

УДК 624.072.012.45

*РОДЕВИЧ ВИКТОР ВИКТОРОВИЧ, канд. техн. наук, доцент,
rvv76@inbox.ru*

*ООО «Стройтехинновации ТДСК»,
634055, г. Томск, пр. Академический, 8/8,*

*АРЗАМАСЦЕВ СЕРГЕЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ, аспирант,
jenero89@mail.ru*

*Томский государственный архитектурно-строительный университет,
634003, г. Томск, пл. Соляная, 2*

К ОЦЕНКЕ ПРОЧНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ КРУЧЕНИИ ОТ КРАТКОВРЕМЕННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

Представлены результаты экспериментально-теоретических исследований железобетонных конструкций, подверженных изгибу с кручением при кратковременном динамическом нагружении. Актуальность выполнения данных исследований обоснована отсутствием экспериментально-теоретической базы и нормативной методики расчета рассматриваемых конструкций. Приведена методология проведения экспериментальных исследований, и разработаны способы определения параметров, характеризующих изгиб с кручением. Представлены новые данные о работе железобетонных конструкций при кратковременном динамическом нагружении. Съёмка высокоскоростной камерой позволила отследить процесс образования пространственного сечения и характер трещинообразования железобетонных конструкций на всем времени действия динамической нагрузки. Анализ результатов экспериментальных исследований показал, что разрушение образцов произошло с образованием пространственного сечения при достижении продольной арматурой состояния текучести. С учетом определенных особенностей работы железобетонных конструкций предложен метод расчета на изгиб с кручением при кратковременном динамическом нагружении, основанный на определении эквивалентных напряжений в рабочей арматуре и сравнении их с предельными величинами напряжений, соответствующими развитию пластических деформаций в арматурной стали. Результаты расчета экспериментальных образцов по предложенной методике согласуются с результатами физического эксперимента.

Ключевые слова: железобетонные конструкции; изгиб с кручением; кратковременная динамическая нагрузка; экспериментальные исследования.

*VIKTOR V. RODEVICH, PhD, A/Professor,
rvv76@inbox.ru*

*ООО 'Stroitekhinnovatsii TDSK',
8/8, Akademicheskii Ave., 634055, Tomsk, Russia,*

*SERGEY A. ARZAMASTSEV, Research Assistant,
jenero89@mail.ru*

*Tomsk State University of Architecture and Building,
2, Solyanaya Sq., 634003, Tomsk, Russia*

BENDING-TORSION STRENGTH ESTIMATION OF REINFORCED CONCRETE ELEMENTS UNDER DYNAMIC LOADS

The article presents of experimental and theoretical results on reinforced concrete structures subjected to bending with torsion under dynamic load. The relevance of this research is justified

by the lack of experimental and theoretical data and a methodology for calculating these structures. The methodology of experimental research is given and methods are developed for determining the parameters characterizing bending with torsion. New data on the behavior of reinforced concrete structures under dynamic loading are presented in the paper. A high-speed camera makes possible to trace the formation of spatial section and cracking. The analysis of experimental results shows that this occurs when the longitudinal reinforcement reaches the yield strength. A method for calculating bending with torsion under dynamic loading is proposed based on the determination of equivalent stresses in the longitudinal reinforcement and comparing them with the maximum stress value corresponding to the development of plastic deformations in reinforcing steel. The theoretical results are in good agreement with the experimental.

Keywords: reinforced concrete structures; bending under torsion; dynamic load; experimental research.

В строительной практике часто встречаются конструкции, одновременно воспринимающие несколько силовых воздействий. Ярким примером таких конструкций являются ригели перекрытий каркасных зданий, в которых наряду с изгибающими моментами при наличии эксцентриситета приложения нагрузки относительно продольной оси возникают крутящие моменты значительной величины. Анализ конструктивных решений полносборных каркасных строительных систем «КАСКАД» и «КУПАСС», разработанных и применяемых на территории Томской области, показал, что величина крутящего момента в рассматриваемых конструкциях не превышает значения 0–0,5 от величины изгибающего момента.

Вероятность возникновения в рассматриваемых конструкциях динамического воздействия достаточно высока в связи с тем, что в последнее время участились случаи чрезвычайных ситуаций и аварий, связанных с неправильной эксплуатацией газового оборудования, обрушением конструкций и прочих факторов. Анализ экспериментально-теоретических исследований железобетонных конструкций на изгиб с кручением позволил установить, что, в основном, данные исследования были направлены на область изучения статических нагружений [1–6]. Исследований железобетонных конструкций на изгиб с кручением при динамическом нагружении к настоящему времени недостаточно.

Для определения особенности работы железобетонных конструкций на изгиб с кручением была разработана программа экспериментальных исследований, предусматривающая испытание пяти серий железобетонных образцов. Две серии образцов испытаны на действие статической нагрузки при соотношении ($\chi = T/M$) крутящего момента (T) к изгибающему (M), равному 0,4 (С1) и 0,7 (С2). Три серии образцов испытаны на действие кратковременной динамической нагрузки с соотношением (χ), равным: 0,4 (Д1); 0,7 (Д2); 0,55 (Д3). Выбор данных соотношений (рис. 1) выполнен на основе анализа экспериментально-теоретических исследований отечественных и зарубежных исследователей.

Целью экспериментальных исследований является получение новых опытных данных работы железобетонных конструкций до и после образования трещин, определение границы сопротивления железобетонных конструкций изгибу с кручением при кратковременном динамическом нагружении для диапазона соотношений $\chi < 1$.

Для испытания конструкций на изгиб с кручением при кратковременном динамическом нагружении был разработан специальный испытательный

стенд (рис. 2), на который получен патент РФ на изобретение [7]. Методика проведения испытаний на кратковременное динамическое нагружение учитывала накопленный на кафедре «Железобетонные и каменные конструкции» Томского государственного архитектурно-строительного университета опыт проведения испытаний железобетонных конструкций [8–10, 17].

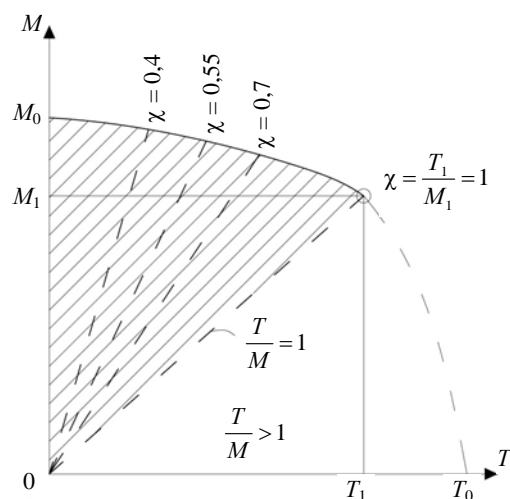


Рис. 1. Исследуемая область соотношений силовых факторов

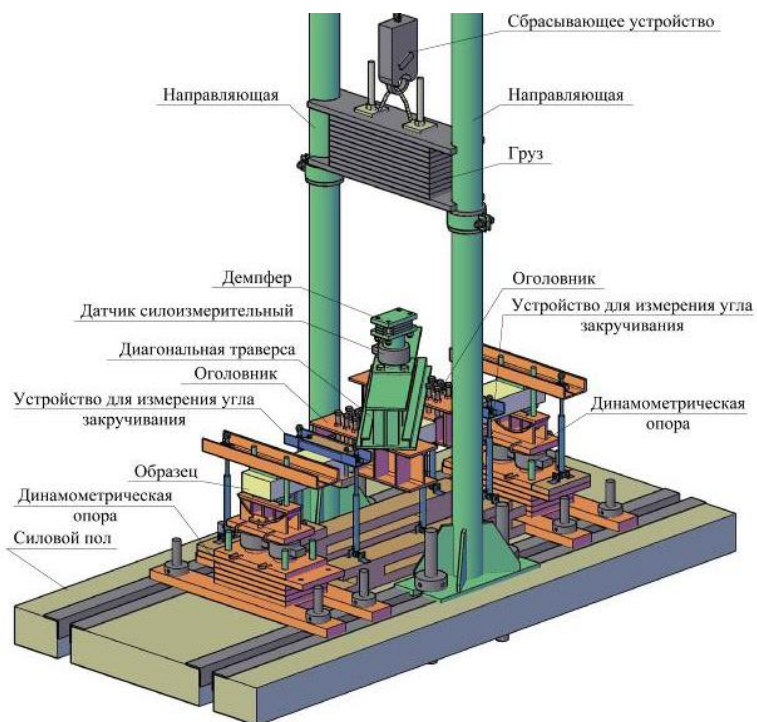


Рис. 2. Общий вид стенда для испытания конструкций на изгиб с кручением при кратковременном динамическом нагружении

Конструкция экспериментальных образцов представляет собой железобетонные балки размером $200 (b) \times 100 (h) \times 2000 (l)$ мм, армированные вязаным пространственным каркасом из продольной арматуры класса А500СП и поперечной арматуры класса А240. Бетон принят тяжелый класса В25 по прочности на сжатие. Шаг хомутов у опоры – 50 мм, в пролете – 100 мм.

Для измерения перемещений экспериментального образца использовались индуктивные датчики марки WayCon SL150-GSR, установленные по длине конструкции. В местах установки датчиков перемещения крепились акселерометры марки 1000g AERO для измерения скорости и ускорения расчетных точек. Деформации бетона и арматуры фиксировались при помощи тензорезисторов. Все измерительные приборы подключались к электронно-вычислительным комплексам MIC300M и MIC400D, с помощью которых выполнялись фиксация и обработка измерений.

Для определения углов закручивания разработано оригинальное устройство, состоящее из двух индуктивных датчиков, позволяющих в любой момент действия нагрузки определить не только прогибы конструкции, но и углы закручивания. На способ испытания конструкций с определением углов закручивания получен патент РФ на изобретение [11].

Для измерения опорных реакций железобетонных конструкций при испытании на действие кратковременной динамической нагрузки разработаны специальные динамометрические опоры (рис. 3). Конструкция опор моделирует шарнирное опирание не только в плоскости действия изгибающего момента, но и в плоскости действия крутящего момента. Измерение опорных реакций выполнялось при помощи силоизмерительных датчиков типа ДСТ 4126.

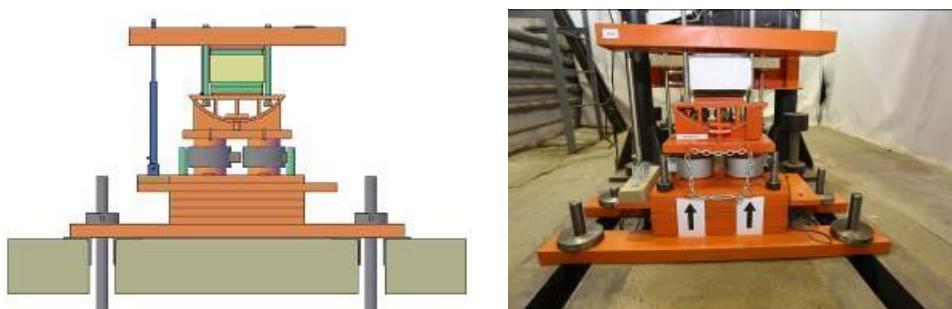


Рис. 3. Общий вид динамометрических опор

При испытании конструкций на действие кратковременной динамической нагрузки выполнялась съемка наиболее нагруженной зоны железобетонных образцов высокоскоростной камерой с частотой съемки 2000 кадров/с. Использование высокоскоростной камеры позволило отследить процесс формирования пространственного сечения и характер трещинообразования на протяжении всего времени действия динамической нагрузки. По материалам видеосъемки установлено, что трещины в растянутой зоне образуются на уровне центра тяжести продольной арматуры и на начальном этапе развиваются по нормали к продольной оси элемента. Затем образуется ряд наклонных трещин на нижней и боковых гранях образца (рис. 4).

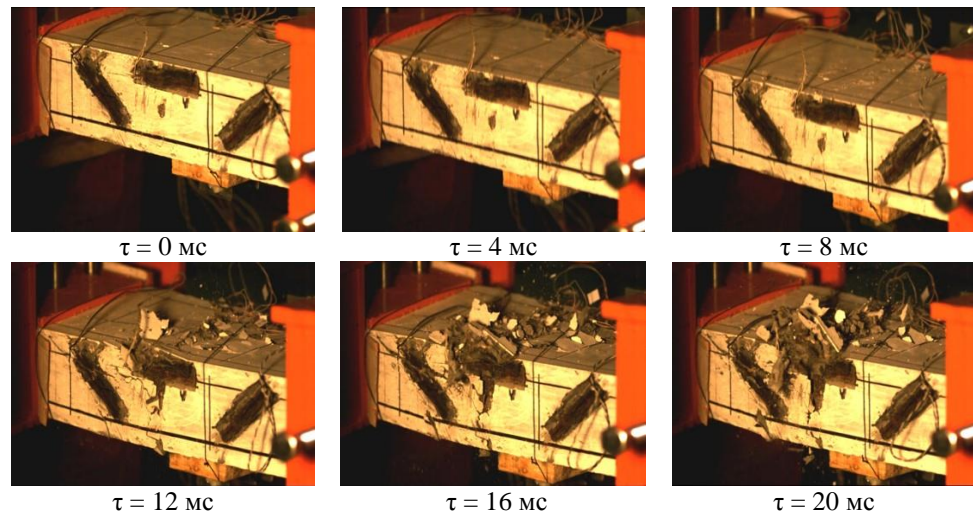


Рис. 4. Процесс деформирования и разрушения экспериментального образца

Разрушение всех экспериментальных образцов, испытанных на действии кратковременной динамической нагрузки, произошло с образованием пространственного сечения (рис. 5), заключенного между «спиральной трещиной», проходящей по трем растянутым граням, и трещиной в сжатой зоне, соединяющей начало и вершину спиральной трещины. Анализ углов наклона трещин на нижней и боковых гранях образцов показал, что на боковых гранях трещины развиваются под углом, близким к 45° , а на нижней грани – под углом $22\text{--}31^\circ$. При этом установлено, что с увеличением χ наблюдается увеличение угла наклона трещин на нижней растянутой грани.

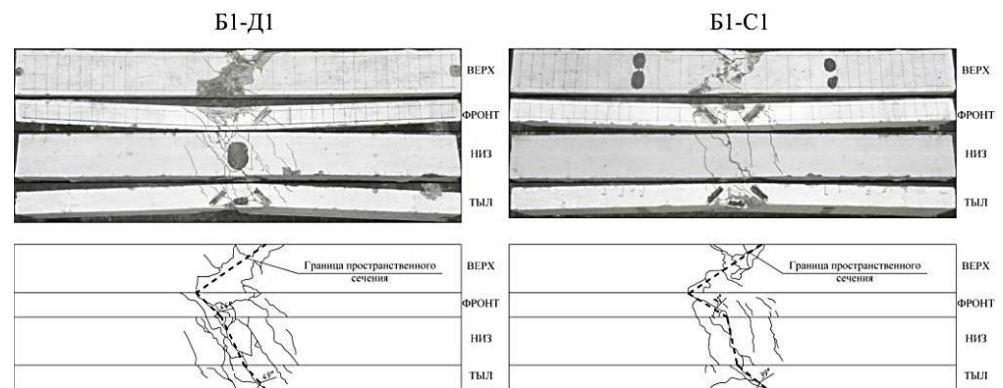


Рис. 5. Схема трещинообразования образцов серий Д1 и С1

По результатам испытаний определены опорные реакции конструкций, напряжения и деформации в арматуре и бетоне, перемещения конструкций в виде углов закручивания и прогибов, а также скорости и ускорения в контрольных точках. Анализ напряжений в бетоне и арматуре позволил установить, что

разрушение экспериментальных образцов произошло при достижении напряжений, равных пределу текучести в продольной арматуре. При этом напряжения в поперечных стержнях арматуры достигли значений 120–200 МПа. На основании выявленной особенности предлагается нормировать железобетонные конструкции, подверженные изгибу с кручением при кратковременном динамическом нагружении, по предельным усилиям:

$$M_d \leq M_{ult,d}; \quad T_d \leq T_{ult,d}, \quad (1)$$

где M_d и T_d – изгибающий и крутящий моменты, возникающие от действия внешней нагрузки (статической и динамической); $M_{ult,d}$ и $T_{ult,d}$ – предельные значения изгибающего и крутящего моментов, характеризующиеся развитием пластических деформаций в продольной или поперечной арматуре.

Анализ выполненных экспериментальных исследований показал, что наличие крутящего момента не оказывает существенного влияния на величину кривизны конструкции. Однако крутящий момент снижает предельную величину изгибающего момента и характерные параметрические точки на диаграмме деформирования (рис. 6).

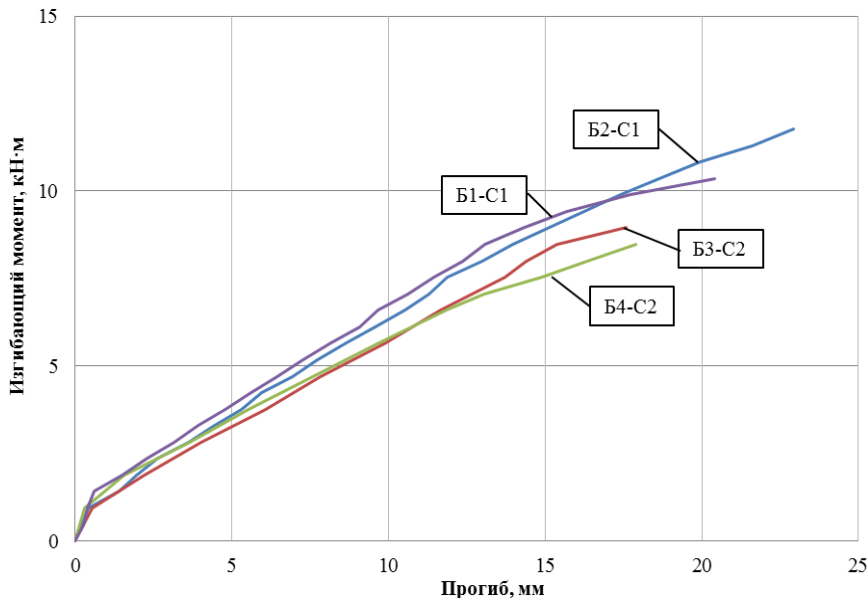


Рис. 6. Диаграммы деформирования образцов серий С1 и С2

В работе изгибаемого шарнирно опертого элемента, испытывающего кручение, можно выделить условно упругую стадию, характеризующую работу конструкции до и после образования трещин, а также пластическую работу блоков, разделенных пространственным пластическим шарниром после достижения предела текучести. Аналогичные результаты были получены другими авторами [12, 13].

Внутренние усилия (M_d и T_d) от действия внешней динамической нагрузки для железобетонных конструкций при $\chi < 1$ определяются путем ре-

шения уравнения движения шарнирно опертой балки в условно упругой стадии. Тогда изгибающий момент и соответствующий ему крутящий момент будут равны:

$$M_d = M_p k_d + M_q; \quad T_d = \chi \cdot M_d, \quad (2)$$

где M_p – момент от действия максимального значения динамической нагрузки; M_q – момент от действия статической нагрузки (например, собственный вес конструкции); k_d – коэффициент динамичности, определяемый по [14].

Величина крутящего момента определяется через величину χ , численно равную отношению крутящего момента к изгибающему. Данное отношение определяется в зависимости от расчетной схемы конструкции и принимается постоянным для рассматриваемого сечения при условии постоянства расчетной схемы конструкции на всем времени ее нагружения.

Предельный изгибающий момент в выражении (1), воспринимаемый пространственным сечением, определяется путем умножения усилий в рабочей арматуре (в нашем случае в продольной арматуре) на соответствующее плечо, равное расстоянию от центра тяжести растянутой арматуры до равнодействующего усилия в сжатом бетоне. Предельные значения изгибающего и крутящего моментов определяются из выражений:

$$M_{ult,d} = \sigma_z z_y A_{sx}; \quad T_{ult,d} = \chi \sigma_z z_y A_{sx}, \quad (3)$$

где σ_z – нормальные напряжения в сложнапряженной продольной арматуре; z_y – плечо внутренней пары сил в направлении оси y (направлена вдоль высоты сечения); $A_{s,x}$ – площадь продольной арматуры у горизонтальной грани элемента.

Для определения напряжений в железобетонной конструкции при изгибе с кручением от кратковременных динамических нагрузок предложена расчетная пространственная модель, принятая В.Н. Байковым [15] для статических нагружений, позволяющая связать внешние нагрузки с величиной напряжений в продольной и поперечной арматуре. Нормальные напряжения (σ_z) в продольной арматуре от действия изгибающего момента и касательные напряжения (τ_{yz}) и (τ_{zx}) от действия крутящего момента определяются из выражений:

$$\sigma_z = \frac{M_d}{A_{sx} z_y}; \quad \tau_{zx} = \frac{T_d \cdot k_x}{2 A_{sx} z_y}; \quad \tau_{yz} = \frac{T_d \cdot k_y}{2 A_{sy} z_x}. \quad (4)$$

В представленных в (4) зависимостях фигурируют коэффициенты k_x и k_y , учитывающие влияние поперечной арматуры на сопротивление элемента у горизонтальной и вертикальной грани. Данные коэффициенты определяются из предположения совместного деформирования продольной и поперечной арматуры в образовавшейся пространственной трещине с учетом выявленного при испытании конструкций на действие кратковременной динамической нагрузки характера трещинообразования:

$$k_x = \frac{1}{1 + \frac{A_{sw,x} \cdot \psi_s}{A_{sx} \cdot \psi_{sw}} \operatorname{tg} \alpha}; \quad k_y = \frac{1}{1 + \frac{A_{sw,y} \cdot \psi_s}{A_{sy} \cdot \psi_{sw}} \operatorname{tg} \beta}. \quad (5)$$

Здесь ψ_s, ψ_{sw} – коэффициенты, учитывающие участие бетона в снижении деформаций продольной и поперечной арматуры в результате вовлечения бетона в растяжение в блоке между трещинами (принимается $\psi_s = 2\psi_{sw}$); $A_{s,x}$ и $A_{s,y}$ – площадь продольной арматуры у горизонтальной и вертикальной грани соответственно; $A_{sw,x}$ и $A_{sw,y}$ – площадь поперечной арматуры у горизонтальной и вертикальной грани соответственно; α – угол наклона трещины на нижней горизонтальной грани; β – угол наклона трещины на боковых гранях.

Вычисленные по зависимостям (4) напряжения характеризуют сложное напряженное состояние продольной арматуры, которое обуславливает прочность железобетонного элемента при изгибе с кручением от кратковременных динамических нагрузок. В настоящей работе в качестве критерия достижения конструкцией предельного состояния принят критерий пластичности Губера – Мизеса – Генки, согласно которому арматурная сталь достигает состояния текучести при величине нормальных напряжений значительно меньше предела текучести. Общий вид условия пластичности для сложнапряженной арматуры запишется:

$$\frac{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}}{\sqrt{2}} \leq R_{s,d}. \quad (6)$$

С учетом того, что при воздействии на элемент изгибающих и крутящих моментов в продольной арматуре $\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 0$, получим условие пластичности в виде

$$\sigma_z^2 + 3(\tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \leq R_{s,d}^2, \quad (7)$$

где $R_{s,d}$ – расчетный динамический предел текучести продольной арматуры, определяемый умножением статического значения на коэффициент упрочнения арматурной стали [16].

Для того чтобы определить предельные значения изгибающего и крутящего моментов, необходимо касательные напряжения, возникающие в продольной арматуре, выразить через величину нормальных напряжений σ_z :

$$\tau_{xz} = 0,5\chi\sigma_z k_x; \quad \tau_{yz} = 0,5\chi\sigma_z \frac{z_y}{z_x} \frac{A_{s,x}}{A_{s,y}} k_y. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (7) и решая его относительно σ_z , получим выражение следующего вида:

$$\sigma_z = \sqrt{\frac{R_{s,d}^2}{k'}}, \quad (9)$$

где k' – коэффициент, характеризующий снижение величины напряжений, соответствующих состоянию текучести сложнапряженной арматуры, определяемый как:

$$k' = 1 + 0,75\chi^2 k_x^2 + 0,75 \left(\chi \frac{z_y}{z_x} \frac{A_{s,x}}{A_{s,y}} k_y \right)^2. \quad (10)$$

Выполненные расчеты экспериментальных образцов по предложенной методике позволили оценить динамическое сопротивление железобетонных конструкций изгибу с кручением при кратковременном динамическом нагружении. Результаты расчетов экспериментальных конструкций показали достаточную сходимость с результатами экспериментальных исследований. Отклонение результатов расчета от результатов физического эксперимента составило 7–15 % в сторону запаса прочности (рис. 7).

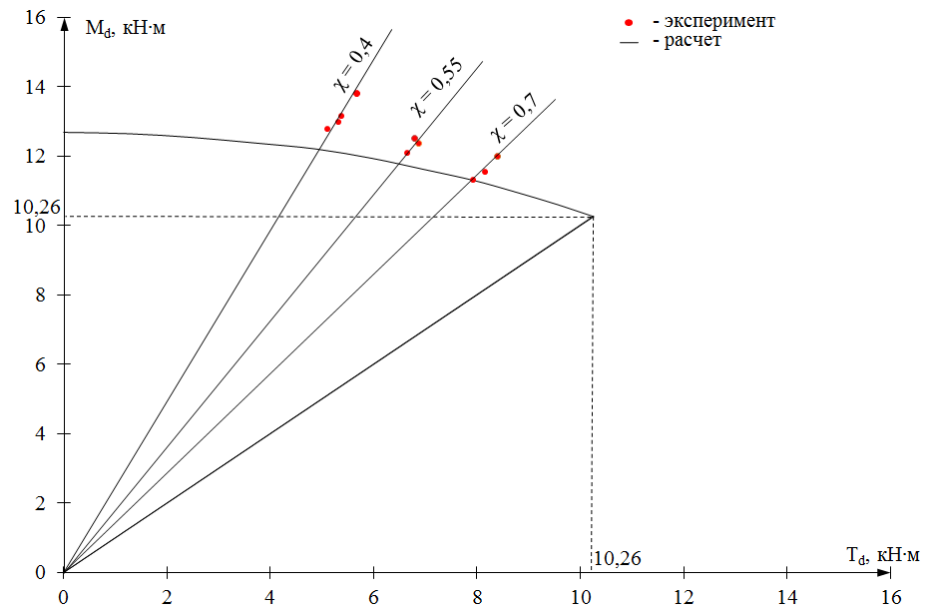


Рис. 7. Сравнение результатов расчета с результатами экспериментальных исследований

Предложенный метод расчета железобетонных конструкций при изгибе с кручением от кратковременных динамических нагрузок позволяет достоверно определить сопротивление конструкции указанным воздействиям и может быть использован при решении практических задач.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бурлаченко, П.И. Экспериментальное исследование влияния сопротивления бетона сжатию на прочность железобетонных балок, работающих на изгиб с кручением : автореф. дис. ... канд. техн. наук. – М., 1959. – 20 с.
2. Дюрменова, С.С. Прочность железобетонных балок со сквозными отверстиями при интенсивном кручении : дис. ... канд. техн. наук. – Черкесск, 2006. – 127 с.
3. Карпенко, Н.И. Деформации железобетонных трубчатых элементов с трещинами при изгибе с кручением / Н.И. Карпенко, Э.Г. Елагин // Прочность и жесткость железобетонных конструкций. – М. : НИИЖБ Госстроя СССР, 1971. – С. 29–48.
4. Колчунов, В.И. Сложное сопротивление железобетонных конструкций на кручение с изгибом / В.И. Колчунов, Г.А. Сафонов, Н.В. Ключева // Вестник центрального регионального отделения РААСН. – Вып. 4. – Воронеж; Иваново, 2005. – С. 113–124.
5. Сальников, А.С. Расчетная модель образования пространственных трещин первого вида при кручении с изгибом / А.С. Сальников, В.И. Колчунов, И.А. Яковенко // Промышленное и гражданское строительство. – 2015. – № 3. – С. 35–40.

6. Морозов, В.И. К расчету фиброжелезобетонных конструкций, подверженных совместному воздействию кручения с изгибом / В.И. Морозов, И.В. Бахотский // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 5. – Условия доступа : <http://www.science-education.ru/111-10408>
7. Пат. 2570231. Российская Федерация. МПК G01M 7/08 (2006.01), G01N 3/30 (2006.01). Стенд для испытания железобетонных элементов на совместное кратковременное динамическое воздействие изгибающего и крутящего моментов / В.В. Родевич, Г.И. Однокопьев, С.А. Арзамасцев ; опубл. 10.12.2015, Бюл. № 34. – 5 с.
8. Кумпяк, О.Г. Экспериментально-теоретические исследования железобетонных балок на податливых опорах по наклонным сечениям при сейсмических и других динамических нагрузках / О.Г. Кумпяк, З.Р. Галяутдинов, Д.Н. Кокорин // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2013. – № 1. – С. 40–45.
9. Плевков, В.С. Исследование работы стыков железобетонных колонн, усиленных металлическими элементами, при статическом и кратковременном динамическом нагружении / В.С. Плевков, М.Е. Гончаров // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. – 2013. – № 2. – С. 154–165.
10. Прочность и деформативность стыка колонн каркаса конструктивной системы «КУПАСС» на действие поперечной динамической нагрузки / Д.Г. Копаница, А.И. Данильсон, С.Л. Капарулин, А.М. Устинов, Э.С. Усеинов // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. – 2015. – № 5 (52). – С. 51–56.
11. Пат. 2578662. Российская Федерация. МПК G01M 7/00 (2006.01), G01N 3/303 (2006.01), G01N 3/307 (2006.01). Способ испытания строительных конструкций на изгиб с кручением при статическом и кратковременном динамическом воздействии / Г.И. Однокопьев, В.В. Родевич, С.А. Арзамасцев ; опубл. 27.03.2016, Бюл. № 9. – 5 с.
12. Туров, А.И. Перемещения железобетонных стержней сплошного и пустотелого прямоугольного сечения с учетом предварительного напряжения при изгибе с кручением : дис. ... канд. техн. наук. – М., 1988. – 244 с
13. Чиненков, Ю.В. Исследование работы железобетонных элементов при совместном действии изгиба и кручения / Ю.В. Чиненков // Исследование прочности элементов железобетонных конструкций. – М. : Госстройиздат, 1959. – Вып. 5.
14. Попов, Н.Н. Расчет конструкций на динамические специальные нагрузки / Н.Н. Попов, Б.С. Расторгуев, А.В. Забегаев. – М. : Высшая школа, 1992. – 319 с.
15. Байков, В.Н. Исследование железобетонных элементов, подверженных изгибу и кручению с учетом снижения предела текучести сложнонапряженной арматуры / В.Н. Байков // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1975. – № 1. – С. 11–17.
16. Тихонов, И.Н. Проектирование армирования железобетона / И.Н. Тихонов, В.З. Мешков, Б.С. Расторгуев. – М., 2015. – 276 с.
17. *Experimental analysis and modeling of two-way reinforced concrete slabs over different kinds of yielding supports under short-term dynamic loading* / B. Chiaia, O.G. Kumpyak, L. Placidi, V.V. Maksimov // *Engineering Structures*. – 2015. – V. 96. – P. 88–99.

REFERENCES

1. *Burlachenko P.I.* Eksperimental'noe issledovanie vliyaniya soprotivleniya betona szhatiyu na prochnost' zhelezobetonnykh balok, rabotayushchikh na izgib s krucheniem; Avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk [Strength analysis of concrete resistance affecting reinforced concrete beam with bending-torsion behaviour. PhD Abstract]. Moscow, 1959. 20 p. (rus)
2. *Dyurmenova S.S.* Prochnost' zhelezobetonnykh balok so skvoznymi otverstiyami pri intensivnom kruchenii: Dis. ... kand. tekhn. nauk [Strength of reinforced concrete perforated beams under intensive torsion. PhD Thesis]. Cherkessk, 2006. 127 p. (rus)
3. *Karpenko N.I., Elagin E.G.* Deformatsii zhelezobetonnykh trubchatykh elementov s treshchinami pri izgibe s krucheniem [Bending-torsion deformation of reinforced concrete tubular cracked elements]. Prochnost' i zhestkost' zhelezobetonnykh konstruktssii. Moscow: NIIZhB Publ., 1971. Pp. 29–48. (rus)
4. *Kolchunov V.I., Safonov G.A., Klyueva N.V.* Slozhnoe soprotivlenie zhelezobetonnykh konstruktssii na kruchenie s izgibom [Complex resistance of reinforced concrete structures to tor-

- sion under bending]. *Vestnik tsentral'nogo regional'nogo otdeleniya RAASN*. 2005. No. 4. Pp. 113–124. (rus)
5. Sal'nikov A.S., Kolchunov V.I., Yakovenko I.A. Raschetnaya model' obrazovaniya prostranstvennykh treshchin pervogo vida pri kruchenii s izgibom [Design model of spatial crack formation at torsion under bending]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo* [J. Industrial and Civil Engineering]. 2015. No. 3. Pp. 35–40. (rus)
 6. Morozov V.I., Bakhotskii I.V. K raschetu fibrozhelezobetonnykh konstruksii, podverzhennykh sovmestnomu vozdeistviyu krucheniya s izgibom [Fiber reinforced concrete structures subjected to torsion under bending]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya*. 2013. No. 5. Available at: www.science-education.ru/111-10408. (rus)
 7. Rodevich V.V., Odnokopylov G.I., Arzamastsev S.A. Stend dlya ispytaniya zhelezobetonnykh elementov na sovmestnoe kratkovremennoe dinamicheskoe vozdeistvie izgibayushchego i krutyashchego momentov [Bending-torsion test bench for reinforced concrete elements]. Pat. Rus. Fed. N 2570231.2015. 5 p. (rus)
 8. Kumpyak O.G., Galyaudinov Z.R., Kokorin D.N. Eksperimental'no-teoreticheskie issledovaniya zhelezobetonnykh balok na podatlivykh oporakh po naklonnym secheniyam pri seismicheskikh i drugikh dinamicheskikh nagruzheniyakh [Experimental and theoretical studies of reinforced concrete beams on yielding supports by oblique sections during seismic and other dynamic loads]. *Seismostoikeye stroitel'stvo. Bezopasnost' sooruzhenii*. 2013. No. 1. Pp. 40–45. (rus)
 9. Plevkov V.S., Goncharov M.E. Issledovanie raboty stykov zhelezobetonnykh kolonn, usilennykh metallicheskimi elementami, pri staticheskom i kratkovremennom dinamicheskom nagruzheniyakh [Behavior of joints of steel-reinforced concrete columns under static and dynamic loads]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2013. No. 2. Pp. 154–165. (rus)
 10. Kopanitsa D.G., Danil'son A.I., Kaparulin S.L., Ustinov A.M., Useinov E.S. Prochnost' i deformativnost' styka kolonn karkasa konstruktivnoi sistemy «KUPASS» na deistvie poperechnoi dinamicheskoi nagruzki [Strength and deformability of column-to-column connection in the universal prefabricated antiseismic structural system]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2015. No. 5. Pp. 51–56. (rus)
 11. Odnokopylov G.I., Rodevich V.V., Arzamastsev S.A. Sposob ispytaniya stroitel'nykh konstruksii na izgib s krucheniem pri staticheskom i kratkovremennom dinamicheskom vozdeistvii [Bending/torsion test of engineering structures under static and dynamic loads]. Pat. Rus. Fed. N 2578662. 2016, 5p. (rus)
 12. Turov A.I. Peremeshcheniya zhelezobetonnykh sterzhnei sploshnogo i pustotelogo pryamougol'nogo secheniya s uchetom predvaritel'nogo napryazheniya pri izgibe s krucheniem: Dis. ... kand. tekhn. nauk [Deformations of prestressed reinforced concrete rods with solid and hollow rectangular section subjected to bending and torsion. PhD Thesis]. Moscow, 1988. 244 p. (rus)
 13. Chinenkov Yu.V. Issledovanie raboty zhelezobetonnykh elementov pri sovmestnom deistvii izgiba i krucheniya [The behavior of reinforced concrete elements subjected to bending and torsion]. *Issledovanie prochnosti elementov zhelezobetonnykh konstruksii*. 1959. No. 5. (rus)
 14. Popov N.N., Rastorguev B.S., Zabegaev A.V. Raschet konstruksii na dinamicheskie spetsial'nye nagruzki [Structural analysis under specific dynamic loads]. Moscow :Vysshaya Shkola Publ., 1992. 319 p. (rus)
 15. Baikov V.N. Issledovanie zhelezobetonnykh elementov, podverzhennykh izgibu i krucheniyu s uchetom snizheniya predela tekuchesti slozhno napryazhennoi armatury [Reinforced concrete elements subjected to bending and torsion at yield strength decrease of stress-bearing bars]. *Izvestiya vuzov, razd. Stroitel'stvo i arkhitektura* [News of Higher Educational Institutions. Construction and Architecture]. 1975. No. 1. Pp. 11–17. (rus)
 16. Tikhonov I.N., Meshkov V.Z., Rastorguev B.S. Proektirovanie armirovaniya zhelezobetona [Concrete reinforcement design]. Moscow, 2015. 276 p. (rus)
 17. Chiaia B., Kumpyak O.G., Placidi L., Maksimov V.B. Experimental analysis and modeling of two-way reinforced concrete slabs over different kinds of yielding supports under short-term dynamic loading. *Engineering Structures*. 2015. V. 96. Pp. 88–99.