma_r = 0, \sigma_\theta = 0,6650 \sigma_T = 152,9604 \text{ МПа}, \\ \sigma_z = 0,3325 \sigma_T = 76,4802 \text{ МПа}, \sigma_i = 0,57595 \sigma_T = 132,4676 \text{ МПа}.$$

Судя по величинам интенсивности напряжений, вся наружная зона деформируется упруго, и величина σ_i уменьшается при приближении к внешней поверхности. На рис. 5 и в таблице ($n=1-5$) представлены результаты расчёта напряжений в толстостенной трубе с отношением радиусов $N_{ba}=1,5$ для ряда значений p_a^{calc} , а также положение граничной поверхности $r=c$. Полученные результаты показывают отсутствие скачка напряжений, а также равенство напряжений σ_r и q по абсолютной величине на границе зон $r=c$, что подтверждает изложенные в работах [5, 7] теоретические положения и достоверность результатов. В рассмотренном примере для расчётного давления $p_a^{calc} = 90,7282$ МПа, составляющего примерно 84 % от величины предела пластического сопротивления p_{apr} , толщина зоны упругопластического деформирования $r=c \approx 0,16$ м меньше трети толщины трубы (рис. 5).

Рис. 5. Эпюры напряжений при упругом и упругопластическом деформировании трубы с отношением радиусов $N_{ba}=1,5$ для $p_a^{calc} = 90,7282$ МПа

Результаты расчёта для $N_{ba}=1,5$ ($n=1-5$) и $N_{ba}=1,0526$ ($n=6,7$)

n	1	2	3	4	5	6	7
p_a^{calc} , МПа	77,1637	83,9459	90,7282	97,5105	104,2928	13,0146	13,0822
c , м	0,1433	0,1507	0,1594	0,1703	0,1867	0,9525	0,9552
q , МПа	70,942	64,430	56,312	45,433	27,798	12,306	11,624
$\sigma_r _{r=c}$, МПа	-70,942	-64,430	-56,312	-45,433	-27,798	-12,306	-11,624
$\sigma_r^{max} _{r=b}$, МПа	0	0	0	0	0	0	0

Окончание таблицы

n	1	2	3	4	5	6	7
$\sigma_{\theta}^{\max} _{r=b}$, МПа	123,699	136,725	152,960	174,721	209,994	240,973	242,337
$\sigma_z^{\max} _{r=b}$, МПа	61,8494	68,363	76,480	87,360	104,997	120,486	121,169
$\sigma_i^{\max} _{r=b}$, МПа	107,126	118,408	132,468	151,313	181,860	208,688	209,870

Были просчитаны трубы большого диаметра с близкой к единице величиной параметра N_{ba} . На рис. 6 и в столбцах $n=6,7$ таблицы приведены результаты для такой трубы ($h = 0,05$ м, $a=0,95$ м, $b=1,0$ м, $N_{ba}=1,0526$, $\sigma_T = 230$ МПа). Величины предельных давлений равны $p_{ay} = 12,947$ МПа, $p_{apr} = 13,6225$ МПа. Следует отметить, что для труб подобной геометрии, которые можно отнести к классу оболочек, вследствие малости относительной толщины диапазон изменения значений параметра c значительно меньше. Поэтому с увеличением расчётного давления более некоторой предельной величины граница $r=c$ между двумя зонами деформирования может выходить за пределы трубы, т. е. $c > b$.

Рис. 6. Эпюры напряжений при упругом и упругопластическом деформировании трубы с отношением радиусов $N_{ba}=1,0526$ для $p_a^{calc} = 13,0822$ МПа

Из представленных результатов расчёта двух типов труб с отношением радиусов $N_{ba}=1,5$ и $N_{ba}=1,0526$ следует, что наибольшими расчётными давлениями, удовлетворяющими условию прочности (8), для трубы первого типа является $p_a^{calc} \approx 104,29$ МПа и $p_a^{calc} \approx 13,08$ МПа – для трубы второго типа. При этом толщина упругопластической зоны деформирования в первом случае составляет

66,7 % толщины ($r = c = 0,1867$ м), а во втором случае (рис. 6) – около 10 % толщины стенки трубы ($r = c = 0,9552$ м). Максимальные значения интенсивности напряжений на внешней поверхности $r = b$ труб соответственно равны $\sigma_i = 181,86$ МПа и $\sigma_i = 209,87$ МПа, что составляет 79 и 91 % от величины предела текучести σ_T .

Изложенный в работе метод позволяет проводить оценку напряжённого состояния, а также расчёт прочности толстостенных труб при действии внутреннего давления с позиций осесимметричной плоской задачи (плоская деформация) теории упругости и пластичности. При реализации задачи используются условия пластичности Губера – Мизеса и несжимаемости материала. Материал трубы считается идеальным упругопластическим, для которого зависимость между интенсивностями напряжений и деформаций описывается диаграммой Прандтля. Задаваясь удовлетворяющей условию прочности величиной расчётного давления p_a^{calc} , для которой у внешней поверхности трубы имеет место зона упругого деформирования, можно не допустить разрушения, ибо наличие такой зоны не приводит к исчерпанию несущей способности конструкции. Для более полной реализации свойств материала при расчёте прочности трубы следует выбирать величину p_a^{calc} ближе к значению предельного давления $p_{a\,pr}$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Александров С.Е., Гольдштейн Р.В. Расчет толщины стенки трубопровода под внутренним давлением при произвольном законе упрочнения // Деформация и разрушение материалов. 2011. № 9. С. 15–25.
2. Артемов М.А., Ларин И.А., Потапов Н.С. Распределение напряжений и деформаций в цилиндрической трубе при выборе кусочно-линейного условия пластичности // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2010. Т. 6. № 9. С. 117–119.
3. Киликовская О.А., Овчинникова Н.В., Пендюрина М.Н. О влиянии упругой сжимаемости и упрочнения материала на решение упругопластической задачи для толстостенной трубы под действием внутреннего или внешнего давления // Вестник Тульского государственного университета. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2010. Т. 16. Вып. 1. С. 72–87.
4. Миронова С.Н. Решение задачи упругопластического деформирования и разрушения толстостенной трубы на основании эндохронной теории пластичности // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физ.-мат. науки. 1996. Т. 4. С. 85–92.
5. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности. М.: Высшая школа, 1970. 288 с.
6. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1975. 400 с.
7. Барашков В.Н. Решение осесимметричной плоской задачи теории упругости и пластичности для тел вращения с учётом упругих и упругопластических деформаций. Томск: Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2015. 84 с.

REFERENCES

1. Aleksandrov S.E. Raschet tolshchiny stenki truboprovoda pod vnutrennim davleniem pri proizvol'nom zakone uprochneniya [Wall thickness calculation of pipeline under internal pressure]

- and arbitrary law of hardening]. *Deformatsiya i razrushenie materialov*. 2011. No. 9. Pp. 15–25. (rus)
2. Artemov M.A., Larin I.A., Potapov N.S. Raspredelenie napryazhenij i deformacij v cilindricheskoj trube pri vybere kusochno-linejnogo usloviya plastichnosti [Stress-strain distribution in cylindrical tube in selecting piecewise yield criterion]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. 2010. V. 6. No. 9. Pp. 117–119. (rus)
 3. Kilikovskaya O.A., Ovchinnikova N.V., Pendyurina M.N. O vliyaniy uprugoi szhimaemosti i uprochneniya materiala na reshenie uprugoplasti-cheskoi zadachi dlya tolstostennoi truby pod deistviem vnutrennego ili vneshnego davleniya [Effect of material elastic compressibility and hardening on the elastoplastic problem solution for thick-wall pipe under internal or external pressure]. *Vestnik Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Matematika. Mekhanika. Informatika*. 2010. V. 16. No. 1. Pp. 72–87. (rus)
 4. Mironova S.N. Reshenie zadachi uprugoplasticheskogo deformirovaniya i razrusheniya tolstostennoi truby na osnovanii endokhronnoi teorii plastichnosti [Elastoplastic problem solution of deformation and destruction of thick-wall pipe using endochronic plasticity theory]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Fiz.-mat. nauki*. 1996. V. 4. Pp. 85–92. (rus)
 5. Samul V.I. Osnovy teorii uprugosti i plastichnosti [Fundamentals of elasticity and plasticity theory]. Moscow: Vysshaya Shkola Publ., 1970. 288 p. (rus)
 6. Malinin N.N. Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti [Applied theory of plasticity and creep]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1975. 400 p. (rus)
 7. Barashkov V.N. Reshenie osesimmetrichnoi ploskoi zadachi teorii uprugosti i plastichnosti dlya tel vrashcheniya s uchedom uprugikh i uprugo-plasticheskikh deformatsii [Axisymmetric plane problem of elasticity and plasticity theory for bodies of rotation with elastic and elastoplastic deformation]. Tomsk: TSUAB Publ., 2015. 84 p. (rus)

Сведения об авторах

Барашков Владимир Николаевич, докт. физ.-мат. наук, ст. научный сотрудник, профессор, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, v.n.bar@mail.ru

Шевченко Марина Юрьевна, студентка, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, umibozu1207@yandex.ru

Authors Details

Vladimir N. Barashkov, DSc, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanaya Sq., 634003, Tomsk, Russia, v.n.bar@mail.ru

Marina U. Shevchenko, Student, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanaya sq., 634003, Tomsk, Russia, umibozu1207@yandex.ru