

УДК 624.074.4

МОИСЕЕНКО МАРГАРИТА ОЛЕГОВНА, канд. техн. наук, доцент,  
mmo77@mail.ru  
ТРЕПУТНЕВА ТАТЬЯНА АЛЕКСЕЕВНА, ст. преподаватель,  
tta@sibmail.com  
Томский государственный архитектурно-строительный университет,  
634003, г. Томск, пл. Соляная, 2

### ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОДКРЕПЛЁННОЙ ПЛАСТИНЫ С НАЧАЛЬНЫМ ПРОГИБОМ

Проанализировано влияние неравномерного температурного воздействия на напряжённо-деформированное состояние подкреплённой гибкой пластины, имеющей начальный прогиб при одновременном учёте физической и геометрической нелинейностей. Температура меняется по линейному закону в продольном направлении. Рассматривается металлическая (Ст3) пластина, состоящая из двух панелей, разделённых опорой, размером в плане  $a \times b$  каждая и толщиной  $h$ . Представлены результаты численного исследования, и проанализированы графики зависимости прогибов и интенсивности деформаций от температурного воздействия и начального прогиба. Учитывается изменение механических свойств материала в зависимости от температуры.

**Ключевые слова:** температурное воздействие; подкреплённая пластина; начальный прогиб; деформированное состояние; физическая и геометрическая нелинейности; малые упругопластические деформации.

MARGARITA O. MOISEENKO, PhD, A/Professor,  
mmo77@mail.ru  
TAT'YANA A. TREPUTNEVA, Senior Lecturer,  
tta@sibmail.com  
Tomsk State University of Architecture and Building,  
2, Solyanaya Sq., 634003, Tomsk, Russia

### TEMPERATURE EFFECT ON STRESS-STRAIN STATE OF SUPPORTED FLEXIBLE PLATE WITH INITIAL DEFLECTION

The article presents the analysis of the temperature effect on the stress-strain state of the supported flexible plate with initial deflection with regard for physical and geometrical nonlinearities. The temperature varies by the linear law in the longitudinal direction. The tested metal plate (St3) consists of two panels partitioned by a support of  $a \times b$  size and  $h$  thickness. The results of numerical calculations are presented and the obtained dependences of deflections and deformations on the temperature effect and initial deflection are analyzed. It is shown that modifications of mechanical properties of the material depend on temperature changes.

**Keywords:** temperature effect; supported plates; initial deflection; strain state; physical and geometrical nonlinearity; elastic-plastic deformation.

Тонкостенные конструкции широко применяются в различных областях техники и строительства. Элементами тонкостенных конструкций являются подкреплённые пластины, которые в процессе эксплуатации находятся под действием не только силовых, но и температурных нагрузок.

Воздействие высоких температур существенно влияет на напряжённо-деформированное состояние (НДС) конструкции и характеристики материала. С изменением температуры меняются механические характеристики материала. Увеличение температуры приводит к снижению модуля упругости, что вызывает уменьшение жёсткости конструкции [1]. Неучёт этого факта приводит к существенным погрешностям при расчёте НДС конструкции [2, 3].

Эксплуатация элементов конструкций в неравномерном температурном поле требует более точных расчётов с учётом неоднородных свойств материала, зависящих от температуры. Полученные методы позволяют оптимально проектировать строительные конструкции [4]. Исследования физически и геометрически нелинейного деформирования подкреплённых гибких пластин, имеющих начальный прогиб и находящихся под температурным воздействием, отражены в ограниченном числе публикаций и требуют дополнительных исследований, особенно при ограниченных пластических деформациях.

В настоящей статье решается задача по определению НДС пластины с начальным прогибом, находящейся в неравномерном температурном поле при упругих и упругопластических деформациях. Учитывается изменение механических свойств материала в зависимости от температуры.

Пластина выполнена из материала Ст3, по центру подкреплена опорой. Разделена на отдельные квадратные в плане ( $a \times b = 50 \times 50$  (см)) панели постоянной толщины ( $h = 1$  см). Расчётная схема представлена на рис. 1.

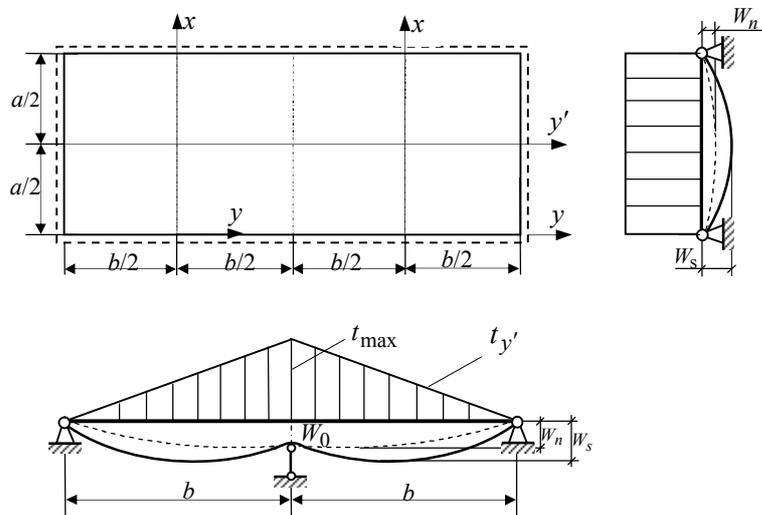


Рис. 1. Двухпанельная стальная пластина

Для анализа поведения пластины, находящейся в неравномерном температурном поле, определялись перемещения и интенсивность деформаций,

характеризующие прочность и жёсткость двухпанельной пластины без учёта и с учётом начального прогиба. Температура по полю изменялась согласно зависимости (рис. 2):

$$t_{y'} = (-1)^{k-1} \frac{y+b/2}{b} t_{\max}.$$

Здесь  $k$  – номер панели.

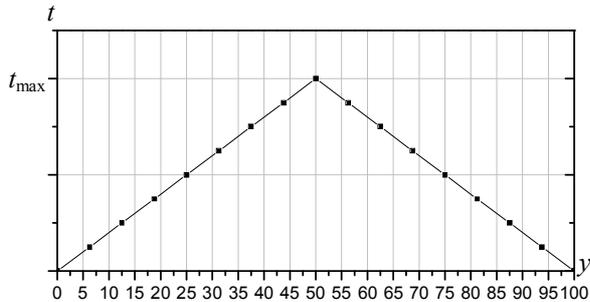


Рис. 2. График изменения температуры по полю пластины в продольном направлении

В представленной работе применяется модель Гольденבלата – Николаенко, которая позволяет учитывать характеристики материала, зависящие от температуры путем построения полиномиальных аппроксимирующих зависимостей [4].

В табл. 1 приведены значения механических свойств материала при разных температурах [5, 6].

Таблица 1

#### Механические свойства стали Ст3

Температура $t$ , °C	20	100	200	300	400
Модуль упругости $E$ , МПа	$2,1 \cdot 10^5$	$2,0 \cdot 10^5$	$1,88 \cdot 10^5$	$1,72 \cdot 10^5$	$1,12 \cdot 10^5$
Предел текучести $\sigma_s$ , МПа	240	220	210	180	140
Коэффициент линейного расширения $\alpha$ , $1/^\circ\text{C}$	12,0	12,1	12,2	12,8	13,5

Начальный прогиб  $W_n$  представлен выражением

$$W_n(x, y) = W_0 F_1(x) F_2(y).$$

Здесь  $F_1(x) = \sin \pi x$  при  $(0 \leq x \leq 1)$ ;  $F_2(y) = \sin 0,25\pi(1 + \eta y)$  при  $(-1 \leq y \leq 1)$ ;  $\eta = 1$  при  $k = 1$ ;  $\eta = -1$  при  $k = 2$  ( $k$  – номер панели);  $W_0$  – максимальный начальный прогиб центра пластины. Рассматривались случаи, когда  $W_0 = -h$ ;  $0$ ;  $+h$ .

Определялись дополнительные перемещения  $W$  от действия температуры по методу Ритца с использованием расчётной схемы метода перемещений [8]. Также определялись перемещения  $W_s$  пластины, получаемые суммированием начального прогиба  $W_n$  и дополнительного перемещения пластины  $W$  от температурной нагрузки.

Для анализа влияния температурной нагрузки на перемещения и интенсивность деформаций пластин с начальными неправильностями представлены эпюры прогибов и эпюры интенсивности деформаций. Расчёт проводился при температурах  $t_{\max} = 20; 100; 200; 300; 400$  °С.

Для того чтобы наиболее полно оценить несущую способность конструкции, расчёт проводился при совместном учёте физической и геометрической нелинейностей.

Результаты расчёта НДС рассматриваемой гибкой пластины с начальным прогибом и неравномерной температурной нагрузкой приведены на рис. 3–5. Ввиду симметрии пластины и действующей температурной нагрузки представлены эпюры только для левой панели.

На рис. 3 представлены эпюры дополнительных перемещений пластины при разных начальных прогибах ( $W_0 = +h; 0; -h$ ) в зависимости от температуры.

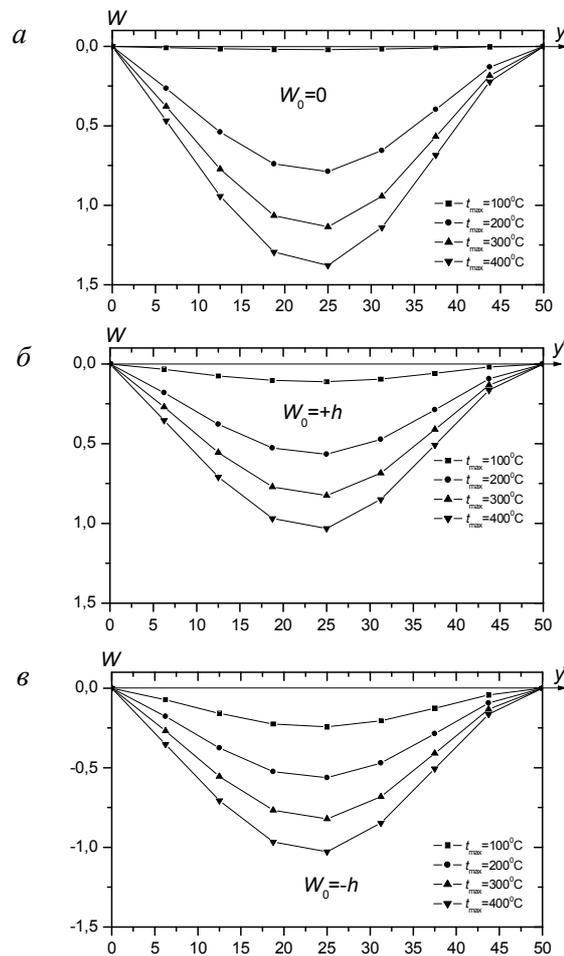


Рис. 3. Эпюры дополнительных перемещений  $W$  левой панели пластины при разной температурной нагрузке с начальным прогибом  $W_0$ :  
 $a - W_0 = 0$ ;  $б - W_0 = +h$ ;  $в - W_0 = -h$

Анализ представленных выше эпюр показал, что максимальные дополнительные перемещения центра панели происходят с ростом температуры при  $W_0 = 0$ . Для наглядности результаты представлены в виде табл. 2.

Таблица 2

Дополнительные перемещения центра панели

$W_0 \backslash t, ^\circ\text{C}$	100 °C	200 °C	300 °C	400 °C
$W_0 = 0$	0,021h	0,79h	1,14h	1,38h
$W_0 = +h$	0,11h	0,57h	0,82h	1,03h
$W_0 = -h$	0,25h	0,57h	0,82h	1,03h

Из данных табл. 2 видно, что при температуре 100 °C разница между перемещениями составляет более 100 %, с ростом температуры эта разница уменьшается и составляет при 200 °C 28 %, а при 400 °C – 25 %. При этом наблюдается следующий факт: при температуре 100 °C дополнительные перемещения  $W$  в пластине с положительным начальным прогибом меньше, чем при отрицательном, а при 200 °C и более перемещения  $W$  не зависят от знака начального прогиба.

На рис. 4 представлены эпюры суммарных перемещений пластины при температурах 100 и 400 °C, зависящих от величины начального прогиба ( $W_0 = +h; 0; -h$ ).

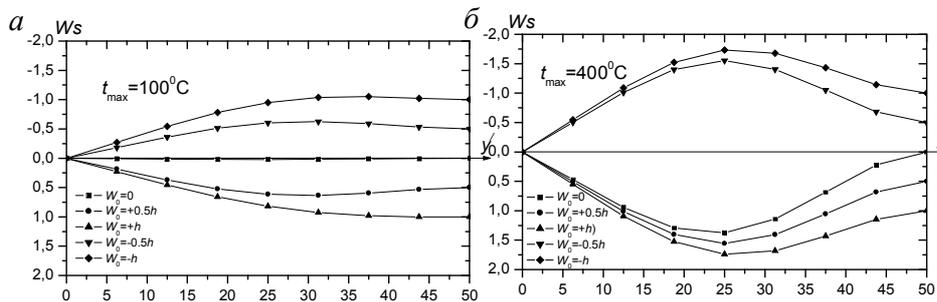


Рис. 4. Эпюры суммарных перемещений  $W_s$  левой панели пластины с разным начальным прогибом  $W_0$  при температурной нагрузке: а –  $t_{\text{max}} = 100\text{ }^\circ\text{C}$ ; б –  $t_{\text{max}} = 400\text{ }^\circ\text{C}$

В табл. 3 представлены результаты расчёта.

Таблица 3

Суммарные перемещения центра панели

$W_0 \backslash t, ^\circ\text{C}$	100 °C	200 °C	300 °C	400 °C
$W_0 = 0$	0,021h	0,79h	1,14h	1,38h
$W_0 = +h$	0,82h	1,27h	1,53h	1,74h
$W_0 = -h$	0,95h	1,27h	1,53h	1,73h

Повышение температуры приводит к увеличению суммарных перемещений  $W_s$ . При  $W_0 = 0$  наблюдается значительный рост  $W_s$ . При  $W_0 = +h$  суммарный прогиб увеличился в 2,1 раза, а при  $W_0 = -h$  увеличение  $W_s$  составило 1,8 раза (табл. 3).

На рис. 5 представлены эпюры интенсивности деформаций верхних и нижних волокон левой панели пластины с разным начальным прогибом в зависимости от температуры.

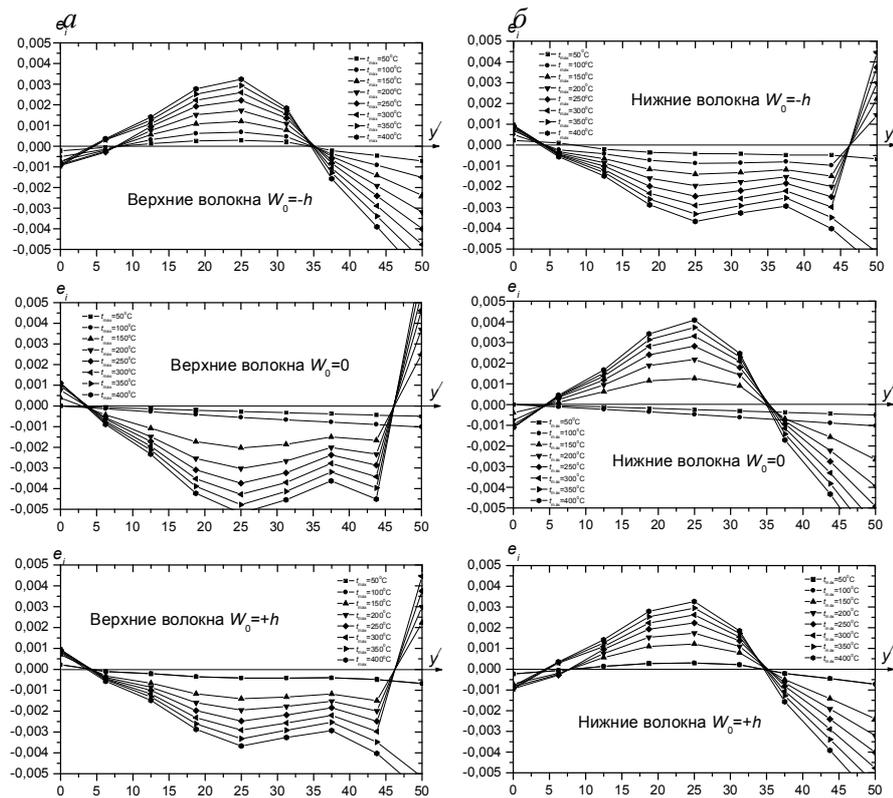


Рис. 5. Эпюры интенсивности деформаций левой панели при различных  $W_0$ :  
а – для верхних волокон; б – для нижних волокон

В табл. 4, 5 представлены результаты расчётов интенсивности деформаций для верхних и нижних волокон центра панели, имеющей разное значение начального прогиба.

Таблица 4

**Интенсивности деформаций верхних волокон центра панели**

$W_0$ \ $t, ^\circ\text{C}$	100 °C	200 °C	300 °C	400 °C
$W_0 = 0$	0,00055h	0,0019h	0,0043h	0,0052h
$W_0 = +h$	0,0004h	0,003h	0,0029h	0,0036h
$W_0 = -h$	0,0007h	0,0017h	0,0026h	0,0032h

Таблица 5

## Интенсивности деформаций нижних волокон центра панели

$W_0 \backslash t, ^\circ\text{C}$	100 °C	200 °C	300 °C	400 °C
$W_0 = 0$	0,00048h	0,00217h	0,0033h	0,004h
$W_0 = +h$	0,0003h	0,00174h	0,0026h	0,0032h
$W_0 = -h$	0,00088h	0,00195h	0,0029h	0,0036h

Из анализа эпюр (рис. 5) видно, что при температуре более 200 °C в пластинах, имеющих начальный прогиб, значения интенсивности деформаций в центре панели меньше, чем в пластине без начального прогиба.

При температуре до 100 °C значения интенсивности деформаций в центре пластины с отрицательным начальным прогибом больше, чем в пластинах с положительным начальным прогибом. При температуре 200 °C и выше интенсивность деформаций больше в пластинах без начального прогиба, а в пластинах с прогибом значения интенсивности деформаций отличаются незначительно (при  $W_0 = +h$   $e_i = 0,0019$ , при  $W_0 = -h$   $e_i = 0,0017$ ).

На основании вышесказанного можно сделать следующие выводы:

На примере расчёта показано изменение НДС двухпанельной подкреплённой гибкой стальной (Ст3) пластины с начальным прогибом, находящейся в неравномерном температурном поле, с учётом неоднородных свойств материала, зависящих от температурного воздействия с учетом ограниченных пластических деформаций.

При этом наблюдается, что при температуре 100 °C дополнительные перемещения  $W$  в пластине с положительным начальным прогибом меньше, чем при отрицательном, а при 200 °C и более перемещения  $W$  не зависят от знака начального прогиба. Это связано с развитием малых упругопластических деформаций и увеличением влияния продольных усилий в связи с уменьшением жёсткости пластины от температурного воздействия.

Положительные начальные прогибы уменьшают интенсивность деформаций в верхних волокнах на центральной опоре при рассматриваемом температурном воздействии. А отрицательные начальные прогибы уменьшают интенсивность деформаций в нижних волокнах на центральной опоре.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Тамразян, А.Г. Термоползучесть пологих железобетонных оболочек и плоских пластин при высоких температурах / А.Г. Тамразян, А.С. Кожанова // Промышленное и гражданское строительство. – 2015. – № 10. – С. 15–20.
2. Филатов, В.Н. Задачи теплопроводности тонких пологих оболочек и пластин / В.Н. Филатов, И.Н. Алексеева, С.А. Сергеева. – Саратов : СГТУ, 1997. – 10 с. – Деп. ВИНТИ (1188-В97).
3. Карпов, В.В. Уравнения теплопроводности для ребристых пластинок / В.В. Карпов, В.А. Машков, В.Н. Филатов // Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. – СПб. : СПбГАСУ, 1994. – С. 88–92.
4. Ляхович, Л.С. Некоторые вопросы оптимального проектирования строительных конструкций / Л.С. Ляхович, А.В. Перельмутер // In-ternational Journal Computational Civil Structural Engineering. – 2014. – V. 10. – Is. 2. – P. 14–23.

5. *Nonlinear Calculation of a System of Rectangular Plates with Due Regard to Changes in the Mechanical Properties of the Material* / M. Moiseenko, A. Malinovskiy, O. Popov, T. Treputneva // *AIP Conference Proceedings*. – 2016. – 1698. – 040012.
6. *Круглов, В.П.* Несущая способность гибких стальных пластинок с учетом изменения механических свойств материала / В.П. Круглов // *Изв. вузов. Строительство и архитектура*. – 1979. – № 6. – С. 35–38.
7. *Расчёты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур* / под ред. И.И. Голденבלата. – М. : Машиностроение, 1965. – 568 с.
8. *Трепутнева, Т.А.* Влияние начального прогиба на перемещения и деформации гибкой подкрепленной пластины / Т.А. Трепутнева // *Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета*. – 2016. – № 3. – С. 121–128.

## REFERENCES

1. *Tamrazyan A.G., Kozhanova A.S.* Termopolzuchest' pologikh zhelezobetonnykh obolochek i ploskikh plastin pri vysokikh temperaturakh [Thermal creep of reinforced concrete shallow shells and flat plates at high temperatures]. *J. Industrial and Civil Engineering*. 2015. No. 10. Pp. 15–20. (rus)
2. *Filatov V.N., Alekseeva I.N., Sergeeva S.A.* Zadachi teploprovodnosti tonkikh pologikh obolochek i plastin [The problem of heat conduction of thin shallow shells and plates]. Saratov: SGTU Publ., 1997. 10 p. (rus)
3. *Karpov V.V., Mashkov V.A., Filatov V.N.* Uravneniya teploprovodnosti dlya rebristyykh plastinok [Heat conductivity equations for ribbed plates]. *Matematicheskoe modelirovanie, chislennyye metody i komplekсы program*. St-Petersburg: SPbGASU, 1994. Pp. 88–92. (rus)
4. *Lyakhovich L.S., Perel'muter A.V.* Some questions of optimal design of building constructions [Nekotorye voprosy optimal'nogo proektirovaniya stroitel'nykh konstruksii]. *International Journal Computational Civil Structural Engineering*. 2014. V. 10. No. 2. Pp. 14–23. (rus)
5. *Moiseenko M., Malinovskiy A., Popov O., Treputneva T.* Nonlinear calculation of a system of rectangular plates with due regard to changes in the mechanical properties of the material. *AIP Conference Proceedings*. 1698. 040012 (2016)
6. *Kruglov V.P.* Nesushchaya sposobnost' gibkikh stal'nykh plastinok s uchetom izmeneniya mekhanicheskikh svoystv materiala [Bearing capacity of flexible steel plates to reflect the changes in mechanical properties of the material]. *News of Higher Educational Institutions. Construction and Architecture*. 1979. No. 6. Pp. 35–38. (rus)
7. *Goldenblat I.I.* Raschety na prochnost', ustoychivost' i kolebaniya v usloviyakh vysokikh temperatur [Calculations of strength, stability and oscillations in high temperature conditions]. Moscow: Mashinostroenie, 1965. 568 p. (rus)
8. *Treputneva T.A.* Vliyanie nachal'nogo progiba na peremeshcheniya i de-formatsii gibkoi podkreplennoi plastiny [The initial deflection effect on displacement and deformation of flexible reinforced plate]. *Vestnik TSUAB*. 2016. No. 3. Pp. 121–128. (rus)