

УДК 625.731.8 – 027.45

*МОИСЕЕНКО РОСТИСЛАВ ПАВЛОВИЧ, докт. техн. наук, доцент,
moiseenkorostislav@mail.ru*

*ПУШКАРЁВА ГАЛИНА ВЕНИАМИНОВНА, канд. физ.-мат. наук, доцент,
kedrik42@mail.ru*

*АКИМОВ БОРИС ГРИГОРЬЕВИЧ, ст. преподаватель,
akimov7890123@sibmail.com*

*СТЕШЕНКО АЛЕКСАНДР ОЛЕГОВИЧ, магистрант,
steshenko789@gmail.com*

*Томский государственный архитектурно-строительный университет,
634003, г. Томск, пл. Соляная, 2*

РАСЧЁТ НАДЁЖНОСТИ НЕЖЁСТКИХ ДОРОЖНЫХ ОДЕЖД МЕТОДОМ МОМЕНТОВ ПО КРИТЕРИЮ ДОПУСКАЕМОГО ПРОГИБА

Проанализировано современное состояние расчетов надежности нежестких дорожных одежд. Отмечено, что в научной литературе и нормативных документах по расчёту автомобильных дорог используется «требуемый коэффициент надёжности». Но термин «надёжность» подразумевает расчёт по определённому алгоритму математической теории надёжности. Разработки теории надёжности пока не применяются в расчётах автомобильных дорог на должном уровне. В статье предложен метод моментов для расчёта надёжности запроектированных нежестких дорожных одежд, а также расчёт нежесткой дорожной одежды при заданной надёжности. Составлено уравнение заданной надёжности нежесткой дорожной одежды. Результаты расчёта нежесткой дорожной одежды при заданной высокой надёжности показали значительное увеличение толщины слоёв. Это увеличение может быть принято или отвергнуто на основе сравнения соответствующих стоимостей. Представленный алгоритм рекомендуется использовать вместо существующего нормативного алгоритма. Тема статьи и её результаты имеют научную и практическую актуальность.

Ключевые слова: надёжность; нежесткая дорожная одежда; метод моментов; модуль упругости; индекс надёжности.

*ROSTISLAV P. MOISEENKO, DSc, A/Professor,
moiseenkorostislav@mail.ru*

*GALINA V. PUSHKARYOVA, PhD, A/Professor,
kedrik42@mail.ru*

*BORIS G. AKIMOV, Senior Lecturer,
akimov7890123@sibmail.com*

*ALEKSANDR O. STESHENKO, Undergraduate Student,
steshenko789@gmail.com*

*Tomsk State University of Architecture and Building,
2, Solyanaya Sq., 634003, Tomsk, Russia*

RELIABILITY ANALYSIS OF FLEXIBLE PAVEMENTS USING MOMENTS METHOD AND BENDING STRAIN CRITERION

The paper reviews the state-of-the-art reliability analysis of road pavements. It is noted that the literature and regulatory documents utilize the term reliability index. But reliability means

calculations provided by a certain algorithm of the mathematical theory of reliability. Developments of the theory of reliability are not still used for the reliability analysis of automobile roads at an appropriate level. The paper proposes to use the moments method for the reliability analysis of flexible pavements and that ones with specified reliability. The equation for specified reliability is suggested for flexible pavement. Calculation results depict a considerable increase in the layer thickness. This increase can be accepted or denied depending on the costs comparison. It is expedient to use the proposed algorithm instead of the existing standard algorithm. The subject of the paper and obtained results are of direct scientific and practical relevance.

Keywords: reliability; flexible pavement; moments method; Young's modulus; reliability index.

Введение

Надёжность автомобильных дорог в нормативных документах и научных работах рассчитывается приблизительно, с искажённым смыслом понятий математической теории надёжности. Например, в расчёте нежёсткой дорожной одежды используется «требуемый коэффициент прочности дорожной одежды по критерию упругого прогиба, принимаемый в зависимости от требуемого уровня надёжности» (ОДН 218.046–01). Однако требуемый уровень надёжности осуществляется не с помощью одного коэффициента, а достигается по алгоритму, в котором исходным является уравнение заданной надёжности [2, 3, 5]. Из этого уравнения определяется требуемый параметр (например, модуль упругости $\bar{E}_{\text{общ}}$) и далее – геометрические характеристики дорожной одежды (например, толщина слоёв h_i).

Цель статьи – показать, что объединённый математический аппарат теории надёжности и теории прочности автомобильных дорог позволяет получить более совершенные проекты нежёстких дорожных одежд.

Постановка задачи

Рассматривается расчёт нежёсткой дорожной одежды по допускаемому упругому прогибу. Используется условие [3, 7, 9]

$$E_{\text{общ}} \geq E_{\text{мин}} K_{\text{п.у}}^{\text{рп}}. \quad (1)$$

В качестве случайных величин принимаются модули упругости $E_{\text{общ}}, E_{\text{мин}}$. Плотность вероятности случайных величин распределяется по нормальному закону. Тогда анализ надёжности можно вести методом моментов [4, 9, 7]. Последовательность расчёта надёжности методом моментов состоит в следующем.

1. Определяется среднее значение резерва несущей способности:

$$\bar{g} = \bar{E}_{\text{общ}} - \bar{E}_{\text{мин}}. \quad (2)$$

2. Определяется дисперсия резерва несущей способности:

$$S_g^2 = S_{E_{\text{общ}}}^2 + S_{E_{\text{мин}}}^2. \quad (3)$$

3. Определяется среднеквадратичное отклонение резерва несущей способности:

$$S_g = \sqrt{S_g^2}. \quad (4)$$

4. Определяется индекс надёжности:

$$\beta = \frac{\bar{g}}{S_g}. \quad (5)$$

5. Определяется вероятность безотказной работы, т. е. показатель надёжности сооружения:

$$P(g \geq 0) = 0,5 + \Phi(\beta). \quad (6)$$

Для определения средних значений модулей упругости используются коэффициенты вариации ($C_{E_{\text{общ}}} \leq 0,2$; $C_{E_{\text{мин}}} \leq 0,2$) [1, 5, 8]:

$$\bar{E}_{\text{общ}} = \frac{E_{\text{общ}}}{(1 - C_{E_{\text{общ}}})}; \quad \bar{E}_{\text{мин}} = \frac{E_{\text{мин}}}{(1 + C_{E_{\text{мин}}})}. \quad (7)$$

Дисперсии модулей упругости также определяются с помощью коэффициентов вариации:

$$S_{E_{\text{общ}}}^2 = (C_{E_{\text{общ}}} \bar{E}_{\text{общ}})^2; \quad S_{E_{\text{мин}}}^2 = (C_{E_{\text{мин}}} \bar{E}_{\text{мин}})^2. \quad (8)$$

Представленный алгоритм достаточно прост, но он не применяется в проектах автомобильных дорог, потому что расчёт надёжности подменяется использованием «коэффициента надёжности» $K_{\text{нп}}^{\text{тр}}$.

Пример 1. Схема нежесткой дорожной одежды показана на рисунке.

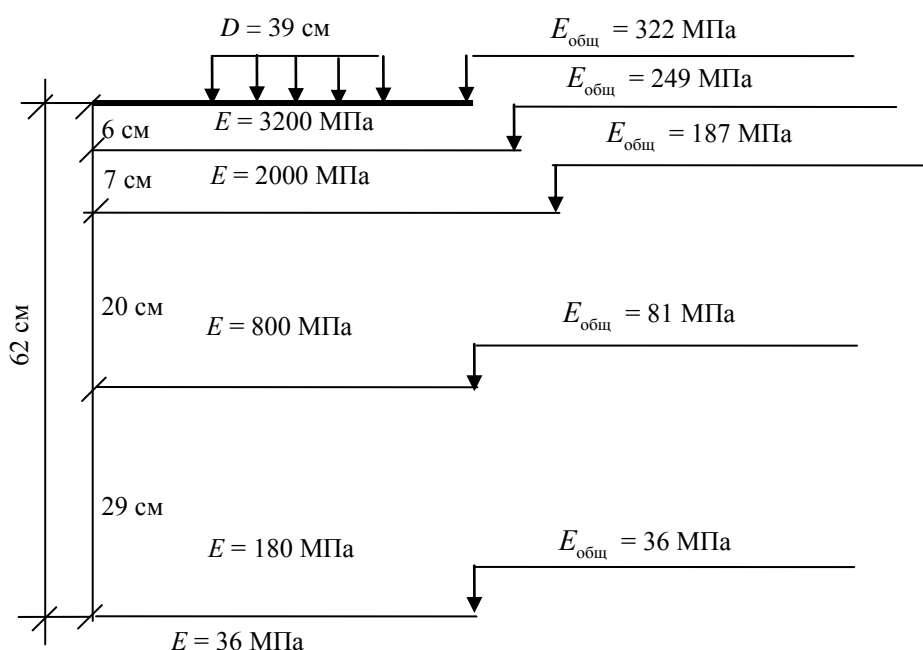


Рис. 1. Схема дорожной одежды

Расчётные значения модулей упругости: $E_{\text{мин}} = 276$ МПа; $E_{\text{общ}} = 322$ МПа при коэффициенте $K_{\text{нп}}^{\text{тр}} = 1,17$.

Пусть $C_{E_{\text{общ}}} = 0,2$; $C_{E_{\text{мин}}} = 0,2$. Средние значения модулей упругости вычисляются по формулам (7):

$$\bar{E}_{\text{общ}} = \frac{E_{\text{общ}}}{(1 - C_{E_{\text{общ}}})} = \frac{322}{1 - 0,2} = 402,5 \text{ МПа};$$

$$\bar{E}_{\text{мин}} = \frac{E_{\text{мин}}}{(1 + C_{E_{\text{мин}}})} = \frac{276}{1 + 0,2} = 230 \text{ МПа}.$$

Дисперсии модулей упругости вычисляются по формулам (8):

$$S_{E_{\text{общ}}}^2 = (C_{E_{\text{общ}}} \bar{E}_{\text{общ}})^2 = (0,2 \cdot 402,5)^2 = 6480,25 \text{ (МПа)}^2;$$

$$S_{E_{\text{мин}}}^2 = (C_{E_{\text{мин}}} \bar{E}_{\text{мин}})^2 = (0,2 \cdot 230)^2 = 2116 \text{ (МПа)}^2.$$

Дисперсия резерва несущей способности вычисляется по формуле (3)

$$S_g^2 = S_{E_{\text{общ}}}^2 + S_{E_{\text{мин}}}^2 = 6480,25 + 2116 = 8596,25 \text{ (МПа)}^2.$$

Среднеквадратичное отклонение резерва несущей способности

$$S_g = \sqrt{S_g^2} = \sqrt{8596,25} = 92,716 \text{ МПа}.$$

Среднее значение резерва несущей способности

$$\bar{g} = \bar{E}_{\text{общ}} - \bar{E}_{\text{мин}} = 402,5 - 230 = 172,5 \text{ МПа}.$$

Индекс надёжности

$$\beta = \frac{\bar{g}}{S_g} = \frac{172,5}{92,716} = 1,86.$$

Вероятность безотказной работы:

$$P(g \geq 0) = 0,5 + \Phi(\beta) = 0,5 + \Phi(1,86) = 0,5 + 0,4686 = 0,9686.$$

Полученное значение вероятности мало отличается от заданной нормативной вероятности ($P = 0,95$) (ОДН 218.046–01) для принятого в примере коэффициента $K_{\text{пу}}^{\text{нр}} = 1,17$. Однако и расчётную, и нормативную вероятности следует признать неудовлетворительными с инженерной точки зрения, т. е. без учёта материальных затрат на строительство и эксплуатацию. С инженерной точки зрения приемлемый уровень надёжности составляет $P = 0,99$ для капитальных дорог любой категории.

Расчёт нежесткой дорожной одежды с заданной надёжностью

При заданной вероятности безотказной работы формулы метода моментов используются в такой последовательности:

$$P(g > 0) = 0,5 + \Phi(\beta) \Rightarrow \Phi(\beta) = P - 0,5 \Rightarrow \beta;$$

$$\beta = \frac{\bar{g}}{S_g} \Rightarrow \beta^2 = \frac{\bar{g}^2}{S_g^2} \Rightarrow \beta^2 = \frac{(\bar{E}_{\text{общ}} - \bar{E}_{\text{мин}})^2}{(C_{E_{\text{общ}}} \bar{E}_{\text{общ}})^2 + (C_{E_{\text{мин}}} \bar{E}_{\text{мин}})^2}.$$

Полученное уравнение преобразуется к виду

$$(1 - \beta^2 C_{E_{\text{общ}}}^2) \bar{E}_{\text{общ}}^2 - 2\bar{E}_{\text{мин}} \bar{E}_{\text{общ}} + (1 - \beta^2 C_{E_{\text{мин}}}^2) \bar{E}_{\text{мин}}^2 = 0. \quad (9)$$

Таким образом, уравнение заданной надёжности (9) имеет вид квадратного уравнения относительно среднего значения общего модуля упругости дорожной одежды. Из двух корней учитывается больший корень, при котором выполняется условие $g > 0$.

Для определения толщин слоёв дорожной одежды вычисляется расчётный общий модуль упругости. Из формулы (7) следует:

$$\bar{E}_{\text{общ}} = \frac{E_{\text{общ}}}{(1 - C_{E_{\text{общ}}})} \Rightarrow E_{\text{общ}} = (1 - C_{E_{\text{общ}}}) \bar{E}_{\text{общ}}. \quad (10)$$

Расчётный общий модуль упругости распределяется между слоями, т. е. определяются $E_{\text{общ}}^{(i)}$. Далее определяются толщины слоёв по формуле Барбера [6, 8]:

$$h_i = \frac{D}{2} \left[\frac{\left(\frac{E_{\text{общ}}^{(i)}}{E_{\text{общ}}^{(i+1)}} \right)^2 \left(\frac{E_i - E_{\text{общ}}^{(i+1)}}{E_i - E_{\text{общ}}^{(i)}} \right)^2 - 1}{\left(\frac{E_i}{E_{\text{общ}}^{(i+1)}} \right)^{2/3}} \right]^{1/2}. \quad (11)$$

В формуле (11) нумерация слоёв i производится сверху вниз.

Пример 2. Определить толщины слоёв дорожной одежды, показанной на рисунке.

Пусть $P = 0,99$. Тогда $\Phi(\beta) = P - 0,5 = 0,99 - 0,5 = 0,49 \Rightarrow \beta = 2,34$. Данные из примера 1: $\bar{E}_{\text{мин}} = 230 \text{ МПа}$; $C_{E_{\text{общ}}} = 0,2$; $C_{E_{\text{мин}}} = 0,2$. Уравнение заданной надёжности (9) принимает вид

$$(1 - 2,34^2 \cdot 0,2^2) \bar{E}_{\text{общ}}^2 - 2 \cdot 230 \bar{E}_{\text{общ}} + (1 - 2,34^2 \cdot 0,2^2) 230^2 = 0.$$

Большой корень этого уравнения – $\bar{E}_{\text{общ}} = 478,42 \text{ МПа}$. Расчётное значение общего модуля упругости вычисляется по формуле (10):

$$E_{\text{общ}} = (1 - C_{E_{\text{общ}}}) \bar{E}_{\text{общ}} = (1 - 0,2) 478,42 = 382,736 \text{ МПа}.$$

Распределение модулей упругости между слоями в примере 2 принято пропорциональным распределению модулей упругости в примере 1. В этом случае можно сравнивать суммарную высоту дорожной одежды в примерах.

Результаты вычисления по пропорциям:

$$E_{\text{общ}}^{(1)} = 382,736; E_{\text{общ}}^{(2)} = 296; E_{\text{общ}}^{(3)} = 222,3; E_{\text{общ}}^{(4)} = 96,3; E_{\text{общ}}^{(5)} = 36.$$

Модули упругости каждого слоя показаны на рисунке: $E_1 = 3200$; $E_2 = 2000$; $E_3 = 800$; $E_4 = 180$. Подготовленные модули упругости используются для вычислений по формуле (11). Получены следующие результаты: $h_1 = 8 \text{ см}$; $h_2 = 9 \text{ см}$; $h_3 = 25,3 \text{ см}$; $h_4 = 51,2 \text{ см}$. Общая высота дорожной одежды – $H = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 = 93,5 \text{ см}$. В примере 1 – $H = 62 \text{ см}$. Увеличение H – на 50,8 %.

Выводы

1. Расчёт нежестких дорожных одежд методом моментов при заданной надёжности является достаточно точным инженерным расчётом по определению геометрических характеристик дорожной одежды.

2. Чтобы оценить стоимость увеличения толщины дорожной одежды при высоком уровне заданной надёжности, надо рассчитать уменьшение затрат на ремонт. Это отдельный вопрос исследования.

3. Распределение общих модулей упругости между слоями дорожной одежды зависит от опыта использования экспериментальных данных. Возможна постановка задачи оптимизации с функцией цели $H = \min$, но в этом направлении нужны теоретические исследования.

4. Для определения толщины слоя вместо формулы Барбера может быть использована известная номограмма. Но для решения с помощью компьютера пригодна только формула Барбера. Особенно это важно для постановки и решения задачи оптимизации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Регулирование, синтез, оптимизация* / Н.П. Абовский, Л.В. Енджиевский, В.И. Савченков, А.П. Деруга [и др.]. – Красноярск : Изд-во Краснояр. ун-та, 1985. – 384 с.
2. *Райзер, В.Д.* Теория надёжности сооружений / В.Д. Райзер. – М. : Изд-во АСВ, 2010. – 384 с.
3. *Матуа, В.П.* Совершенствование методов проектирования нежестких дорожных одежд / В.П. Матуа, Е.М. Баранова, Д.В. Чирва // Вестник Харьковского национального автомобильно-дорожного университета : сб. науч. тр. 1. – Харьков : ХНАДУ, 2006. – С. 23–26.
4. *Смирнов, Н.В.* Курс теории вероятностей и математической статистики / Н.В. Смирнов, И.В. Дунин-Барковский. – М. : Наука, 1965. – 511 с.
5. *Мерзликин, А.Е.* Моделирование упругого однородного и двухслойного полупространства применительно к задачам по расчету дорожных одежд методом конечных элементов / А.Е. Мерзликин, Н.В. Капустников // Дороги и мосты. – 2011. – № 1 (25). – С. 63–72.
6. *Телтаев, Б.Б.* Сравнение результатов расчета напряженно-деформированного состояния конструкции нежесткой дорожной одежды методами полуаналитическим и конечных элементов / Б.Б. Телтаев, А.Е. Мерзликин // Дороги и мосты. – 2006. – № 1. – С. 59–66.
7. *Al-Qadi, I.L.* Full-depth pavement responses under various tire configurations: accelerated pavement testing and finite element modeling / I.L. Al-Qadi, H. Wang // Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists. – 2009. – V. 78. – P. 721–760.
8. *Takemi Inoue.* Rational design method of hot mix asphalt based on calculated VMA / Takemi Inoue, Yasuo Gunji, Hirokazu Akagi // Eurasphalt & Eurobitume Congress. – Vienna, 2004.
9. *Analysis of Shear Stress* in Asphalt Pavements Under Actual Measured Tire-Pavement Contact Pressure / K. Su, L. Sun, Y. Hachiya, R. Maekawa // Proceedings of the 6th ICPT, Japan. – 2008. – P. 11–18.

REFERENCES

1. *Abovskii N.P., Endzhevskii L.V., Savchenkov V.I., Deruga A.P., et al.* Regulirovanie, sintez, optimizatsia [Regulation, synthesis, optimization]. Krasnoyarsk State University Publ., 1985. 384 p. (rus)
2. *Raizer V.D.* Teoriya nadezhnosti sooruzhenii [Theory of structural reliability]. Moscow: ASV Publ., 2010. 384 p. (rus)
3. *Matua V.P., Baranova E.M., Chirva D.V.* Sovershenstvovanie metodov proektirovaniya nezhestkih dorozhnykh odezhd [Improvement of design methods of flexible pavement]. *Vestnik*

Khar'kovskogo natsional'nogo avtomobil'no-dorozhnogo universiteta. Kharkiv: HNADU Publ., 2006. Pp. 23-26. (rus)

4. *Smirnov N.V., Dunin-Barkovskii I.V.* Kurs teorii veroyatnostei i matematicheskoi statistiki [Probability theory and mathematical statistics]. Moscow: Nauka Publ., 1965. 511 p. (rus)
5. *Merzlikin A.E., Kapustnikov N.V.* Modelirovanie uprugogo odnorodnogo i dvuhslojnogo poluprostranstva primenitel'no k zadacham po raschetu dorozhnyh odezhd metodom konechnykh elementov [Modeling of elastic uniform and two-layer half-space in relation to calculating road pavements using finite element method]. *Dorogi i mosty*. 2011. No. 1. Pp. 63–72. (rus)
6. *Teltaev B.B., Merzlikin A.E.* Sravnenie rezul'tatov rascheta napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya konstruktsii nezhestkoi dorozhnoi odezhdy metodami poluanaliticheskimi i konechnykh elementov [Comparison of calculation results for stress-strain state of flexible pavements]. *Dorogi i mosty*. 2006. No. 1. Pp. 59–66. (rus)
7. *Al-Qadi I.L., Wang H.* Full-depth pavement responses under various tire configurations: accelerated pavement testing and finite element modeling. *Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists*. 2009. No. 5. Pp. 721–760.
8. *Takemi I., Yasuo., Hirokazu.* Rational design method of hot mix asphalt based on calculated VMA. Eurasphalt & Eurobitume Congress. Vienna. 2004.
9. *Su K., Sun L., Hachiya Y., Maekawa R.* Analysis of shear stress in asphalt pavements under actual measured tire-pavement contact pressure. *Proc. 6th ICPT*, Japan. 2008. Pp. 11–18.