

УДК 539.3

*БАРАШКОВ ВЛАДИМИР НИКОЛАЕВИЧ, докт. физ.-мат. наук,
ст. научный сотрудник, профессор,
v.n.bar@mail.ru*

*Томский государственный архитектурно-строительный университет,
634003, г. Томск, пл. Соляная, 2,*

*ГЕРАСИМОВ АЛЕКСАНДР ВЛАДИМИРОВИЧ, докт. физ.-мат. наук,
профессор, заведующий отделом,
ger@niipmm.tsu.ru*

*Научно-исследовательский институт прикладной математики
и механики Томского государственного университета,
634050, г. Томск, пр. Ленина, 36*

РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СОСТАВНЫХ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО ПРОСТРАНСТВЕННЫМ РАСЧЕТНЫМ СХЕМАМ

Рассматриваются вопросы определения упругопластического напряжённо-деформированного состояния (НДС) составной конструкции при действии внутреннего давления. Задача решается в пространственной осесимметричной постановке для статического и динамического случаев нагружения. Используются вариационно-разностный метод и конечно-разностный метод решения Уилкинса, которые позволяют получать значения локальных характеристик напряжённо-деформированного состояния конструкций (перемещений, деформаций, напряжений), а также зон упругопластического деформирования по толщине. Предлагаемый подход позволяет с позиций пространственной теории упругости и пластичности исследовать статическое и динамическое поведение оболочечных конструкций, составленных из элементов различной, в том числе и неканонической, формы.

Ключевые слова: теория упругости и пластичности; составные осесимметричные пространственные конструкции; статическая и динамическая задача; перемещения; деформации; напряжения; вариационно-разностный метод; метод конечных разностей Уилкинса.

*VLADIMIR N. BARASHKOV, DSc, Professor,
v.n.bar@mail.ru*

*Tomsk State University of Architecture and Building,
2, Solyanaya Sq., 634003, Tomsk, Russia,*

*ALEKSANDR V. GERASIMOV, DSc, Professor,
ger@niipmm.tsu.ru*

*National Research Tomsk State University,
36, Lenin Ave., 634050, Tomsk, Russia*

THE CALCULATION OF THE STRESS-STRAIN STATE OF COMPOSITE SHELL STRUCTURES FOR SPATIAL DESIGN SCHEMES

The article deals with the elasto-plastic stress-strain state of the composite structure under the action of internal pressure. The spatial problem is solved in the axisymmetric formulation

for static and dynamic load cases. A variation-difference method and the Wilkins finite-difference method are used for the problem solution which allow to obtain the values of local characteristics of the stress-strain state (displacements, deformations, stresses) of structures as well as elastic-plastic deformation thickness. In terms of the spatial positions of the theory of elasticity and plasticity, the proposed approach allows investigating the static and dynamic behavior of shell structures composed of various elements, including non-canonical.

Keywords: theory of elasticity and plasticity; composite axisymmetric spatial structures; static and dynamic loads, displacement; deformation; stress; variation-difference method; Wilkins finite-difference method.

Сложные составные конструкции широко используются в различных областях науки и техники (сосуды высокого давления, котлы, различного рода ёмкости, несущие конструкции летательных и космических аппаратов и т. д.). Расчёт по оболочечным схемам позволяет получить интегральные характеристики процесса деформирования. В этом случае также возникают определённые трудности и при расчёте зон стыка оболочек с неканонической формой срединной поверхности. Необходимость получения локальных характеристик напряжённо-деформированного состояния (НДС) конструкций (перемещений, деформаций, напряжений) по толщине, а также возможность «сквозного» расчёта зон стыка элементов конструкции приводят к использованию пространственных расчётных схем. В настоящей работе представлены результаты расчёта составной тонкостенной конструкции сложной геометрической формы в случае статического и динамического нагружения.

Решение статической осесимметричной упругопластической задачи определения напряжённо-деформированного состояния исследуемого тела проводится вариационно-разностным методом (ВРМ), основанным на вариационном принципе Лагранжа. Вариационно-разностный метод, деформационная теория пластичности А.А. Ильюшина и метод упругих решений сводят задачу минимизации неквадратичного функционала полной потенциальной энергии системы «деформируемое тело – внешние нагрузки» к задаче минимизации последовательности квадратичных функционалов с уточняемыми параметрами физической нелинейности [1]. Для определения значений функции пластичности используется аппроксимация зависимости между интенсивностями напряжений и деформаций моделью упругопластического тела с линейным упрочнением. При дискретизации функционала энергии для аппроксимации производных от искомых радиальных u и осевых w перемещений по координатам r и z применяются выражения, предложенные в работе [2]. Получающаяся система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно перемещений реализуется прямым методом Гаусса. При этом матрица коэффициентов системы уравнений положительно определена, симметрична и имеет ленточную структуру, что значительно облегчает и ускоряет поиск решения.

Процесс динамического деформирования конструкции исследуется в пространственной осесимметричной постановке с использованием соотношений пластического течения Прандтля – Рейса и условия текучести Мизеса [3]. Движение исследуемого тела рассматривается на лагранжевой сетке, что весьма удобно при малых и умеренных деформациях упругопластического

тела. Для решения указанной выше задачи применяется метод, предложенный в работе [3] и использующий естественную аппроксимацию пространственных производных [2] и искусственную вязкость.

Численное решение задачи определения осесимметричного НДС составной конструкции, расчётная схема которой представлена на рис. 1, проведено с использованием описанных выше методов на конечно-разностных сетках, состоящих из четырёхугольных ячеек. Геометрические параметры конструкции брались следующими: общая длина l составляет 3,0 м, длина и радиус меньшего цилиндра – 0,5 м, длина конической части – 0,5 м, длина и радиус большого цилиндра – 1,0 м, радиус полусферы – 1,0 м. Толщина цилиндрической и сферической частей равняется 0,01 м. Модуль упругости материала оболочки $E = 0,72 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,34$, предел текучести $\sigma_T = 350$ МПа. Считается, что торец оболочки $z = 0$ жёстко заделан (перемещения $u = w = 0$), внешняя поверхность свободна от нагрузок, а к внутренней поверхности по всему контуру приложено нормальное давление P . Представленная конструкция, в отличие от рассмотренной в работе [4] оболочки, имеет сферическое днище.

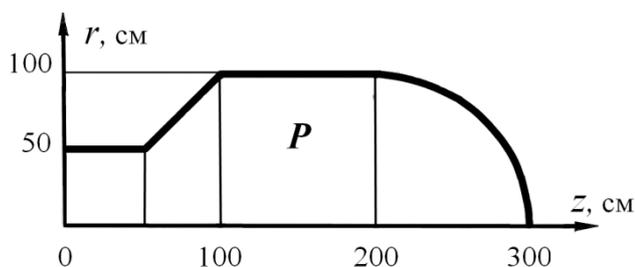


Рис. 1. Расчётная схема конструкции

Статическая задача решалась для значения модуля упрочнения $E_1 = E/10$. На рис. 2, а для величины давления $P = 1,5$ МПа в масштабе 10:1 пунктиром показаны перемещения внешней поверхности конструкции, наложенные на её исходную форму. Так, осевое перемещение точки, находящейся на оси вращения оболочки ($r = 0$, $z = 300$ см), $w = 1,4$ см. Эпюры радиальных и осевых перемещений как функции осевой координаты представлены на рис. 2, б.

Результаты расчётов радиальных перемещений u внешней поверхности конструкции при статическом действии давления $P = 2,5$ МПа (пунктирная кривая 1) и динамическом нагружении импульсом треугольной формы с нарастанием давления от нуля до величины $P_{\max} = 5,0$ МПа к моменту времени $t_1 = 100$ мкс и спадом до нуля к моменту $t_2 = 200$ мкс (кривая 2) приведены на рис. 3.

Из сравнения двух кривых видно качественное совпадение результатов, отражающих характер деформирования. Количественное различие величин перемещений объясняется кратковременным, импульсным характером приложения нагрузки при динамическом нагружении. Нагружение конструкции

давлением величиной $P_{\max} = 2,5$ МПа импульсом треугольной формы с указанными выше временными характеристиками t_1 и t_2 , в отличие от треугольного импульса $P_{\max} = 5,0$ МПа, не приводит к появлению зон упругопластических деформаций.

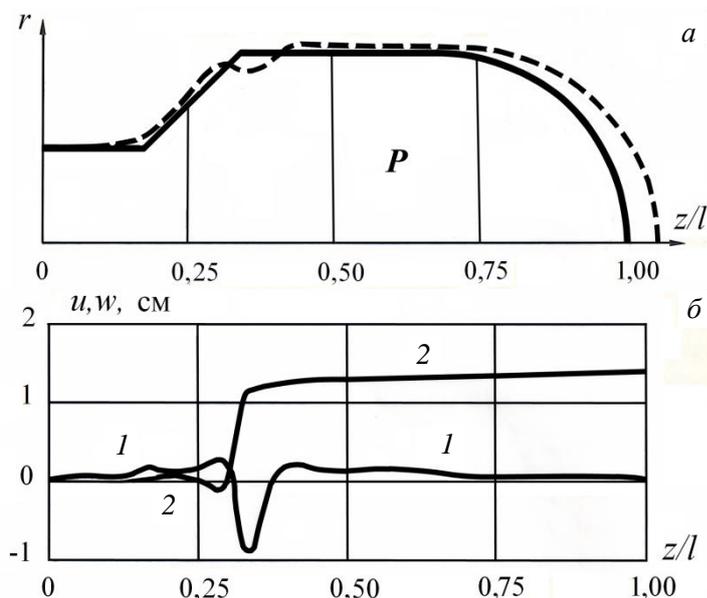


Рис. 2. Деформированный внешний контур конструкции (а); эпюры радиальных u (кривая 1) и осевых w (кривая 2) перемещений (б)

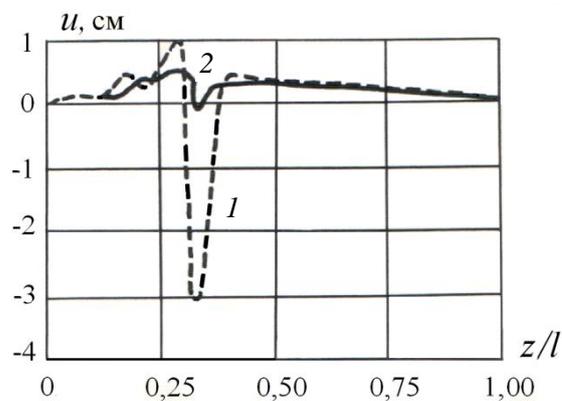


Рис. 3. Эпюры радиальных перемещений u :
 1 – статическое действие нагрузки; 2 – динамическое действие нагрузки

Появление и распространение зон упругопластических деформаций по толщине и длине конструкции для случая статического нагружения при увеличении амплитуды давления P представлено на рис. 4.

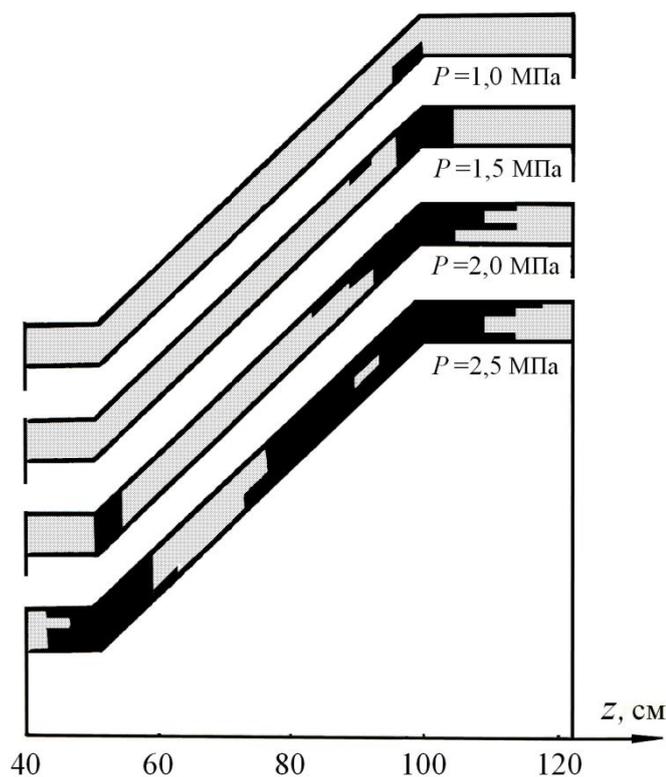


Рис. 4. Зоны упругопластических деформаций при статическом нагружении

По мере увеличения давления от значения $P = 1,0$ МПа до $P = 2,5$ МПа наблюдается возникновение начальных зон упругопластических деформаций в местах сочленения конического и цилиндрических элементов и их постепенное увеличение. Первые упругопластические деформации появляются в месте сочленения конического элемента и цилиндра с большим радиусом 1,0 м. На этом участке конструкции жёсткость оболочки меньше, нежели на участке сочленения конического элемента с цилиндром меньшего радиуса 0,5 м.

Для случая динамического нагружения, для которого закон изменения давления приведён в нижней части рис. 5, когда при достижении $P = 2,5$ МПа давление остаётся постоянным, аналогичные результаты представлены для моментов времени $t = 320, 340, 360$ и 380 мкс.

Появление зон упругопластических деформаций не совпадает с моментом достижения максимального давления $P = 2,5$ МПа, а несколько запаздывает. Первые упругопластические деформации появляются так же, как и на рис. 4, в зоне стыка. Но характер распространения их отличается от случая статического нагружения.

Общим для обоих способов нагружения для рассматриваемой оболочечной конструкции внутренним давлением является факт локализации опасной в прочностном отношении зоны упругопластического деформирования в её конической части и прилегающих областях обоих цилиндров.

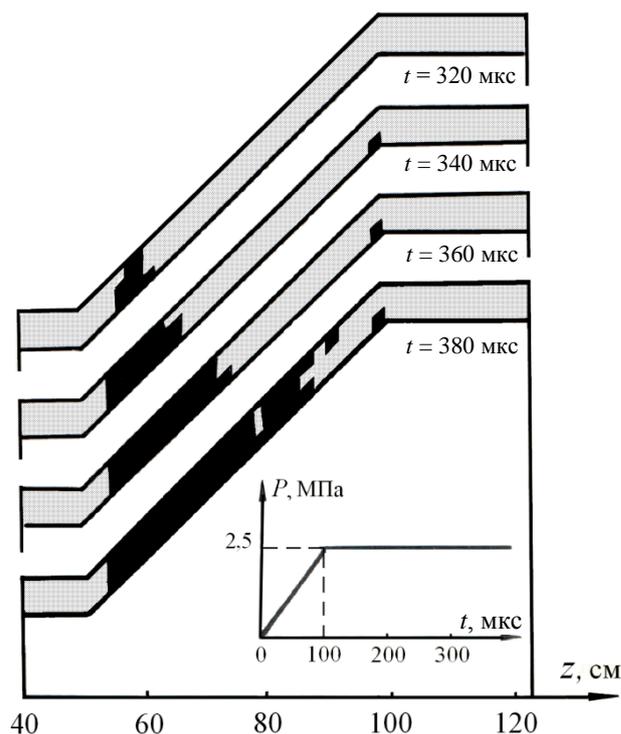


Рис. 5. Зоны упругопластических деформаций при динамическом нагружении

На рис. 4 и 5 границы участков поперечного сечения оболочки, которые деформируются упругопластически, имеют прямолинейную форму, соответствующую ячейкам конечно-разностной сетки, нанесённой на осевое сечение конструкции. Материал именно этих ячеек при нагружении получает пластические деформации. Участки конструкции, не представленные на этих рисунках, деформируются упруго.

Как следует из представленных результатов, предлагаемый подход позволяет с позиций пространственной теории упругости и пластичности исследовать статическое и динамическое поведение оболочечных конструкций, составленных из элементов различной, в том числе и неканонической, формы. Не представляет принципиальной трудности расчёт оболочек переменной толщины, а также оболочек с различными конструктивными особенностями (пазы, выступы и т. д.) и выполненными из материалов с различными физико-механическими характеристиками. При этом поверхностные нагрузки могут быть распределены по всей поверхности конструкции либо локализованы на некоторых её участках.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Барашков, В.Н. Расчёт напряжённо-деформированного состояния толстых плит вариационно-разностным методом при действии разнонаправленных внешних нагрузок / В.Н. Барашков // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. – 2016. – № 4. – С. 67–80.

2. Нох, В.Ф. СЭЛ – совместный эйлерово-лагранжев метод для расчета нестационарных двумерных задач / В.Ф. Нох // Вычислительные методы в гидродинамике : сб. статей. – М. : Мир, 1967. – С. 128–184.
3. Уилкинс, М.Л. Расчет упругопластических течений / М.Л. Уилкинс // Вычислительные методы в гидродинамике : сб. статей. – М. : Мир, 1967. – С. 212–263.
4. Барашков, В.Н. Напряженно-деформированное состояние упругопластических оболочек вращения при действии динамической и статической нагрузки / В.Н. Барашков, А.В. Герасимов // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. – 2016. – № 5. – С. 102–109.

REFERENCES

1. Barashkov V.N. Raschet napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya tolstykh plit variatsionno-raznostnym metodom pri deistvii raznonapravlennykh vneshnikh nagruzok [Stress-strain state analysis of thick plates under multidirectional external loads using variable differential method]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2016. No 4. Pp. 67–80. (rus)
2. Noh V.F. SEL – sovmestnyi eilerovo-lagranzhev metod dlya rascheta nestatsionarnykh dvumernykh zadach [Mixed Eulerian-Lagrangian method for nonstationary two-dimensional problems]. Moscow: Mir Publ., 1967. Pp. 128–184. (transl. from Engl.)
3. Wilkins M.L. Raschet uprugoplasticheskikh techenii [Calculation of elastic-plastic flow]. Moscow: Mir Publ., 1967. Pp. 212–263. (transl. From Engl.)
4. Barashkov V.N., Gerasimov A.V. Napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie uprugoplasticheskikh obolochek vrashcheniya pri deistvii dinamicheskoi i staticheskoi nagruzki [Stress-strain state of elastoplastic rotational shells under dynamic and static loads]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2016. No. 5. Pp. 102–109. (rus)