АРХИТЕКТУРА
И ГРАДОСТРОИТЕЛЬСТВО

УДК 72.031

РАДЗЮКЕВИЧ АНДРЕЙ ВЛАДИСЛАВОВИЧ, канд. архит., доцент,
radz@rambler.ru
МАРЧЕНКО ЮРИЙ ГРИГОРЬЕВИЧ, докт. культурологии, профессор,
teneshev@yandex.ru
Новосибирская государственная архитектурно-художественная академия,
630099, г. Новосибирск, Красный проспект, 38

К ВОПРОСУ О РАЗМЕРАХ И ПРОПОРЦИЯХ ПИРАМИДЫ ХЕОПСА

В работе проводится сопоставление наиболее распространенных гипотез, описывающих логику формообразования пирамиды Хеопса. Исследуется научное предположение, основанное на пропорции золотого сечения. Текст Геродота о том, что боковая грань пирамиды Хеопса равна квадрату высоты пирамиды, однозначно дает основание для утверждения, что пропорция золотого сечения присутствует в геометрии пирамиды. Однако наличие иррациональной золотой пропорции вызывает сомнения в контексте уровня развития математики Древнего Египта. В статье предлагается иная трактовка текста Геродота, основанная на использовании так называемых квадратных чисел. Предложена новая метрологическая интерпретация размеров пирамиды Хеопса, что дает возможность осуществить реконструкцию логики ее формообразования.

***Ключевые слова**:* историческая метрология; пирамида Хеопса; пропорция золотого сечения; число Пи; квадратные числа.

ANDREI V. RADZYUKEVICH, PhD, A/Professor,
radz@rambler.ru
YURII G. MARCHENKO, DSc, Professor,
teneshev@yandex.ru
Novosibirsk State Academy of Architecture and Fine Arts,
38, Krasnyi Ave., 630099, Novosibirsk, Russia

PYRAMID OF CHEOPS: SIZES AND PROPORTIONS

The paper presents a comparison of the most widespread hypotheses describing the principles of formation of the Pyramid of Cheops. A scientific guess based on a golden ratio is investigated in this paper. Herodotus's text about the fact that the lateral side of the Pyramid is equal to its height square, unambiguously proves the statement that the golden ratio is present in the Pyramid geometry. However, the existence of irrational golden ratio proportion raises

© Радзюкевич А.В., Марченко Ю.Г., 2015

doubts in relation to the level of development of mathematics in Ancient Egypt. The paper gives the different interpretation of Herodotus's text based on the use of the perfect square. Also, a new metrological interpretation of the Pyramid dimensions is suggested that gives the possibility of modifying its formation principles.

***Keywords**:* historical metrology; Pyramid of Cheops; golden ratio; the number π; perfect square.

Пирамида Хеопса (Khufu) совместно с комплексом пирамид в Гизе относится к числу ключевых памятников истории мировой архитектуры (рис. 1).

Рис. 1. Пирамида Хеопса в составе комплекса пирамид в Гизе

Изучению геометрии пирамиды посвящено огромное количество исследований, в которых содержится целый ряд гипотез с реконструкцией логики формообразования пирамиды. В большом количестве научных и научно-популярных текстов приводятся различные доводы о наличии в пирамиде Хеопса пропорции золотого сечения. Главным основанием для «золотой» гипотезы служит утверждение Геродота о том, что площадь боковой грани пирамиды равна квадрату ее высоты. Подобное сообщение о математической особенности геометрии пирамиды, по всей видимости, является уникальным и, очевидно, не случайным. Следует уточнить смысл текста Геродота. В русском переводе Г.А. Стратановского текста о пирамиде Хеопса (книга II, часть 124) говорится, что «она четырехсторонняя, каждая сторона ее шириной в 8 плефров и такой же высоты» [1]. Неточность перевода была отмечена Д.Д. Мордухай-Болтовским [2] и А.И. Щетниковым [3]. Они предлагают иную формулировку: «У неё с каждой стороны грань в восемь плефров, равная квадрату высоты», т. е. каждая грань пирамиды имеет площадь, равную квадрату высоты пирамиды (рис. 2).

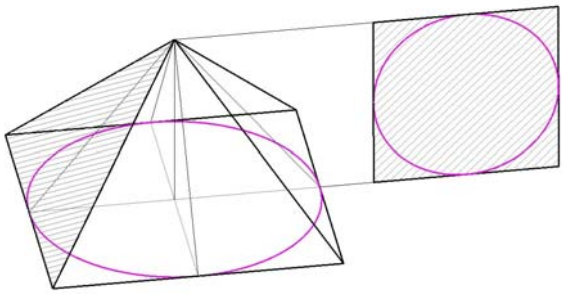

Рис. 2. Геометрическая схема пирамиды Хеопса, соответствующая формуле Геродота (площадь боковой грани пирамиды равна квадрату ее высоты)

Рассмотрим детально вопрос о соотношении площади грани пирамиды к ее высоте. Обозначим высоту пирамиды, половину стороны основания и медиану как A, B и C соответственно (рис. 3).

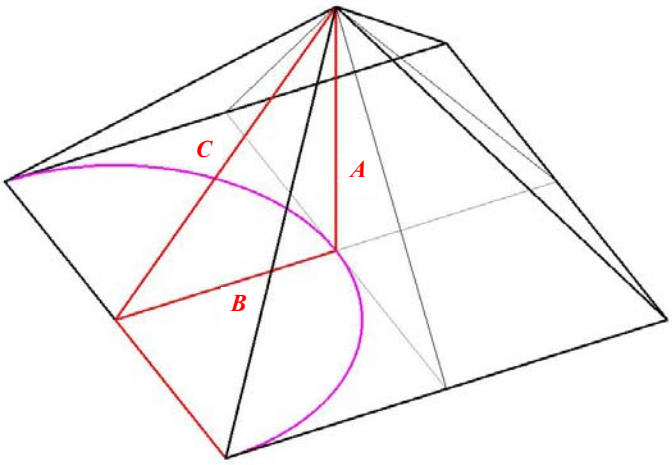

Рис. 3. Геометрическая схема пирамиды Хеопса с обозначением высоты пирамиды (A), медианы (C) и половины стороны основания (B)

Площадь боковой грани пирамиды равна $B \times C$. В соответствии с теоремой Пифагора получается, что

$$A^2 + B^2 = C^2.$$

Кроме того, исходя из текста Геродота получается, что

$$B \times C = A^2.$$

Следовательно, подставляя $B \times C$ вместо A^2, получаем

$$B \times C + B^2 = C^2.$$

Решая это уравнение, ориентируясь на современный уровень развития математики, получаем, что длина медианы пирамиды должна относиться к половине ее основания в пропорции, которую принято называть пропорцией золотого сечения и обозначать буквой «Ф» (рис. 4).

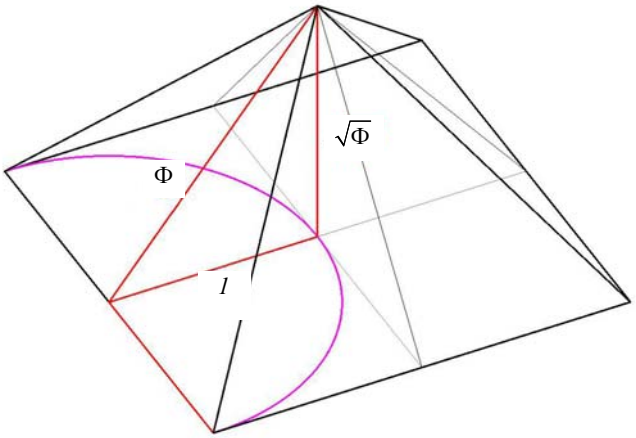

Рис. 4. Наличие пропорции золотого сечения в пирамиде Хеопса в соответствии с формулировкой Геродота

Более того, формулировка Геродота содержит в себе еще одну любопытную закономерность, отмеченную Д.Д. Мордухай-Болтовским, – медиана пирамиды так относится к ее высоте, как высота относится к половине основания. Иначе говоря, гипотенуза треугольника так относится к большому катету, как большой катет относится к малому катету. Очевидно, что это условие выполняется только в случае отношения гипотенузы к малому катету в пропорции золотого сечения.

Не затрагивая пока вопроса об историчности такого подхода, посмотрим, как соотносится с формулой Геродота еще одна широко распространенная гипотеза, согласно которой в форме пирамиды присутствует целочисленная пропорция 14/11. Предполагается, что она символизирует «круговые» соотношения, связанные с дробью 22/7, которая в древности могла использоваться в качестве целочисленного аналога числа Пи.

Предположим, что соотношение 14/11 справедливо как для отношения гипотенузы к большому катету, так и для отношения большого катета к малому. Анализ проведенных ранее исследований показывает, что такое двойное использование пропорции 14/11, судя по доступной нам литературе, пока не применялось. Допуская это предположение, получаем, что связать размеры малого катета, большого катета и гипотенузы можно через целочисленную цепочку модулей 121 – 154 – 196 (рис. 5).

В данном случае отношение медианы к половине стороны получается равным 1,6198347 (196/121), что отличается от золотого соотношения всего лишь на 0,11 % или на 1/900 часть.

В связи с этим произведем детальное сопоставление представленных гипотез: «иррационально-золотой» и «целочисленно-круговой». Обратимся прежде всего к фактическим обмерам пирамиды Хеопса. Общепринятыми в настоящее время считаются следующие размеры этого древнейшего сооружения: длина основания равна 230,37 м, а вычисленная из угла наклона граней пирамиды высота – 146,6 м [4]. Расчетный размер апофемы при этом состав-

ляет 186,44 м. Фактическое отношение высоты пирамиды к половине ее основания равно 1,272735. Если следовать «золотой» гипотезе, то этот коэффициент представляет собой $\sqrt{\Phi}$ и равен 1,27201965. Если же придерживаться гипотезы, основанной на дроби 14/11, то этот коэффициент получается равным 1,272727272. Сопоставляя полученные коэффициенты, следует отметить, что второй вариант точнее «золотого» более чем в 90 раз. Если же сопоставить оба этих коэффициента с фактическими реальными размерами, то, полагая длину основания пирамиды базовой величиной, получаем, что высота пирамиды в первом случае должна быть равна 146,599 м, а во втором – 146,518 м. Отмечая просто невероятное идеально-фантастическое соответствие (1 мм погрешности) первого варианта фактическому значению, заметим также, что и «золотой» вариант исключительно точен. Отклонение составляет всего 82 мм на 146,6 м.

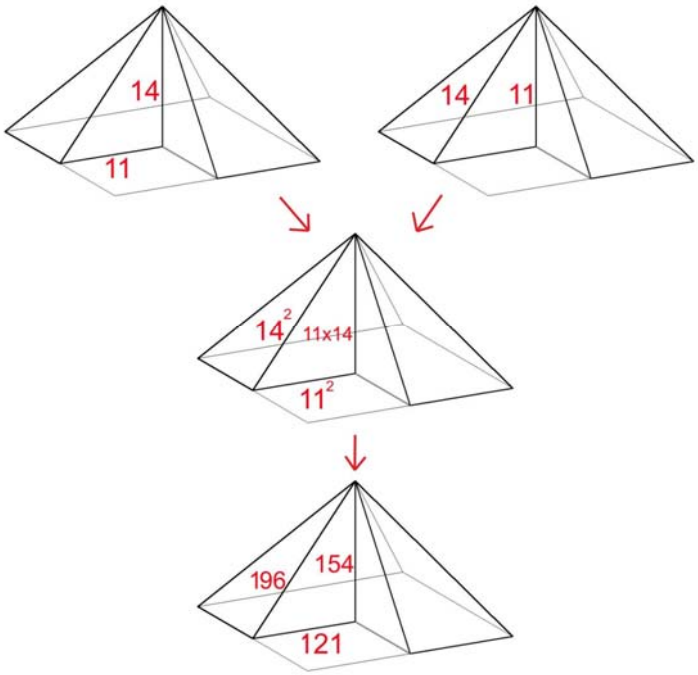

Рис. 5. Пропорциональные целочисленно-модульные соотношения между основными элементами пирамиды Хеопса

Рассмотрим историко-метрологические особенности пирамиды Хеопса. Исходя из приведенных вычислений и фактических размеров сторон основания и высоты пирамиды, получаем величину модуля, равную 0,952 м. Размер в 196 таких модулей равен 186,59 м, что отличается от расчетного размера апофемы (186,44 м) на 15 см. Учитывая, что погрешность колебаний фактических размеров в сторонах основания пирамиды составила 20,1 см, можно констатировать, что погрешность в 15 см не превышает

фактические колебания размеров и ею можно пренебречь. Гипотеза золотого сечения, основанная на иррациональном значении «золота», дает размер апофемы в 186,37 м, что меньше размера, рассчитанного по теореме Пифагора, на 7 см. Если же ориентироваться на исторически более оправданную «целочисленно-золотую» гипотезу, представленную в работе Ливио Стеччини [5], согласно которой формообразующий треугольник пирамиды Хеопса содержит стороны, соотносящиеся как 55×70×89, погрешность получается равной 5 см. Следовательно, обе гипотезы по соответствию фактическим размерам следует признать истинными. Теперь рассмотрим обе гипотезы на предмет их соответствия данным по исторической метрологии. Вариант Стеччини отвечает общепринятому положению о том, что высота пирамиды Хеопса и сторона ее основания равны соответственно 280 и 440 локтям царским. И в этом случае расчетная величина апофемы получается равной 356 таким локтям (89×4). Однако использование величины царского локтя в пирамиде Хефрена (Khafra) дает такие «неудобные» величины, как 410 и 273 ед. [4]. Хотя практически все исследователи безоговорочно признают, что формообразующим треугольником для этой пирамиды был простейший египетский треугольник со сторонами 3×4×5. В данном случае катеты, равные 205 и 273 царским локтям, не соответствуют соотношению 3/4, и поэтому данный метрологический подход содержит внутреннее противоречие.

Рассмотрим подробнее полученный модуль (0,952 м). В первом приближении эту величину можно интерпретировать как два локтя по 0,476 м или три фута по 0,317 м. По исследованиям Н.Н. Болотина, подобные размеры локтя и фута составляли основу так называемой древнеассирийской системы мер [6]. По его мнению, она образовалась в результате уменьшения мер так называемой среднемесопотамской системы на 1/10 величину. Так, локоть среднемесопотамский обыкновенный, равный 0,528 м, был уменьшен до 0,475 м. Соответственно, фут в 0,352 м сократился до 0,3168 м. Исследование Н.Н. Болотина показывает, что подобные приемы с уменьшением мер на 1/10 величины встречались в истории древних мер неоднократно. Например, фараон Эхнатон (Аменхотеп IV) провел аналогичную налоговую реформу, уменьшив налоги с населения на 1/10 часть. Следовательно, предположим, что полученный нами модуль равен двум локтям, каждый из которых имеет размер в 9/10 от египетского царского локтя. В этом случае используемые нами меры будут соотноситься между собой следующим образом:

локоть царский/10 = локоть расчетный/9 = фут расчетный/6.

Данная метрологическая реконструкция имеет целый ряд косвенных подтверждений. Во-первых, следует отметить, что единственная находка археологов и, очевидно, самый главный элемент пирамиды Хеопса – сохранившийся в камере фараона саркофаг (рис. 6) снаружи имеет ширину 0,96 м и длину 2,24 м, что достаточно точно можно интерпретировать как 3 и 7 расчетных фута.

Рис. 6. Фото сохранившегося гранитного саркофага из пирамиды Хеопса

Учитывая, что толщина стенок равна 0,16 м, внутренние размеры саркофага получаются равными 2 и 6 расчетным футам. Наружная ширина саркофага фактически равна принятому нами модулю соразмерения параметров пирамиды Хеопса. Во-вторых, по подсчетам Ф. Петри, пирамида Хеопса содержит около 2 300 000 блоков весом 2,5 т каждый, размером в среднем 127×127×71 см [7]. В переводе на реконструируемые меры получаем цепочку в 4×4×2,25 фута по 0,317 м. В переводе на ладони (1/4 фута) получаем цепочку в 16×16×9 ладоней. Характерно, что числа 16 и 9 являются квадратными числами.

Необходимо также отметить, что размер в 1,27 м есть величина, тождественная двойному шагу, упоминаемому у Витрувия. Он пишет, что Эратосфен вычислил длину окружности Земли равной 252 000 стадиям (700 стадий на один градус), что равно также 31 500 000 шагам [8]. Учитывая, что по оценкам метрологов Эратосфен очень точно измерил длину окружности Земли, получаем, что величина шага равна примерно 1,27 м (вероятно, имелся в виду размер двойного шага), т. е. она идентична 4 расчетным футам. Поскольку в стадии получается 125 таких шагов (31500000/252000), то в ней, соответственно 500 таких футов. Длина стадии Эратосфена в этом случае становится равной примерно 158,7 м. Следует отметить, что в этой стадии содержалось также 300 «местных локтей» [9]. Отсюда получается, что «местный локоть» был равен 0,529 м, а его величина соотносилась с футом в пропорции 5/3 или 10/6, что соответствует принятой выше метрологической модели. Заметим, что числа 10 и 6 имели в древней нумерологии особый статус. Об этом имеется упоминание в трактате Витрувия «Десять книг об архитектуре». В книге третьей он сообщает, что древние зодчие «...за основание мер, явно необходимых при всяких работах... установили число десять». Однако, «математики, возражая на это, считают совершенным числом шесть». И только позднее, «когда усмотрели, что оба числа, и шесть и десять, совершенны, то соединили их в одно и получили совершеннейшее число – шестнадцать».

По мнению известного египтолога Жана-Филиппа Лауэра [10], в пирамиде Хеопса целочисленной дробью определяется не только угол наклона апофемы, но и угол наклона ребра. Он считает, что высота пирамиды соотносится с половиной длины диагонали основания в пропорции 9/10. В этом случае можно допустить, что зодчий пирамиды мог одновременно использовать как царский локоть, так и расчетный локоть в 0,475 м, определяя высоту пирамиды в 308 локтей расчетных, а полудиагональ основания – в 308 локтей царских. Очень хорошо косвенно подтверждает принятую гипотезу метрологическая интерпретация размеров рядом стоящей пирамиды Хефрена. Ее высота получается равной «круглому» числу в 300 расчетных локтей. Сторона основания при этом равна 450 локтям. В этом случае соотношение половины длины основания к высоте оказывается тождественным соотношению катетов в египетском треугольнике 300/225 = 4/3. Соответственно, апофема получается равной 375 таким локтям.

Для сопоставления гипотез можно также обратиться к размерам третьей пирамиды комплекса в Гизе – пирамиды Микерина (Menkaura). Однако данные по ее обмерам настолько противоречивы, что делать это можно только с большой долей условности. В работе [10] сообщается, что наклон ее граней тождествен наклону граней пирамиды Хеопса – примерно 52°. Длина основания и высота пирамиды принимаются равными соответственно 202 и 125 локтям царским, что почему-то трактуется как соотношение, близкое 22/14. Приведенные в Википедии примерные обмерные данные (102,2–104,6 м – стороны основания и 65,55 м – высота) дают возможность предположить, что эти размеры соответствуют 220 и 140 расчетным локтям по 0,475 м. Нетрудно заметить, что получилось соотношение, тождественное соотношению размеров пирамиды Хеопса – 220/140 = 484/308. Исходя из этих размеров получается, что пирамиды Хеопса и Микерина находятся в пропорции 11/5. Представим все реконструкции проектных размеров пирамид на рис. 7.

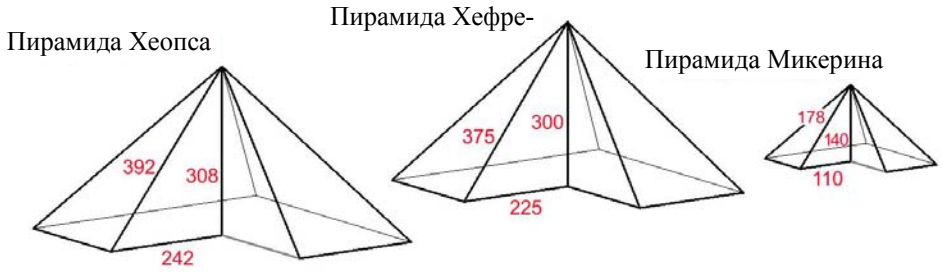

Рис. 7. Реконструкция проектных размеров пирамид в Гизе (мера – расчетный локоть 0,475 м)

Конечно, сложно говорить о какой-либо реконструкции логики формообразования ансамбля пирамид. Даже предположение о том, что все они были сделаны в соответствии с неким единым замыслом, кажется весьма смелым.

Тем не менее используемая мера длины вполне целочисленно и «кругло» описывает все основные размеры пирамид комплекса. Такая реконструкция проектных размеров может стать основой для дальнейших поисков логики формообразования. Вполне возможно, что полученные числовые значения можно будет рассматривать в аспекте архитектурной космологии и символики [11].

Рассмотрим ниже обозначенные гипотезы в аспекте их соответствия истории математики. Вопрос о сознательном использовании пропорции золотого сечения в пирамиде Хеопса является очень спорным. Золотая пропорция является величиной иррациональной, а древние египтяне, судя по историческим документам, могли оперировать только целыми числами и дробями. Впервые в исторических текстах эта пропорция была зафиксирована только в III в. до н. э. в «Началах» Эвклида при решении задачи геометрического построения правильного пятиугольника и пятнадцатиугольника.

В исследованиях ряда авторов высказывается предположение о том, что пропорция золотого сечения первоначально была зафиксирована в текстах Платона (перевод С.С. Аверинцева). В диалоге «Тимей» приводится следующая формула пропорциональной взаимосвязи: «Прекраснейшая же из связей такая, которая в наибольшей степени единит себя и связуемое, и задачу эту наилучшим образом выполняет пропорция, ибо, когда из трех чисел – как кубических, так и квадратных – при любом среднем числе первое так относится к среднему, как среднее к последнему, и соответственно последнее к среднему, как среднее к первому, тогда при перемещении средних чисел на первое и последнее место, а последнего и первого, напротив, на средние места выяснится, что отношение необходимо остается прежним, а коль скоро это так, значит, все эти числа образуют между собой единство». Однако детальный разбор текста Платона, проведенный В.С. Беляниным, показывает, что пропорция золотого сечения тут ни при чем [12]. При условии, что исходные числа являются либо квадратными, либо кубическими, всегда можно вычислить «среднее» значение, удовлетворяющее формуле Платона. При этом пропорциональные соотношения между выбранными числами могут быть самыми разными. Например, если взять два произвольных квадратных числа, допустим 9 (3×3) и 25 (5×5), то можно вычислить что «наилучшим связующим» между ними будет число 15. Пропорциональные соотношения 25/15 и 15/9 оказываются равными 1,666666. А для квадратных чисел, допустим 9 (3×3) и 36 (6×6), «связующим» числом будет 18. И пропорция между 36/18 и 18/9 будет равна 2. Фактически для любой пары квадратных или кубических чисел можно найти «наилучшее общее связуемое» (табл. 1).

Для нашего же конкретного случая чрезвычайно важным следует считать то обстоятельство, что речь в этом высказывании идет именно о квадратных и кубических числах. В нашей гипотезе апофема и половина длины основания (гипотенуза и малый катет) описываются с помощью именно квадратных чисел – 11×11 и 14×14. Большой катет (высота пирамиды) в этом случае и является «наилучшим связуемым», т. к. он является средним геометрическим между малым катетом и гипотенузой: 11×14 = 154.

Таблица 1

Вычисление средних значений для двух произвольных квадратных чисел (от 4 до 256)

		2x2	3x3	4x4	5x5	6x6	7x7	8x8	9x9	10x10	11x11	12x12	13x13	14x14	15x15	16x16
		4	9	**16**	25	36	49	64	81	100	**121**	144	169	196	225	256
16x16	256	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	
15x15	225	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210		
14x14	**196**	28	42	56	70	84	98	112	126	140	**154**	168	182			
13x13	169	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156				
12x12	144	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132					
11x11	121	22	33	44	55	66	77	88	99	110						
10x10	100	20	30	40	50	60	70	80	90							
9x9	**81**	18	27	**36**	45	54	63	72								
8x8	64	16	24	32	40	48	56									
7x7	49	14	21	28	35	42										
6x6	36	12	18	24	30											
5x5	25	10	15	20												
4x4	16	8	12													
3x3	9	6														
2x2	4															

196-154-121 Пирамида Хеопса

81-36-16 Парфенон в Афинах

Особенность данного случая состоит в том, что зодчему нужно было подобрать среднее не для любых произвольных квадратных или кубических чисел, а для тех чисел, которые бы позволили построить прямоугольный треугольник. В этом случае величина большего числа (гипотенузы) должна соотноситься с величиной меньшего числа (малого катета) в пропорции, близкой к той, которую сегодня принято называть золотым сечением. Поэтому формулировку Платона можно связать с пропорцией золотого сечения только в одном случае, когда все три числа образуют стороны прямоугольного треугольника. При этом соотношение катетов теоретически должно быть равно примерно значению 1,272.

Рассмотрим, велика ли вероятность появления таких вариантов, одновременно соответствующих и формуле Платона, и теореме Пифагора. Для предварительной проверки возьмем только первые 25 квадратных чисел (табл. 2).

Как видно из приведенных примеров, вариант, тождественный пропорциям пирамиды Хеопса, является наиболее точным – всего 0,114 %. Если предположить, что зодчий использовал именно такой подход при определении размеров, то становится понятным, что решающее влияние на выбор варианта оказала его исключительно высокая точность соответствия формуле, тождественной теореме Пифагора. Как именно производился подбор числовых значений, можно только предполагать. Очевидно, что современный подход к решению данной задачи, базирующийся на решении биквадратного уравнения, не мог быть использован в то время. Иначе придется признать достоверной гипотезу о неких космических пришельцах. По всей видимости, расчет проводился на основе эмпирического подбора трех чисел, соответствующих исходным условиям «совершенства». Можно предположить, что поиск нужного варианта происходил с помощью раскладывания на плоскости фигурных квадратных и прямоугольных чисел и с использованием схем гномона.

Следует также отметить, что использование пропорций, тождественных формулировке Платона, по всей видимости, было предпринято в Парфеноне. Соотношение длины стилобата, ширины стилобата и высоты ордера, вероят-

но, определялось зодчими по целочисленной цепочке 81 – 36 – 16 [13]. Отличие заключалось в том, что зодчим не нужно было выстраивать из этих величин прямоугольный треугольник.

Таблица 2

Вычисление пропорций целочисленных прямоугольных треугольников

Число	Гипотенуза (число в квадрате)	Большой катет	Малый катет	Приближенно- целочисленная цепочка		Погрешность, %
2	4	3,1447	2,472			
3	9	7,0755	5,562			
4	16	12,579	9,889			
5	25	19,654	15,451			
6	36	28,302	22,250			
7	49	38,522	30,285			
8	64	50,314	39,555			
9	81	63,679	50,062	81-63-49	**9x9 - 9x7 - 7x7**	2,167%
10	100	78,616	61,805			
11	121	95,126	74,784			
12	144	113,208	88,999			
13	169	132,862	104,451			
14	196	154,088	121,138	196-154-121	**14x14 - 14x11 - 11x11**	0,114%
15	225	176,887	139,062			
16	256	201,258	158,222			
17	289	227,201	178,617			
18	324	254,717	200,249			
19	361	283,805	223,117	361-285-225	**19x19 - 19x15 - 15x15**	0,837%
20	400	314,465	247,221			
21	441	346,698	272,561			
22	484	380,503	299,138			
23	529	415,881	326,950	529-414-324	**23x23 - 23x18 - 18x18**	0,910%
24	576	452,830	355,998			
25	625	491,352	386,283			

Что же касается гипотезы золотого сечения, то для использования ее при анализе форм древнеегипетских памятников нет исторических оснований. В фундаментальной работе Roger Herz-Fischler [14], посвященной изучению исторических документов, содержащих прямые или косвенные сведения о золотом сечении, показывается, что к периоду Древнего Египта можно отнести только рисунки пентаграммы. Указывается также, что вавилоняне умели на основе модульных соотношений строить фигуру пентаграммы на основе прямоугольного треугольника 3–4–5 (рис. 8).

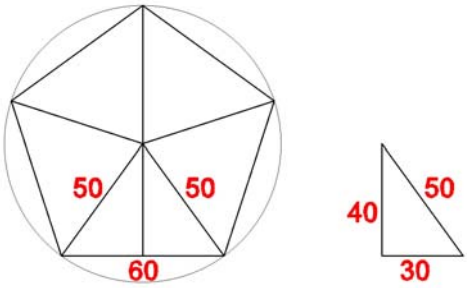

Рис. 8. Способ целочисленного построения фигуры пентаграммы (Древний Вавилон)

Любопытно, что абсолютно такой же способ построения правильного пятиугольника приводит теоретик архитектуры эпохи Возрождения Винченцо Скамоцци в своем трактате по архитектуре [15]. На 32-й странице трактата представлены приближенно целочисленные схемы правильных многоугольников (рис. 9).

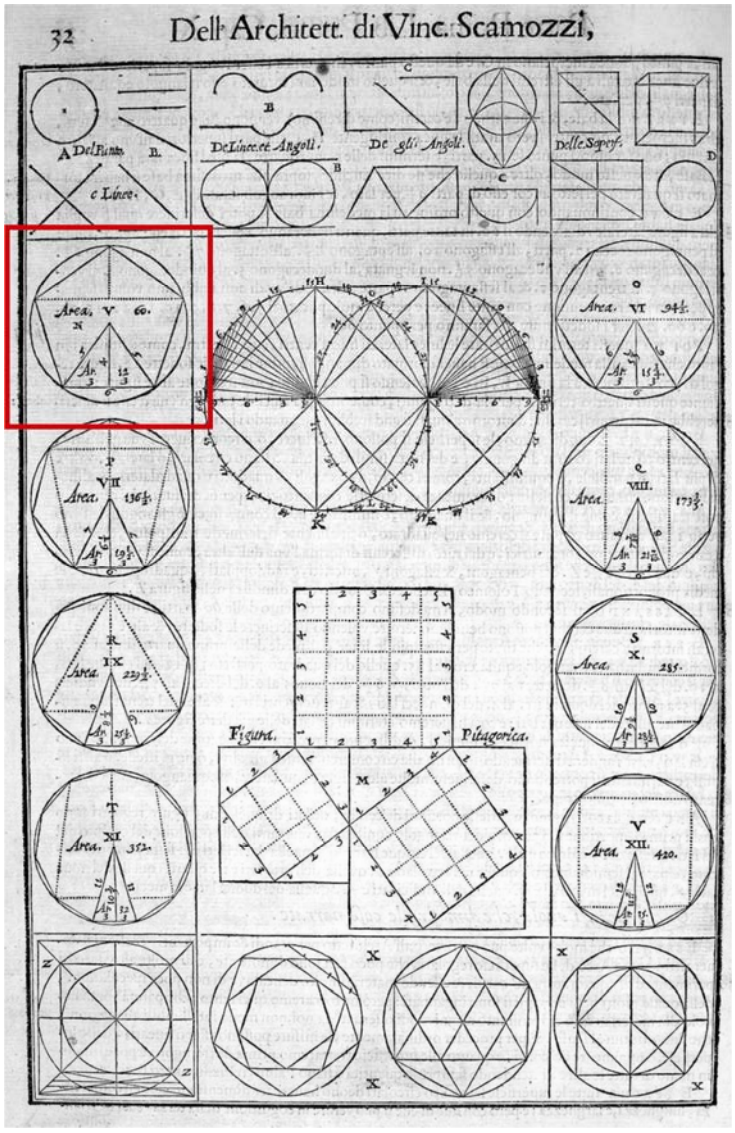

Рис. 9. Страница из трактата Винченцо Скамоцци (1615 г.)

На одной из схем (выделено красным) приведена схема правильного пятиугольника, построенного с помощью десяти треугольников со сторонами 3×4×5, известного в истории математики как египетский треугольник (рис. 10).

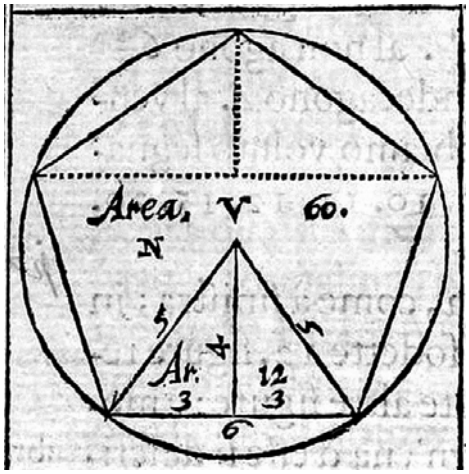

Рис. 10. Схема приближенного построения правильного пятиугольника (В. Скамоцци)

Рассмотренный материал дает возможность предположить, что присутствие в пирамиде Хеопса «золотой» пропорции носит случайный характер как побочный результат поиска пропорций «особого» прямоугольного треугольника, в котором гипотенуза относится к большому катету так же, как большой катет относится к малому катету.

Попытки интерпретировать пропорции пирамиды Хеопса с помощью гипотезы золотого сечения следует признать недостаточно убедительными, т. к. они имеют весьма слабые историко-математические обоснования в сравнении с целочисленно-модульными интерпретациями. Представленная гипотеза хорошо соотносится с работами [16, 17], в которых собрана определенная аргументация против использования пропорции золотого сечения в искусствоведческих исследованиях.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Геродот.* История : в 9 кн. / пер. и примеч. Г.А. Стратановского. – Л. : Наука, 1972. – 600 с.
2. *Начала Эвклида* : в 3 т. / пер. и комм. Д.Д. Мордухай-Болтовского при ред. участии И.Н. Веселовского и М.Я. Выгодского. – М. : ГТТИ, 1949. – 50 с.
3. *Щетников, А.И.* Золотое сечение, квадратные корни и пропорции пирамид в Гизе / А.И. Щетников. – Условия доступа : http://www.nsu.ru/classics/pythagoras/Pyramis.pdf
4. *Силиотти, А.* Египет. Пирамиды (Атлас чудес света) / А. Силиотти. – М., 1999. – 166 с.
5. *Livio Catullo Stecchini.* A History of Measures. The Dimensions of the Great Pyramid. – Условия доступа : http://www.metrum.org/measures/dimensions.htm
6. *Болотин, Н.И.* Формирование и развитие мер, их назначение для исследования памятников материальной культуры: дис. … докт. архит. – Новосибирск, 1975. – 354 с.
7. *Непомнящий, Н.Н.* По следам великанов / Н.Н. Непомнящий. – М. : Олимп; ООО «Фирма Издательство АСТ», 1998. – 512 с.
8. *Витрувий.* Десять книг об архитектуре / Витрувий ; пер. с латинского Ф.А. Петровского. Изд. 2-е, испр. – М., 2003. – 205 с.
9. *Томпсон, Дж..* История древней географии / Дж. Томпсон. – М. : Изд-во иностранной литературы, 1953. – 590 с.
10. *Corinna, Rossi.* Architecture and mathematics in Ancient Egypet / R. Corinna // Cambridge university press. – 2003. – 280 p.

11. *Поляков, Е.Н.* Образ вселенной в культовом зодчестве древнего мира / Е.Н. Поляков. – Томск : Изд-во ТГАСУ, 2009. – 434 с.
12. *Белянин, В.С.* Владел ли Платон кодом золотой пропорции? Анализ мифа. – Условия доступа : http://www.a3d.ru/archi/stat/no_mif.php
13. *Радзюкевич, А.В.* Золотой блеск модулей Парфенона / А.В. Радзюкевич // Архитектура, приложение к Строительной газете. – 1989. – № 14. – 195 с.
14. *Herz-Fischler, Roger.* A mathematical history of the golden number / Roger Herz-Fischler. – Mineola, NY, 1998. – 180 p.
15. *Scamozzi, V.* Architettura universal / V. Scamozzi. – Venezia. – 1694. – 287 p.
16. *Радзюкевич, А.В.* Критический анализ исследования Адольфа Цейзинга – основоположника гипотезы «золотого сечения» / А.В. Радзюкевич // AMIT 4(29) 2014. – Условия доступа : http://marhi.ru/AMIT/2014/4kvart14/radzukevich/radzukevich.pdf
17. *Радзюкевич, А.В.* К вопросу о научном изучении пропорций в архитектуре и искусстве / А.В. Радзюкевич // Ползуновский вестник. – 2014. – № 1. – С. 159–164. – Условия доступа : http://elib.altstu.ru/elib/books/Files/pv2014_01/pdf/159radzukevich.pdf

REFERENCES

1. *Stratanovskii G.A.* Gerodot. Istoriya [Herodotus, History]. In 9 books. Leningrad : Nauka Publ., 1972. 600 p. (transl. from Gr.)
2. *Mordukhai-Boltovskii D.D.* Nachala Evklida [Euclid's Elements]. In 3 vol. Moscow : GTTI Publ., 1949. 50 p. (transl. from Gr.)
3. *Shchetnikov A.I.* Zolotoe sechenie, kvadratnye korni i proportsii piramid v Gize [Golden ratio, square roots and proportions of pyramids in Giza]. Available at : http://www.nsu.ru/classics/pythagoras/Pyramis.pdf (rus)
4. *Siliotti A.* Egipet. Piramidy (Atlas chudes sveta) [Guide to the Pyramids of Egypt]. Moscow. 1999. 166 p. (transl. from It.)
5. *Stecchini L.C.* A History of Measures. The Dimensions of the Great Pyramid. Available at : http://www.metrum.org/measures/dimensions.htm
6. *Bolotin N.I.* Formirovanie i razvitie mer, ikh naznachenie dlya issledovaniya pamyatnikov material'noi kul'tury [Formation and development of measures, their purpose in study of cultural heritage. PhD thesis]. Novosibirsk. 1975. 354 p. (rus)
7. *Nepomnyashchii N.N.* Po sledam velikanov [In the footsteps of giants]. Moscow : AST Publ., 1998. 512 p. (rus)
8. *Vitruvius M.* Desyat' knig ob arkhitekture [Ten Books on Architecture]. Moscow : 2003. 205 p. (transl. from Lat.)
9. *Thomson J.O.* Istoriya drevnei geografii [History of Ancient Geography]. Moscow : 1953. 590 p. (transl. from Engl.)
10. *Corinna R.* Architecture and mathematics in Ancient Egypt. Cambridge university press. 2003. 280 p.
11. *Polyakov E.N.* Obraz vselennoi v kul'tovom zodchestve drevnego mira [Image of the Universe in cult architecture of the ancient world]. TSUAB Publ., 2009. 434 p. (rus)
12. *Belyanin V.S.* Vladel li Platon kodom zolotoi proportsii? Analiz mifa [Had Plato the code of the golden ratio? Analysis of the myth]. Available at : http://www.a3d.ru/archi/stat/no_mif.php (rus)
13. *Radzyukevich A.V.* Zolotoi blesk modulei Parfenona [Gold gloss of Parthenon's modules]. Arkhitektura, prilozhenie k Stroitel'noi gazete. 1989. No. 14. 195 p. (rus)
14. *Herz-Fischler R.* A mathematical history of the golden number. Mineola, NY, 1998. 180 p.
15. *Scamozzi V.* Architettura universale. Venezia. 1694. 287 p.
16. Radzyukevich A.V. Kriticheskii analiz issledovaniya Adol'fa Tseizinga – osnovopolozhnika gipotezy ‘zolotogo secheniya’ [The critical analysis of research by Adolf Zeising – the founder of golden ratio hypothesis]. AMIT 4. 2014. Available at : http://marhi.ru/AMIT/2014/4kvart14/radzukevich/radzukevich.pdf (rus)
17. *Radzyukevich A.V.* K voprosu o nauchnom izuchenii proportsii v arkhitekture i iskusstve [Scientific study of proportions in architecture and art]. *Polzunovskii Vestnik*. No. 1. 2014. Pp. 159–164. Available at : http://elib.altstu.ru/elib/books/Files/pv2014_01/pdf/159radzukevich.pdf (rus)