

Вестник Томского государственного
архитектурно-строительного университета.
2024. Т. 26. № 6. С. 214–223.

ISSN 1607-1859 (для печатной версии)
ISSN 2310-0044 (для электронной версии)

Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo
arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta –
Journal of Construction and Architecture.
2024; 26 (6): 214–223.
Print ISSN 1607-1859
Online ISSN 2310-0044

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

УДК 624.016

DOI: 10.31675/1607-1859-2024-26-6-214-223

EDN: WIGGXY

ФОРМУЛИРОВКА КРИТЕРИЯ МИНИМУМА ЭНЕРГИИ ДЕФОРМАЦИИ В ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧАХ ДЕФОРМИРОВАНИЯ НЕОДНОРОДНЫХ СТЕРЖНЕЙ

Андрей Викторович Мищенко

Новосибирский государственный

архитектурно-строительный университет (Сибстрин),

г. Новосибирск, Россия

Новосибирское высшее военное командное ордена Жукова училище,

г. Новосибирск, Россия

Аннотация. *Актуальность.* Оптимизация строительных конструкций является одной из приоритетных инженерных задач. Ее актуальность обусловлена расширением многообразия типов внутренней структуры неоднородных конструктивных элементов, а также необходимостью построения уточненных математических моделей, учитывающих нелинейные факторы деформирования.

Цель. Получение конечных соотношений для интегрального критерия минимума энергии деформации применительно к структурно-неоднородному нелинейно деформируемому стержню. Расчетная схема стержня Тимошенко имеет симметричную структуру, содержит структурные элементы (слои), выполненные из однородных нелинейно-упругих материалов.

Материалы и методы. Для описания закона деформирования материалов используется полиномиальная аппроксимация произвольного порядка. На ее основе получены нелинейные зависимости для внутренних усилий – как функций обобщенных деформаций осевой линии. Коэффициентами в них выступают жесткостные характеристики высших порядков.

Выводы. Выведены удобные для практического применения конечные зависимости для компонент удельной энергии деформации в зависимости от деформации, кривизны и осредненного сдвига. Их применение позволяет упростить формулировку оптимизационных задач, решаемых на основе энергетического критерия, с учетом физической нелинейности и неоднородности стержней.

Ключевые слова: неоднородный стержень, слоистая структура, энергетический критерий, потенциальная энергия деформации, физическая нелинейность, жесткостные характеристики

Для цитирования: Мищенко А.В. Формулировка критерия минимума энергии деформации в физически нелинейных задачах деформирования неоднородных стержней // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2024. Т. 26. № 6. С. 214–223. DOI: 10.31675/1607-1859-2024-26-6-214-223. EDN: WIGGXY

ORIGINAL ARTICLE

LEAST STRAIN ENERGY IN NONLINEAR PROBLEMS OF BAR NONUNIFORM DEFORMATION

Andrey V. Mishchenko

Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering,
Novosibirsk, RussiaOrder of Zhukov Novosibirsk Higher Military Command School,
Novosibirsk, Russia

Abstract. Optimization of building structures is one of the priority engineering tasks. Its relevance is determined by the expansion of the variety of internal structures of nonuniform structural elements, as well as the need to construct refined mathematical models considering nonlinear deformation factors.

Purpose: The aim is to the integral criterion for the least strain energy in relation to a nonuniform, nonlinearly deformed bar. The design diagram of the Timoshenko bar has a symmetrical structure and contains structural elements (layers) made of homogeneous nonlinear elastic materials.

Methodology: The material deformation is described by a polynomial approximation of an arbitrary order. Nonlinear dependencies are obtained for internal forces as functions of generalized strain of the axial line. Their coefficients are rigidity characteristics of higher orders.

Research findings: The suggested dependences used for strain energy components, are derived depending on deformation, curvature and average shear. Their use makes it possible to simplify formulation of optimization problems solved using the energy criterion with regard to physical non-linearity and nonuniformity of bars.

Keywords: nonuniform bar, layered structure, energy criterion, potential strain energy, physical nonlinearity, rigidity properties

For citation: Mishchenko A.V. Least Strain Energy in Nonlinear Problems of Bar Nonuniform Deformation. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2024; 26 (6): 214–223. DOI: 10.31675/1607-1859-2024-26-6-214-223. EDN: WIGGXY

Введение

Оптимизация строительных конструкций в настоящее время является одной из приоритетных инженерных задач. Ее актуальность существенно возрастает благодаря: а) росту интенсивности и усложнению характера внешних воздействий на здания и сооружения; б) расширению многообразия типов внутренней структуры конструктивных элементов, полученных в результате внедрения в практику новых принципов проектирования, среди которых одним из самых весомых является принцип структурной неоднородности; в) построению уточненных расчетных (математических) моделей конструктивных элементов, учитывающих нелинейные факторы деформирования.

Одним из главных этапов решения оптимизационных задач является выбор критерия оптимальности, позволяющего достоверно оценить качество полученного решения. Среди множества критериев, успешно применяющихся в данных задачах [1, 2], выделим энергетический критерий [3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10], согласно которому наилучшие характеристики деформируемой системы обеспечивают минимум ее потенциальной энергии деформации. С одной стороны, требование о минимуме потенциальной энергии системы не имеет непо-

средственного практического смысла, заложенного, например, в нормы проектирования, но, с другой – оно базируется на фундаментальном понятии механики, из которого естественным образом вытекают многие известные методы расчета. Существенно также и то, что в самой формулировке энергетического критерия используются наиболее важные характеристики состояния конструкции – внутренние усилия и деформации.

В большинстве работ, известных в научной литературе, энергетический критерий оптимальности применяется для линейно деформируемых систем. Вместе с тем очевидно, что многие материалы, применяемые для изготовления несущих строительных конструкций, например бетоны, древесина, конструкционные пластмассы, некоторые композитные материалы, деформируются нелинейно. В связи с этим возникает практическая потребность в разработке: а) решений оптимизационных задач с учетом нелинейных факторов; б) приближенных расчетных математических подходов, обладающих приемлемой трудоемкостью для нелинейных задач.

Настоящая статья посвящена формулировке интегрального энергетического критерия оптимизации в форме конечных аналитических зависимостей для физически нелинейных задач на основе использования полиномиальных аппроксимаций напряжений для нелинейно-упругих материалов.

Материалы и методы исследования

1. Расчетная схема неоднородного стержня. Для структурно-неоднородного конструктивного элемента плоской стержневой системы, расчетная схема которого характеризуется определенным набором $P = [p_1, p_2, \dots]$ варьируемых параметров, запишем энергетический критерий в интегральной форме:

$$W(P) = \sum_i \iiint_V w_{\sigma_i} dx dy dz \rightarrow \min. \quad (1)$$

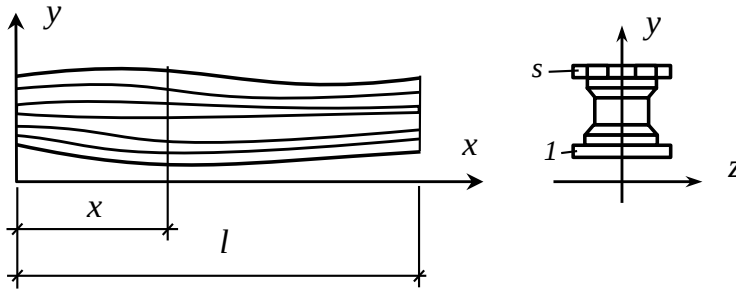
Выражение (1) содержит сумму интегралов от величин удельных энергий w_{σ_i} для каждой из учитываемых в принятой постановке компоненты напряжения σ_i . При деформировании плоских строительных конструкций, составленных из тонких стержней ($h/l < 1/10$), будем использовать кинематические гипотезы Тимошенко при учете двух компонент тензора напряжений $\sigma_i = [\sigma_x, \tau_{yx}]$, в результате чего в формуле (1) будут присутствовать компоненты w_{σ_x} , w_{τ} . Как показывают расчеты [10], первая из них в стержневых системах с преимущественным изгибом дает наибольший вклад в энергию деформации.

Стержень, показанный на рисунке, составлен из s однородных структурных элементов (частей, слоев), соединенных между собой в монолитную неоднородную структуру. Способ соединения обеспечивает равенство перемещений на совместных участках границ структуры.

Свяжем со стержнем систему координат x, y, z , совместив ось x с геометрической осью стержня без привязки к физическому центру. При сохранении симметрии относительно вертикальной плоскости x, y структурные элементы могут иметь разнообразную геометрическую форму и отражать типы структур [11]: поперечно-, радиально- и продольно-слоистую, армированную и др. k -й элемент ($k = 1, \dots, s$) в стержне характеризуется набором геометрических функций

$$\mathbf{G}_k(x) = [g_{k1}(x), g_{k2}(x), \dots, g_{km}(x)], \quad (2)$$

необходимых для описания формы поперечного сечения данного элемента. В частности, они могут быть представлены шириной $b_k(x)$ и высотой $h_k(x)$ прямоугольного сечения слоя; $\delta_k(x)$ – толщиной слоя концентрической слоистой структуры; диаметром $d_k(x)$ и координатами центра сечения $y_k(x)$ k -го армирующего элемента и т. д.



Расчетная схема структурно-неоднородного стержня
Design of bar with inhomogeneous structure

Будем считать, что материалы обладают нелинейно-упругими свойствами, описываемыми в рамках деформационной теории пластичности конечными зависимостями. Рассмотрим запись энергии деформации для компонент напряжений, учитываемых в (1).

2. Энергия деформации нормальных напряжений. Для нормального напряжения $\sigma_x^{(k)}$, действующего в k -м структурном элементе, примем модель [12], основанную на степенных функциях деформации с натуральными показателями

$$\sigma_x^{(k)}(\varepsilon) = p_{k,0}^{\sigma\pm} + p_{k,1}^{\sigma\pm}\varepsilon + p_{k,2}^{\sigma\pm}\varepsilon^2 + \dots = \sum_{i=0}^r p_{k,i}^{\sigma\pm}\varepsilon^i, \quad (3)$$

содержащую параметры $p_{k,i}^{\sigma+}$, $p_{k,i}^{\sigma-}$ (со знаками) для областей растяжения и сжатия. Путем подбора их значений обеспечивается требуемое соответствие модели (3) опытным данным. Как частные случаи из нее вытекают законы: а) жестко-пластического деформирования (активного без разгрузки) $\sigma_x^{(k)}(\varepsilon) = p_{k,0}^{\sigma\pm} = \sigma_{k,s}$ ($\sigma_{k,s}$ – предел текучести k -го материала); б) линейно-упругого деформирования, в том числе разномодульного $\sigma_x^{(k)}(\varepsilon) = p_{k,1}^{\sigma\pm}\varepsilon$; в) квадратичного закона Ф. Герстнера $\sigma_x^{(k)}(\varepsilon) = p_{k,1}^{\sigma\pm}\varepsilon + p_{k,2}^{\sigma\pm}\varepsilon^2$ (где $p_{k,2} < 0$).

Аппроксимация (3) может содержать произвольный, необязательно последовательный, набор членов. В случае если закон деформирования материала может быть аппроксимирован нечетной функцией, то в (3) целесообразно удерживать члены с нечетными индексами i , благодаря чему отпадает необходимость специального выявления положения нейтральной поверхности.

Подстановка напряжения (3) в выражение удельной энергии деформации w_{σ_x} дает

$$w_{\sigma_x} = \int \sum_{i=0}^r p_{k,i}^{\sigma_{\pm}} \varepsilon^i d\varepsilon = \sum_{i=0}^r \frac{p_{k,i}^{\sigma_{\pm}}}{i+1} \varepsilon^{i+1}. \quad (4)$$

Отсюда следуют формулы удельной (по объему) энергии для частных случаев использования в (3), (4) по одному слагаемому. Для первых четырех из них при $i = 0, 1, 2, 3$, учитывая (3), соответственно получим

$$\sigma_s \varepsilon, \frac{1}{2} \sigma \varepsilon, \frac{1}{3} \sigma \varepsilon, \frac{1}{4} \sigma \varepsilon.$$

Далее, интегрируя по площади сечения удельную энергию (4), с учетом зависимости деформаций от кривизны κ и деформации ε_0 отсчетной оси в форме

$$\varepsilon_x(x, y) = \varepsilon_0(x) - y \kappa(x), \quad (5)$$

получим выражение для погонной энергии деформации

$$W_{\sigma_x}(x) = \sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^{i+1} \frac{c_{j+1}}{i+1} D_{ij} \varepsilon_0^{i+1-j} \kappa^j. \quad (6)$$

Здесь введены интегральные жесткостные характеристики $D_{ij}(x)$ высших порядков для неоднородного сечения из нелинейно-упругих материалов:

$$D_{ij}(x) = \sum_{k=1}^s p_{k,i}^{\sigma_{\pm}} J_j^{(k)}, \quad J_j^{(k)}(x) = \iint_{A_k} y^j dA. \quad (7)$$

Индекс i соответствует номеру физического, а j – геометрического порядка. В частном случае при $i = 1$ имеем три жесткостные характеристики линейной теории:

$$D_{10}(x) = \sum_{k=1}^s E_k A_k(x), \quad D_{11}(x) = \sum_{k=1}^s E_k S_k(x), \quad D_{12}(x) = \sum_{k=1}^s E_k I_k(x),$$

в которых A_k , S_k , I_k отражают площадь, статический момент и момент инерции сечения k -го элемента структуры.

Числовые коэффициенты c_{ij} ($j = 0, \dots, i$) есть коэффициенты биномов Ньютона $(a - b)^j$. Первая сумма ($i = 1, \dots, r$) в (6) содержит однородные блоки, число которых соответствует порядку степени в аппроксимации (3), а вторая ($j = 0, \dots, i$) – слагаемые, зависящие от геометрических характеристик $J_j^{(k)}(x) = \iint_{A_k} y^j dA$, в количестве $i+1$ в каждом из них.

Вычисляя жесткости $D_{ij}^{(k)}$ k -го элемента в (7), следует принимать

$$p_{k,i}^{\sigma} = \begin{cases} p_{k,i}^{\sigma+}, & \varepsilon(y) \geq 0 \in h_k; \\ p_{k,i}^{\sigma-}, & \varepsilon(y) < 0 \in h_k, \end{cases}$$

а при пересечении его нейтральной осью – выполнить дополнительную разбивку на подобласти с одинаковым знаком деформации.

В развернутом виде выражение (6) для первых трех порядков аппроксимации (3) принимает вид

$$W_{\sigma_x}(x) = \underbrace{D_{00}\varepsilon_0 - D_{01}\kappa}_{i=0} + \underbrace{\frac{1}{2}D_{10}\varepsilon_0^2 - D_{11}\varepsilon_0\kappa + \frac{1}{2}D_{12}\kappa^2}_{i=1} + \underbrace{\frac{1}{3}D_{20}\varepsilon_0^3 - D_{21}\varepsilon_0^2\kappa + D_{22}\varepsilon_0\kappa^2 - \frac{1}{3}D_{23}\kappa^3}_{i=2} + \dots \quad (8)$$

Зависимости (6), (8) для погонной энергии деформации могут быть получены и как работа интегральных усилий

$$[N, M](x) = \sum_{k=1}^s \iint_{A_k} [\sigma_x^{(k)}, -\sigma_x^{(k)} y] dA. \quad (9)$$

Подставив в (9) напряжения (3) с учетом закона (5), можем записать нелинейные физические соотношения:

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^i c_{ij} D_{ij} \varepsilon_0^{i-j} \kappa^j = N, \\ -\sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^i c_{ij} D_{ij+1} \varepsilon_0^{i-j} \kappa^j = M. \end{cases} \quad (10)$$

Тогда погонная энергия деформации может быть найдена как

$$W_{\sigma_x}(x) = \sum_{i=0}^r \frac{1}{i+1} [N_i(x) \varepsilon_0(x) + M_i(x) \kappa(x)], \quad (11)$$

что в итоге дает совпадение с (6). Здесь $N_i(x)$, $M_i(x)$ – однородные блоки в (10) в суммах по переменной i .

3. Энергия деформации сдвига. Известно, в частности из работы [13], что использование в математической модели каких-либо априорных гипотез, в том числе Бернулли или Тимошенко, приводит к невозможности создания непротиворечивой расчетной теории стержней. В нашем случае это проявляется в наличии противоречия между закономерностью распределения касательных напряжений $\tau_{yx}(y) \neq \text{const}$ (с учетом граничных условий) и принятой гипотезой $\gamma_{yx}(y) = \gamma_0 = \text{const}$. Поэтому удельная энергия деформации w_τ не может быть найдена на основе подхода, использованного при получении удельной энергии (4). Минуя этап ее нахождения, определим погонную энергию деформации сдвига через интегральное усилие

$$W_Q(x) = \xi_\tau Q(x) \cdot \gamma_0(x), \quad (12)$$

где ξ_τ – осредненное значение коэффициента полноты нелинейных диаграмм сдвига. Осреднение выполняется по материалам и по уровню деформаций в каждом из них.

Приближенно примем в качестве ξ_τ аналогичный параметр закона нормальных напряжений для k -го материала

$$\xi_\sigma^{(k)}(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon \sigma_k(\varepsilon)} \int_0^\varepsilon \sigma_k(\varepsilon) d\varepsilon.$$

При учете зависимости (3) получим

$$\xi_\sigma^{(k)}(\varepsilon) = \frac{\sum_{i=0}^r p_{k,i}^{\sigma\pm} \varepsilon^{i+1}}{\sum_{i=0}^r p_{k,i}^{\sigma\pm} \varepsilon^{i+1}}. \quad (13)$$

Для расчетной (осредненной) деформации $\varepsilon = \varepsilon_*$ в (13) следует принять некоторое значение из допустимых интервалов $\varepsilon_* = [0, \varepsilon_{\text{adm}}^{(k)}]$. Окончательно, выполняя осреднение по площадям сечений структурных элементов, принимаем

$$\xi_\tau^{(k)} = \frac{\sum_k A_k \xi_\sigma^{(k)}(\varepsilon_*)}{\sum_k A_k}. \quad (14)$$

В частном случае линейного деформирования ($r = 1, i = 1$), с удержанием в (3) одного слагаемого, коэффициенты (13), (14) имеют значения $\xi_\sigma^{(k)}(\varepsilon) = \xi_\tau^{(k)} = 0,5$. При произвольном значении порядка r для выпуклых функций (3) коэффициент (13) принимает значения $0,5 \leq \xi_\sigma^{(k)} < 1$.

Окончательно для двух учитываемых компонент напряжения энергия деформации будет определяться суммой (11) и (12) на основе выражения

$$W(x) = \kappa(x) \sum_{i=0}^r \frac{M_i(x)}{i+1} + \varepsilon_0(x) \sum_{i=0}^r \frac{N_i(x)}{i+1} + \xi_\tau Q(x) \cdot \gamma_0(x). \quad (15)$$

Первые два слагаемых могут быть тождественно заменены выражением (6).

Обобщенные деформации, входящие в (15), в физически нелинейных неоднородных системах имеют достаточно сложные зависимости (10) от усилий и варьируемых параметров, что практически исключает возможность выполнения аналитического решения задачи в целом.

При практической реализации процедур решения оптимизационных задач на основе нелинейного энергетического критерия (15), как правило, необходимо использовать численные поисковые процедуры. При этом в случае оптимизации функциональных геометрических размеров элементов структуры (слоев) стержней целесообразно выполнить переход к задаче конечномерной оптимизации, заменяя искомые геометрические функции $g_{kj}(x)$ в (2) разложениями по заданным базисным функциям $f_\lambda(x)$:

$$g_j(x) \rightarrow g_0 \sum_{\lambda=1}^{\beta} p_{j,\lambda} f_\lambda(x)$$

с набором искомых параметров $p_{j,\lambda}$.

Критерий (1), (15) может включаться в многоэтапные алгоритмы оптимизации с наличием комплекса проектных ограничений либо быть самостоятельным и нести смысл целевой функции при добавлении ограничений, записанных в форме уравнений и неравенств:

$$g_j(P) \leq 0, \quad j = 1, \dots, n_g,$$
$$h_{n_g+j}(P) \leq 0, \quad j = 1, \dots, n_h.$$

После нахождения оптимальной конфигурации системы могут быть найдены амплитудные значения геометрических параметров исходя из удовлетворения нормативных критериев прочности, жесткости и др.

Заключение

Полученные конечные зависимости для погонной энергии деформации позволяют сократить трудоемкость решения оптимизационных физически нелинейных задач для неоднородных стержневых систем.

Применение интегрального энергетического критерия дает возможность выполнять постановки задач широкого практического спектра, в их числе выявление рациональной конфигурации системы с точностью до принятых амплитудных значений параметров. В число варьируемых параметров конфигурации могут быть включены: различные геометрические параметры, например, отражающие отношения генеральных размеров системы, размеры поперечных сечений, характеристики опорных устройств (жесткости, эксцентриситеты); физические параметры, например, дискретные функции распределения характеристик материалов в неоднородных системах. С помощью данного подхода по единой схеме могут быть выполнены постановки задач с полным и частичным учетом видов деформации.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Тетерс Г.А. Многоцелевое оптимальное проектирование композитных конструкций. Обзор // Механика композитных материалов. 1996. Т. 32. № 3. С. 363–376.
2. Тамразян А.Г., Алексейцев А.В. Современные методы оптимизации конструктивных решений для несущих систем зданий и сооружений // Вестник МГСУ. 2020. Т. 15. Вып. 1. С. 12–30. DOI: 10.22227/1997-0935.2020.1.12-30
3. Юрьев А.Г. Естественный фактор оптимизации топологии конструкций // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2013. № 5. С. 46–48.
4. Мондрус В.Л., Ступишин Л.Ю. Реализация критерия критических уровней энергии в задачах строительной механики для систем с сосредоточенными параметрами // Фундаментальные, поисковые и прикладные исследования РААСН по научному обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли Российской Федерации в 2021 году : сборник научных трудов РААСН. Москва : Российская академия архитектуры и строительных наук, 2022. С. 269–281.
5. Ступишин Л.Ю. Критические уровни внутренней потенциальной энергии деформации твердых деформируемых тел. Москва : Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, 2022. 387 с. DOI: 10.47581/2022/Stupushin.01
6. Васильков Г.В. Эволюционные задачи строительной механики. Синергетическая парадигма. Ростов-на-Дону : ИнфоСервис, 2003. 178 с.
7. Зинькова В.А. Оптимизация топологии металлических ферм // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2015. № 2. С. 37–40.

8. Кротких А.А., Максимов П.В. Нахождение глобального минимума энергии деформации в рамках разработки алгоритма топологической оптимизации // Математическое моделирование в естественных науках. 2017. Т. 1. С. 39–43.
9. Крыжевнич Г.Б., Филатов А.Р. Комплексный подход к топологической и параметрической оптимизации судовых конструкций // Труды Крыловского государственного научного центра. 2020. № 1 (391). С. 95–108.
10. Мищенко А.В. Оптимизация структурно-неоднородных стержневых конструкций на основе энергетического критерия // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2021. № 6 (750). С. 20–32. DOI: 10.32683/0536-1052-2021-750-6-20-32
11. Мищенко А.В. Расчетная модель нелинейного динамического деформирования составных многофазных стержней // Вестник МГСУ. 2014. № 5. С. 35–43. EDN: SCJURD
12. Мищенко А.В. Способ формирования нелинейных физических соотношений в прямых и обратных задачах расчета многофазных стержней // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2014. Т. 14. № 3. С. 12–16. EDN: TAAFRD
13. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. Москва : Машиностроение, 1988. 272 с.

REFERENCES

1. Teters G.A. Multi-Objective Optimal Design of Composite Structures. A Review. *Mekhanika kompozitnykh materialov*. 1996; 32 (3): 363–376. (In Russian)
2. Tamrazyan A.G., Alekseytsev A.V. Modern Methods for Optimizing Structural Solutions for Load-Bearing Systems of Buildings. *Vestnik MGSU*. 2020; 15 (1): 12–30. DOI: 10.22227/1997-0935.2020.1.12-30 (In Russian)
3. Yuryev A.G. Natural Factor for Optimizing Structure Topology. *Vestnik Belgorodskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta im. V.G. Shukhova*. 2013 (5): 46–48. (In Russian)
4. Mondrus V.L., Stupishin L.Yu. Implementation of Criterion of Critical Energy Levels in Problems of Structural Mechanics for Systems with Lumped Parameters. In: *Coll. Papers RAACS "Fundamental, exploratory and applied research of the RAASN on scientific support for the development of architecture, urban planning and the construction industry of the Russian Federation in 2021"*. Moscow, 2022. Pp. 269–281. (In Russian)
5. Stupishin L.Yu. Critical Levels of Internal Potential Energy of Deformation of Solid Deformable Bodies. Moscow, 2022. 387 p. DOI: 10.47581/2022/Stupishin.01 (In Russian)
6. Vasilkov G.V. Evolutionary Problems of Structural Mechanics. Synergetic Paradigm. – Rostov-on-Don: InfoService, 2003. 178 p. (In Russian)
7. Zinkova V.A. Optimization of Metal Truss Topology. *Vestnik Belgorodskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta im. V.G. Shukhova*. 2015; (2): 37–40. (In Russian)
8. Krotkikh A.A., Maksimov P.V. Global Minimum of Strain Energy in Developing Topological Optimization Algorithm. *Matematicheskoe modelirovanie v estestvennykh naukakh*. 2017; 1: 39–43. (In Russian)
9. Kryzhevich G.B., Filatov A.R. Integrated Approach to Topological and Parametric Optimization of Ships. *Trudy Krylovskogo gosudarstvennogo nauchnogo tsentra*. 2020; 1 (391): 95–108. (In Russian)
10. Mishchenko A.V. Optimization of Structurally Inhomogeneous Rod Structures Based on Energy. *Criterion Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Stroitel'stvo*. 2021; 6 (750). 20–32. DOI: 10.32683/0536-1052-2021-750-6-20-32 (In Russian)
11. Mishchenko A.V. Calculation Model of Nonlinear Dynamic Deformation of Composite Multiphase Rods. *Vestnik MGSU*. 2014; (5): 35–44. DOI: 10.22227/1997-0935.2014.5. 2014 (In Russian)
12. Mishchenko A.V. Formation of Nonlinear Physical Relationships in Direct and Inverse Analysis of Multiphase Rods. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Ser.: Stroitel'stvo i arkhitektura*. 2014; 14 (3): 12–16. EDN: TAAFRD (In Russian)
13. Vasiliev V.V. Structural Mechanics of Composite Materials. Moscow: Mashinostroenie, 1988. 272 p. (In Russian)

Сведения об авторе

Мищенко Андрей Викторович, докт. техн. наук, доцент, Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), 630008, г. Новосибирск, ул. Ленинградская, 113; Новосибирское высшее военное командное ордена Жукова училище, 630117, г. Новосибирск, ул. Иванова, 49, mishchenko.av59@yandex.ru

Author details

Andrey V. Mishchenko, DSc, A/Professor. Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering, 113, Leningradsкая Str., 630008, Novosibirsk, Russia, Order of Zhukov Novosibirsk Higher Military Command School, 49, Ivanov Str., 630117, Novosibirsk, Russia, mishchenko.av59@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 02.11.2024
Одобрена после рецензирования 20.11.2024
Принята к публикации 21.11.2024

Submitted for publication 02.11.2024
Approved after review 20.11.2024
Accepted for publication 21.11.2024