

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ, ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ

BUILDING AND CONSTRUCTION

Вестник Томского государственного
архитектурно-строительного университета.
2023. Т. 25. № 6. С. 78–88.

ISSN 1607-1859 (для печатной версии)
ISSN 2310-0044 (для электронной версии)

Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo
arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta –
Journal of Construction and Architecture.
2023; 25 (6): 78–88.
Print ISSN 1607-1859
Online ISSN 2310-0044

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

УДК 624.012.4

DOI: 10.31675/1607-1859-2023-25-6-78-88

EDN: YNXOYO

ПОВЕРОЧНЫЙ РАСЧЁТ ДЛЯ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ НАЗЕМНОЙ ЧАСТИ

Анай-Хаак Бугалдаевна Калдар-оол, Орлан Ангыр-оолович Донгак
Тувинский государственный университет, г. Кызыл, Россия

Аннотация. *Актуальность.* В настоящее время особое внимание уделяется вопросам контроля качества несущих конструкций наземной части с использованием поверочных расчетов, где предусматривается проверка фактической прочности, жесткости и трещиностойкости элементов.

Цель исследования – развитие аналитического и численного методов расчета изгибаемых железобетонных элементов на примере ребристой плиты перекрытия для оценки их фактического технического состояния.

Научная новизна исследования – проведен численно-аналитический расчёт прочности изгибаемых железобетонных элементов на основе нормативных документов.

Методы исследования. В работе применены известные нормативные методы расчета железобетонных конструкций по определению несущей способности конструкций, приведено сопоставление результатов аналитических и численных методов.

Результаты. Расчет прочности плиты перекрытия на основе действующих норм дополнен численным методом с использованием программного комплекса ЛИРА. Для статического расчета применены общеизвестные формулы для изгибаемых элементов. Анализ предельного состояния плиты перекрытия с использованием аналитических и численных методов позволяет с достаточной точностью оценить техническое состояние конструкции. Результаты расчетов конструкции показывают некоторые расхождения, что в перспективе требует корректировки.

Ключевые слова: численный расчет, аналитический расчет, железобетон, перекрытие, прочность

Для цитирования: Калдар-оол А.-Х.Б., Донгак О.А. Поверочный расчёт для контроля качества несущих конструкций наземной части // Вестник Томского

государственного архитектурно-строительного университета. 2023. Т. 25. № 6. С. 78–88. DOI: 10.31675/1607-1859-2023-25-6-78-88. EDN: YNXOYO

ORIGINAL ARTICLE

VERIFICATION ANALYSIS FOR QUALITY CONTROL OF LOAD-BEARING SUPERSTRUCTURES

Anai-Khaak B. Kaldar-ool, Orlan A. Dongak

Tuvan State University, Kyzyl, Russia

Abstract. It is currently relevant to perform the quality control of load-bearing superstructures using verification calculations, which provide strength, rigidity and crack resistance of elements.

Purpose: The development of analytical and numerical methods to evaluate bendable reinforced concrete elements of a ribbed floor slab.

Methodology/approach: Well-known normative methods for the strength analysis of reinforced concrete structures; comparison of analytical and numerical results obtained in the LIRA software package.

Research findings: Well-known formulas for bending elements are used for static calculations. The analysis of the limit state of the floor slab using analytical and numerical methods allows assessing the structural state with sufficient accuracy. The structural analysis shows some discrepancies, which require correction in the future.

Originality/value: numerical strength analysis of bent reinforced concrete elements.

Keywords: numerical calculation, analytical calculation, reinforced concrete, overlap, strength

For citation: Kaldar-ool A.-Kh.B., Dongak O.A. Verification analysis for quality control of load-bearing superstructures. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2023; 25 (6): 78–88. DOI: 10.31675/1607-1859-2023-25-6-78-88. EDN: YNXOYO

В последнее время федеральные и региональные органы экспертиз в связи с участвовавшими случаями внезапного обрушения требуют особого внимания к качеству выдаваемых по результатам расчётов заключений и обоснований в проектно-конструкторских решениях по строительным конструкциям. Повышенное внимание к качеству прочностных и эксплуатационных характеристик зданий и сооружений вызвано также усложнением проектных решений и разнообразием архитектурных форм, повышенной этажностью зданий, сложной технологией возведения и принятием необоснованно заниженного запаса прочности конструкций [1, 2], что определяет актуальность исследования.

Происшедшие аварии на стадии строительства и эксплуатации объектов дополнительно повысили внимание к проблеме прочности и надёжности конструкций [1].

Общеизвестно [2, 3], что контрольная проверка качества строительных материалов и конструкций должна включать проведение следующих процедур:

– обязательная проверка строительных материалов на соответствие их физико-механических свойств государственным стандартам и представленным техническим условиям;

– ряд комплексных работ, направленных на поддержание в исправном состоянии внутренних систем здания и всех его элементов, а также корректирование работы всех конструкций и устройств.

Между тем мониторинг конструкций зданий и сооружений по прочности, жесткости и трещиностойкости должен включать:

– выполнение поверочного расчета несущих конструкций по двум предельным состояниям;

– определение надежности конструкторских проектов зданий и сооружений;

– анализ страховых рисков в этапах проектирования, строительства и эксплуатации конструкций зданий и сооружений.

Проведение поверочных расчетов достаточно важно, т. к. полученные результаты показывают фактическую величину несущей способности и пригодность к нормальной эксплуатации конструкций.

Поверочные расчеты выполняют с учетом результатов обследования: выявленных дефектов, отклонений от размеров, реальных прочностных свойств материала, действительных расчетных схем и нагрузок и др.

Железобетонные конструкции в виде балок и плит с различным характером опирания могут получать повреждения в период возведения сооружений. Повреждения локального характера уменьшают несущую способность конструкций, однако не приводят к полной ее потере.

Под локальными повреждениями железобетонных конструкций следует понимать изменение геометрических характеристик конструкций и физических характеристик материалов конструкций в ограниченной (локальной) области элемента.

Схема расположения локальных повреждений в большинстве случаев носит нерегулярный характер, что затрудняет возможность использовать наиболее распространенный и простой балочный подход для оценки несущей способности поврежденных конструкций в виде плит.

Статистический расчет железобетонных плитных конструкций, имеющих локальные повреждения нерегулярного характера, вызывает значительные трудности [4].

Изгибаемым элементам посвящен ряд экспериментально-теоретических исследований [5, 6, 7, 8, 9]. Основные подходы к вопросам о наиболее безопасном и оптимальном проектировании конструкций, а также аналитические и численные методы расчета изложены в работах [5, 6, 7]. Актуальны работы, рассматривающие комбинированные изгибаемые элементы [8] из разнообразных материалов [9].

Можно отметить работы [10, 11, 12, 13, 14], где удачно использован нелинейный метод расчета прочности и напряженного состояния на основе итерационных процедур применительно к изгибаемым элементам из фиброжелезобетона.

Моделирование поведения изгибаемых железобетонных балок с учетом фактического напряженно-деформированного состояния изложено в работе [15].

Цель исследования – развитие аналитического и численного методов расчета изгибаемых железобетонных элементов на примере ребристой плиты перекрытия для оценки их фактического технического состояния.

Задачи исследования:

1. На основе известных нормативных методов определить внутренние усилия ребристой плиты перекрытия.

2. Выполнить численный расчет плиты перекрытия в программном комплексе ЛИРА.

3. Представить относительные сравнения результатов методов расчётов.

В работе применены теоретические методы исследования, определяющие несущую способность конструкции, выполнен приближенный расчет по определению усилий ребристой плиты перекрытия для оценки контроля качества конструкции. Для приближенного описания решения одной и той же конструкции может быть применен аналитический расчет и численный эксперимент без учета дефектов. Исследуемая конструкция сначала описывается линейным статистическим расчетом, для сравнения проведен численный расчет модели плиты перекрытия при разбивке ее сравнительно небольшим количеством конечных элементов. Поперечное сечение плиты приведено на рис. 1, характеристики нагрузок – в табл. 1.

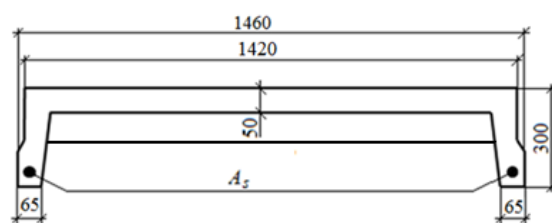


Рис. 1. Поперечное сечение плиты [18]

Fig. 1. Cross-section of the slab

Таблица 1

Сбор нагрузок на 1 м² плиты [16, 18]

Table 1

Loads onto 1 m² slab

Название нагрузки	Нормативная нагрузка, кН/м ²	Коэффициент надежности по нагрузке γ_f	Расчетная нагрузка, кН/м ²
Постоянная:			
собственный вес плиты при толщине 8 см, $\rho = 2500 \text{ кг/м}^3$	2	1,1	2,2
перекрытия от пола (плиточного), $t = 0,015 \text{ м}$, $\rho = 2000 \text{ кг/м}^3$	0,3	1,1	0,33
от слоя цементного раствора, $t = 0,02 \text{ м}$, $\rho = 2000 \text{ кг/м}^3$	0,4	1,3	0,520
шлакобетонного слоя, $t = 0,03 \text{ м}$, $\rho = 1500 \text{ кг/м}^3$	0,45	1,3	0,585
Итого	$g^n = 3,15$	–	$g = 3,635$
Временная	5	1,2	6
Полная	8,15	–	$q = 9,64$

В качестве первой попытки оценить конструкцию проведено сравнение решения расчета ребристой плиты перекрытия с результатом современного расчета в программном комплексе ЛИРА.

Бетон класса В20, класс рабочей продольной арматуры А400, класс поперечной и конструктивной арматур В500 [16, 17, 18].

Нормативная временная нагрузка, действующая на плиту перекрытия, $p_n = 5 \text{ кН/м}^2$, $\gamma_f = 1,2$ – коэффициент надежности по нагрузке.

$\gamma_{b2} = 0,9$ – коэффициент условия работы бетона, поскольку нагрузка малой суммарной продолжительности отсутствует.

Для материала бетона класса В20:

Расчетные сопротивления бетона $R_b = 11,5 \text{ МПа}$, $R_{bt} = 0,9 \text{ МПа}$, $E_b = 27,5 \cdot 10^3 \text{ МПа}$.

$\gamma_{b1} = 0,9$ – нормативный коэффициент условий.

Расчетные сопротивления с учетом $\gamma_{b1} = 0,9$:

$R_b = \gamma_{b1} R_b = 11,5 \cdot 0,9 = 10,35 \text{ МПа}$;

$R_{bt} = \gamma_{b1} R_{bt} = 0,9 \cdot 0,9 = 0,81 \text{ МПа}$.

Удельная плотность материала:

$\gamma_b = 2400 \text{ кг/см}^3 = 24 \text{ кНм}^3$.

Арматура класса А400: $R_s = 390 \text{ МПа}$; $E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Поперечная (хомуты) и конструктивная арматурная сталь класса В500: $R_{sw} = 300 \text{ МПа}$, $E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Для определения расчетного пролета зададим размеры поперечного сечения ригеля:

$l_b = 6,0 \text{ м}$, $h_b = l_b/10 = 600/10 = 60 \text{ см}$, $b_b = 0,3 \cdot h_b = 20 \text{ см}$.

$l_1 = l_b - b_b/2 = 6 - 0,2/2 = 5,9 \text{ м}$.

$h'_f = 8 \text{ см}$ – высота полки, $b = 146 \text{ см}$ – ширина полки.

$b'_f = 146 - 40 = 1420 \text{ мм}$; $b' = 1420 - 2 \cdot 65 = 1290 \text{ мм}$.

Рабочая высота $h_0 = h - a = 300 - 30 = 270 \text{ мм}$.

a – защитный слой бетона.

$\frac{h'_f}{h} = \frac{8}{30} = 0,267 > 0,1$.

Рассматривается полоса шириной $b = 1 \text{ м}$.

Погонная нагрузка принимается на ширину плиты:

$q = 9,64 \text{ кН/м}$.

Усилия от действия внешней нагрузки:

$M = ql_1^2 / 8 = 9,64 \cdot 5,9^2 / 8 = 41,92 \text{ кН} \cdot \text{м}$;

$Q = ql_1 / 2 = 9,64 \cdot 5,9 / 2 = 28,44 \text{ кН}$ – поперечная сила.

Расчет плиты перекрытия по нормальному сечению. Зависимость вычисляется:

$$\alpha_m = \frac{M}{R_b b'_f h_0^2} = \frac{41,92 \cdot 10^6}{10,35 \cdot 1420 \cdot 270^2} = 0,039 < \alpha_R = 0,411.$$

Изменение площади сечения арматуры определяется по известной формуле

$$A_s = R_b b'_f h_0 (1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m}) / R_s =$$

$$= 10,35 \cdot 1420 \cdot 270 (1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,039}) / 270 = 587,88 \text{ мм}^2.$$

В результате вычислений получено требуемое количество рабочей арматуры $A_s = 587,88 \text{ мм}^2$:

$$4\emptyset 12 + 2\emptyset 10; \sum A_s = 452 + 157 = 609 \text{ мм}^2.$$

Проверяем условие: $R_s \cdot A_s \leq R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot b'_f \cdot h'_f$.

$$390 \cdot 10^3 \cdot 609 \cdot 10^{-6} = 237,51 \text{ кН} < 11,5 \cdot 10^3 \cdot 0,9 \cdot 1,420 \cdot 0,08 = 1175,76 \text{ кН}.$$

Определяем высоту сжатой зоны:

$$x = \frac{R_s \cdot A_s}{R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot b'_f} = \frac{390 \cdot 619}{11,5 \cdot 0,9 \cdot 1420} = 16 \text{ мм}.$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{16}{270} = 0,06 < \xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{R_s}{700}} = \frac{0,8}{1 + \frac{390}{700}} = 0,514.$$

Изгибающий момент от внутренних усилий можно выразить следующей формулой:

$$M'_f = \overline{R_b} b'_f x (h_0 - x / 2) =$$

$$= 10,35 \cdot 10^3 \cdot 1,42 \cdot 0,016 \cdot (0,27 - 0,016 / 2) = 61,61 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Тогда $M'_f \geq M$ – условие прочности выполняется.

Расчет элемента по несущей способности на действие Q. Расчетные параметры:

$Q = 28,44 \text{ кН}$ – величина от внешней нагрузки;

$q = 9,64 \text{ кН/м}$ – действующая нагрузка на исследуемый объект.

Выбраны хомуты класса В500, $R_{sw} = 300 \text{ МПа}$.

Зависимость прочности наклонного сечения:

$$Q \leq Q_b + Q_{sw},$$

где Q – поперечная сила от внешней нагрузки; $Q_b = \frac{M_b}{c}$ – перерезывающая сила сжатой зоны бетона в наклонном сечении; Q_{sw} – усилие в хомутах наклонного сечения; $M_b = 1,5 R_{bt} b h_0^2 = 1,5 \cdot 0,81 \cdot 146 \cdot 270^2 = 12,93 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}$ – момент в сжатом бетоне наклонного сечения;

$$c = \sqrt{\frac{M_b}{q}} = \sqrt{\frac{12,93 \cdot 10^6}{9,64}} = 1158 \text{ мм}.$$

Нормативное ограничение $c \leq 2h_0$.

Принимаем $c = 2h_0 = 2 \cdot 270 = 540 \text{ мм}$, тогда поперечное усилие в сжатом бетоне

$$Q_b = \frac{M_b}{c} = \frac{12,93 \cdot 10^6}{540} = 23944 \text{ Н} = 23,9 \text{ кН}.$$

Назначение шага хомутов у опоры:

$$S_w = 100 \text{ мм (не более } h/2 = 270/2 = 135 \text{ мм)}.$$

Вычисление в первом приближении:

$$q_{sw} = \frac{R_{sw} A_{sw}}{S_w} = \frac{300 \cdot 50,24}{100} = 150 \text{ Н/мм}.$$

Проверяем условие:

$$\frac{q_{sw}}{R_{bt} b} = \frac{150}{0,81 \cdot 146} = 1,26 < 2 \text{ – условие выполняется.}$$

$$Q_{sw} = 0,75 q_{sw} c = 0,75 \cdot 150 \cdot 540 = 60750 \text{ Н} = 60,7 \text{ кН}.$$

Проверка условия прочности конструкции:

$Q_b + Q_{sw} = 23,9 + 60,7 = 84,6 \text{ кН} > Q = 28,44 \text{ кН}$ – несущая способность наклонных сечений обеспечена. Некоторый запас можно уменьшить пересчетом.

В программном комплексе ЛИРА создана расчетная модель. Для получения достоверного результата использованы абсолютно жесткие тела, связывающие ребро и саму плиту воедино [2]. Конечно-элементная и пространственная модели плиты представлены на рис. 2, 3 [2, 19].

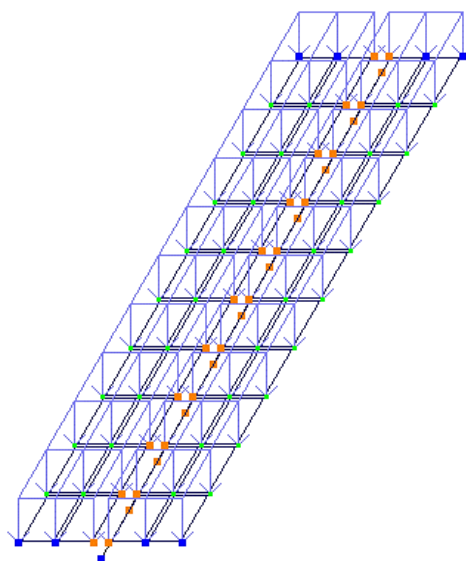


Рис. 2. Конечно-элементная модель плиты
Fig. 2. FEM of slab

Крайние узлы пластин со стороны стержня и узлы стержня образуют абсолютно жесткие тела [2].

По результатам численного расчета получены усилия от внешних нагрузок: $M = 108 \text{ кН·м}$; $Q = 116 \text{ кН}$.

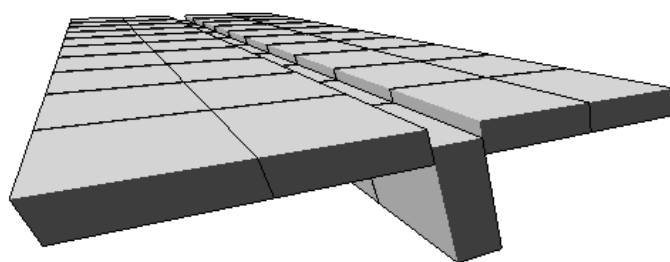


Рис. 3. Пространственная модель плиты
Fig. 3. Three-dimensional model of slab

Сравнение результатов численного (МКЭ) и аналитического методов представлено в табл. 2.

Таблица 2

Сравнение результатов

Table 2

Comparison of parameters

Методы	M , кН·м	Q , кН
По нормам	61,61	84,6
Численный на Лире	108	116
%	42,9	27

Выводы

1. Количественные расхождения (42,9 и 27 %) между аналитическим и численным методом, очевидно, обусловлены многими факторами, которые требуют корректировки.

2. Для улучшения сходимости результатов в дальнейшем необходимы изучение и анализ применяемых в поверочных расчетах нормативных коэффициентов.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Городецкий А.С., Назаров Ю.П., Жук Ю.Н., Симбиркин В.Н. Повышение качества расчетов строительных конструкций на основе совместного использования программных комплексов STARK ES И ЛИРА // Информационный вестник Мособлгосэкспертизы. 2005. № 1 (8). С. 42–49.
2. Куликова О.Ю., Васильев А.С. Моделирование ребристых плит перекрытий в системе ЛИРА САПР // Вестник Приамурского государственного университета им. Шолом-Алейхема. 2018. № 1 (30). С. 49–54. EDN YODZEL
3. Керженцев О.Б. Экспериментальные исследования прочностных и деформационных характеристик арматуры с односторонними повреждениями // Совершенствование методов расчета и исследование новых типов железобетонных конструкций : межвуз. темат. сб. тр. Санкт-Петербург : СПбГАСУ, 1999. С. 46–50.
4. Ставров Г.Н., Катаев В.А., Гунин С.О., Симченков С.С. Динамический расчет конструкций в виде плит с локальными повреждениями // Совершенствование методов рас-

- чета и исследование новых типов железобетонных конструкций : межвуз. темат. сб. тр. Санкт-Петербург : СПбГАСУ, 1999. С. 75–82.
5. Michal D., Jacek Š. Design aspects of the safe structuring of reinforcement in reinforced concrete bending beams // *Procedia Engineering*. 2017. V. 172. P. 211–217. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.02.051
 6. Herranz J.P., Maria H.S., Gutiérrez S., Riddell R. Optimal Strut-and-tie models using full homogenization optimization method // *ACI Structural Journal*. 2012. V. 109 (5). P. 605–613. DOI: 10.14359/51684038
 7. Garstecki A., Glema A., Ścigallo J. Optimal design of reinforced concrete beams and frames // *Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences*. 1996. V. 3 (3). P. 223–231.
 8. Amin A., Gilbert R.I. instantaneous crack width calculation for steel fiber-reinforced concrete flexural members // *Aci Structural Journal*. 2018. V. 115. № 2. P. 535–542. DOI:10.14359/51701116
 9. Szeptyński P. Comparison and experimental verification of simplified one-dimensional linear elastic models of multilayer sandwich beams // *Composite Structures*. 2020. V. 214. P. 1–13. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112088
 10. Opbul E.K., Dmitriev D.A., Vedernikova A.A. Calculation of bending of steel-fiber-reinforced concrete members by a nonlinear deformation model with the use of iteration procedures // *Mechanics of Composite Materials*. 2018. V. 54. № 5. P. 379–394. DOI:10.1007/s11029-018-9769-x
 11. Онбул Э.К., Ондар Э.Э., Калдар-оол А.-Х.Б. Расчет прочности фиброжелезобетонных изгибаемых элементов с использованием трехлинейной диаграммы деформирования растянутой зоны // *Научное обозрение*. 2016. № 14. С. 100–106.
 12. Онбул Э.К., Ондар Э.Э., Калдар-оол А.-Х.Б. Деформационные модели расчета прочности изгибаемых железобетонных элементов // *Вестник Тувинского государственного университета*. Вып. 3. Технические и физико-математические науки. 2020. № 1 (58). С. 6–22.
 13. Онбул Э.К., Калдар-оол А.-Х.Б. Практическое применение нелинейной деформационной модели в расчёте коротких железобетонных элементов, находящихся в косом внецентренном сжатии // *Вестник Тувинского государственного университета*. Вып. 3. Технические и физико-математические науки. 2022. № 1 (90). С. 34–48.
 14. Онбул Э.К., Калдар-оол А.-Х.Б., Ле Куанг Хюи. Деформационная модель прочности изгибаемого элемента в среде Matlab // *Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета*. 2022. Т. 24. № 4. С. 110–129. DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-4-110-129
 15. Wróblewski R., Ignatowicz R., Gierczak J. Influence of Shrinkage and Temperature on a Composite Pretensioned – Reinforced Concrete Structure. *Procedia Engineering*. 2017. V. 193. P. 96–103. DOI:10.1016/j.proeng.2017.06.191
 16. Золотарев В.П. Железобетонные конструкции. Расчет и конструирование. Санкт-Петербург : СПбГАСУ, 2007. 62 с.
 17. Онбул Э.К., Калдар-оол А.-Х.Б. Железобетонные конструкции. Расчет и конструирование. Кызыл : ТувГУ, 2022. 128 с.
 18. Иванов-Дятлов И.Г., Деллос К.П., Иванов-Дятлов А.И. Строительные конструкции / под ред. В.Н. Байкова, Г.И. Попова. 2-е изд., перераб. и доп. Москва : Высшая школа, 1986. 543 с.
 19. Ромашкина М.А., Титок В.П. Программный комплекс ЛИРА-Сапр®. Руководство пользователя. Обучающие примеры. 2018. 254 с. URL: https://rflira.ru/files/lira-sapr/Book_LIRA_SAPR_2018.pdf (дата обращения: 13.10.2023).

REFERENCES

1. Gorodetsky A.S., Nazarov Yu.P., Zhuk Yu.N., Simbirkin V.N. Quality improvement of structural analysis in STARK ES and LIRA. *Informatsionnyi vestnik Mosoblgoosekspertizy*. 2005; 1 (8): 42–49. (In Russian)
2. Kulikova O.Yu., Vasiliev A.S. Modeling of ribbed floor slabs in LIRA CAD system. *Vestnik Priamurskogo gosudarstvennogo universiteta*. 2018; 1 (30): 49–54. EDN YODZEL (In Russian)
3. Kerzhentsev O.B. Strength and deformation characteristics of reinforcement with one-sided damages. In: *Improvement of Calculation Methods and Investigation of New Types of Reinforced Concrete Structures*. Saint-Petersburg, 1999. Pp. 46–50. (In Russian)

4. Stavrov G.N., Kataev V.A., Gunin S.O., Simchenkov S.S. Dynamic calculation of plate structures with local damages. In: Improvement of Calculation Methods and Investigation of New Types of Reinforced Concrete Structures. Saint-Petersburg, 1999. Pp. 75–82. (In Russian)
5. Michal D., Jacek Š. Design aspects of the safe structuring of reinforcement in reinforced concrete bending beams. *Procedia Engineering*. 2017; 172: 211–217. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.02.051
6. Herranz J.P., Maria H.S., Gutiérrez S., Riddell R. Optimal strut-and-tie models using full homogenization optimization method. *ACI Structural Journal*. 2012; 109 (5): 605–613. DOI: 10.14359/51684038
7. Garstecki A., Glema A., Ścigallo J. Optimal design of reinforced concrete beams and frames. *Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences*. 1996; 3 (3): 223–231.
8. Amin A., Gilbert R.I. Instantaneous crack width calculation for steel fiber-reinforced concrete flexural members. *ACI Structural Journal*. 2018; 115 (2): 535–542. DOI:10.14359/51701116
9. Szeptyński P. Comparison and experimental verification of simplified one-dimensional linear elastic models of multilayer sandwich beams. *Composite Structures*. 2020; 214: 1–13. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112088
10. Opbul E.K., Dmitriev D.A., Vedernikova A.A. Calculation of bending of steel-fiber-reinforced concrete members by a nonlinear deformation model with the use of iteration procedures. *Mechanics of Composite Materials*. 2018; 54 (5): 379–394. DOI:10.1007/s11029-018-9769-x
11. Opbul E.K., Ondar E.E., Kaldar-ool A-H.B. Strength calculation of fiber-reinforced concrete bending elements using three-linear diagram of tensile deformation. *Nauchnoe obozrenie*. 2016 (14): 100–106. (In Russian)
12. Opbul E.K., Ondar E.E., Kaldar-ool A-H.B. Deformation models for strength analysis of bending steel concrete elements. *Vestnik Tuvinskogo gosudarstvennogo universiteta*, Vol. 3. 2020; 58 (1): 6–22. (In Russian)
13. Opbul E.K., Kaldar-ool A-H.B. Practical application of nonlinear deformation model in strength analysis of short reinforced concrete elements in oblique off-center. *Vestnik Tuvinskogo gosudarstvennogo universiteta*, Vol. 3. 2022; 1 (90): 34–48. (In Russian)
14. Opbul E.K., Kaldar-ool A-Kh.B., Le Kuang Khyui. Deformation modeling of bending element strength in MATLAB. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture*. 2022; 24 (4): 110–129. DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-4-110-129 (In Russian)
15. Wróblewski R., Ignatowicz R., Gierczak J. Influence of shrinkage and temperature on a composite pretensioned – Reinforced concrete structure. *Procedia Engineering*. 2017; 193: 96–103. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.06.191
16. Zolotarev V.P. Reinforced concrete structures: Calculation and construction. Saint-Petersburg, 2007. 62 p. (In Russian)
17. Opbul E.K., Kaldar-ool A-H.B. Reinforced concrete structures: Calculation and construction. Kyzyl, 2022. 128 p. (In Russian)
18. Ivanov-Dyatlov I.G., Dellos K.P., Ivanov-Dyatlov A.I. Building constructions. V.N. Baikov, G.I. Popov, Eds., 2nd ed., Moscow: Vysshaya Shkola, 1986. 543 p. (In Russian)
19. Romashkina M.A., Titok V.P. LIRA-Sapr® User Manual. Teaching examples. 2018. 254 p. Available: https://rflira.ru/files/lira-sapr/Book_LIRA_SAPR_2018.pdf (accessed October 13, 2023). (In Russian)

Сведения об авторах

Калдар-оол Анай-Хаак Бугалдаевна, канд. техн. наук, Тувинский государственный университет, 667000, Республика Тыва, г. Кызыл, ул. Ленина, 36, oorzhaka-h@mail.ru

Донгак Орлан Ангыр-оолович, магистрант, Тувинский государственный университет, 667000, Республика Тыва, г. Кызыл, ул. Ленина, 36, dongak45orlan97@mail.ru

Authors Details

Anai-Khaak B. Kaldar-ool, PhD, Tuvan State University, 36, Lenin Str., 667000, Kyzyl, the Republic of Tuva, Russia, oorzhaka-h@mail.ru

Orlan A. Dongak, Undregraduate Student, Tuvan State University, 36, Lenin Str., 667000, Kyzyl, the Republic of Tuva, Russia, dongak45orlan97@mail.ru

Вклад авторов

Все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.
Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Authors contributions

The authors contributed equally to this article.
The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 10.03.2023
Одобрена после рецензирования 20.10.2023
Принята к публикации 21.11.2023

Submitted for publication 10.03.2023
Approved after review 20.10.2023
Accepted for publication 21.11.2023