ПРОЕКТИРОВАНИЕ И СТРОИТЕЛЬСТВО ДОРОГ, МЕТРОПОЛИТЕНОВ, АЭРОДРОМОВ, МОСТОВ И ТРАНСПОРТНЫХ ТОННЕЛЕЙ

УДК 624.21.012.35

КАРТОПОЛЬЦЕВ АНДРЕЙ ВЛАДИМИРОВИЧ, канд. техн. наук, доцент,
kaf_most@mail.ru
КОЛМАКОВ БОРИС ДМИТРИЕВИЧ, аспирант,
boriskolmakov@mail.ru
ЗГОЛИЧ МАРИНА ВИКТОРОВНА, канд. физ.-мат. наук, доцент,
zgolich@sibmail.com
Томский государственный архитектурно-строительный университет,
634003, г. Томск, пл. Соляная, 2

К ВОПРОСУ О ДИССИПАТИВНОСТИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ БАЛОК ПРОЛЕТНЫХ СТРОЕНИЙ МОСТОВ

В статье рассмотрены вопросы диссипации энергии колебательных процессов в рамках внутренней и внешней границ деформирования. Предложена зависимость между скоростью диссипации колебаний и углом сдвига вектора напряжений и деформаций. Использование гипотезы В. Фойгта позволило записать зависимость между внутренним сопротивлением и скоростью перемещения системы. Рассмотрены вопросы проявления приспособляемости в системе в упругой и упруго-пластической стадии работы на основе принципа Кармана. Уточнены условия по определению коэффициента учета диссипативности колебаний балок пролетных строений на стадии их динамического регулирования.

Ключевые слова: пролетное строение; колебания системы; прогиб; диссипация энергии; изгибающий момент; напряженно-деформированное состояние.

ANDREI V. KARTOPOLTSEV, PhD, A/Professor,
kaf_most@mail.ru
BORIS D. KOLMAKOV, Research Assistant,
boriskolmakov@mail.ru
MARINA V. ZGOLICH, PhD, A/Professor,
zgolich@sibmail.com
Tomsk State University of Architecture and Building,
2, Solyanaya Sq., 634003, Tomsk, Russia

DISSIPATIVE DEFORMATION OF BRIDGE SPAN BEAMS

The paper presents with the problem of the energy dissipation of oscillatory processes within the internal and external boundaries of deformation. The dependency is obtained for the oscillation dissipation rate and the shear angle of stress vector and deformations. The Voight hypothesis allows constructing the dependence between the internal resistance and the rate of the system displacement. The problems of the system flexibility at the elastic and elasto-plastic stage are considered in this paper using the Karman principle. The conditions of the dissipation factor are identified for the bridge span beams at a stage of their dynamic loading.

Keywords: bridge span; system oscillations; deflection; energy dissipation; bending moment; stress-strain state.

При колебаниях пролетных строений мостов наряду с индукционными силами и упругими реакциями выделяют усилия от внутреннего неупругого (упругопластического) деформирования материла. Эти усилия не оказывают никакого влияния на свободные колебания, но существенно сказываются на вынужденных колебаниях системы. Уравнение вынужденных колебаний с учетом внутреннего неупругого поведения конструкции в общем виде имеет вид

$$\left.\begin{aligned} m\ddot{y} + k\dot{y} = P(t), \\ f = f(EI). \end{aligned}\right\}, \tag{1}$$

где m – масса системы (автомобиль + балки пролетного строения); k – коэффициент жесткости системы, или реакция системы в точке приложения $P(t)$; $P_t = P_{\text{вр}}$ – нагрузка, изменяющая свое местоположение во времени; $\dot{y}$ – прогиб балок пролетного строения; $\ddot{y} = g$ – ускорение массы системы (автомобиль + балки пролетного строения).

С учетом внутреннего неупругого сопротивления уравнение (1) примет вид

$$m\ddot{y} + \psi\dot{y} + ky = P_{\text{вр}}, \tag{2}$$

где ψ – коэффициент затухания (вязкости) вынужденных колебаний за счет упругого сопротивления.

Если принять, что сила внутреннего сопротивления принимается пропорционально скорости перемещения системы по гипотезе В. Фойгта, тогда уравнение (2) будет иметь вид

$$\ddot{y} + 2\varepsilon \cdot \dot{y} + P_{\text{вр}}^2 \cdot y = g_{\text{вр}}, \tag{3}$$

где $P^2 = k/m$; $2\varepsilon = \psi/m$; $y = f$; $g(t) = \frac{P_{\text{вр}}}{m}$; ε – характеризует неупругое сопротивление всей системы (автомобиль + балки пролетного строения); $\ddot{y}$ – ускорение массы системы.

Тогда уравнение (2) принимаем в виде

$$m \cdot \ddot{y} + \frac{\psi}{m} f + \frac{k}{m} = \frac{P_{\text{вр}}}{m} = g_{\text{вр}} \tag{4}$$

или

$$9{,}81 \cdot m + \frac{\psi}{m} f + \frac{k}{m} = g_{\text{вр}}. \tag{5}$$

Учитывая приспособляемость мостовых конструкций в процессе работы в упругой и упругопластической стадии, целесообразно рассматривать диссипацию энергии колебательных процессов в рамках внутренней и внешней границ деформирования, каждая из которых функционально разрешима зависимостями между параметрами статического и динамического условий упругости и пластичности [1, 2].

Общеизвестно, что процесс деформирования пролетного строения моста без каких-либо дополнительных доказательств считается приспособляемым. Об этом говорится в исследовании Н.С. Стрелецкого, Н.Л. Чернова, В.Т. Койтера и др. В стадии упругого динамического деформирования приспособляемость характеризуется отсутствием остаточных усилий и деформаций.

Приспособляемость любой системы подтверждается наличием допустимого регулируемого объема остаточных усилий и деформаций, не влияющих на общий контур годографа усилий в системе, согласно принципу Кармана, включая все стадии упругопластического статического и динамического деформирования конструкции.

Минимальная граница диссипации энергии характеризуется равенством

$$a^* = 0{,}5 g^{\max} \cdot D^{\max} \cdot g^{\min}, \tag{6}$$

где a^* – нижняя граница потенциала деформирования системы; $g^{\max}$, $g^{\min}$ – максимальное и минимальное усилия в системе; $D^{\max}$ – граница диссипации энергии в стадии приспособляемости.

В общем случае

$$D^{\max} = \frac{a^*}{0{,}5 \cdot g^{\max} \cdot g^{\min}} = 2a^*, \tag{7}$$

где $a^* \cong k_0 \dfrac{I^2}{EI}$.

Для изгибаемых элементов

$$D^{\max} = k_0 \frac{M \cdot L}{EI}, \tag{8}$$

где M – максимальное усилие в элементе от суммарного воздействия нагрузки (автомобиль + пролетное строени); L – длина пролета; EI – жесткость балки пролетного строения; k_0 – коэффициент приспособляемости конструкции. Для упругих систем k_0 = 0,33. Для упругопластического деформирования k_0 = 0,56 [2].

Согласно исследованиям В.Т. Койтера, безразмерная величина диссипации энергии колеблющихся систем указывает на относительное значение приспособляемости a^* в зависимости от напряженно-деформированного состояния конструкции пролетного строения моста, а именно

$$a^* = -0{,}5 \frac{k_0 \cdot M \cdot L}{EI}. \tag{9}$$

Например: при M = 120 т·м; L = 420 м; E = 2,1·10^6 т/см^4; I = 48 000 000 см^4; $D^{\max}$ = 0,005; a^* = –0,0025. Диссипация энергии колебания и приспособляемости конструкции имеет место.

На основании известной из работы [3] зависимости, определяющей энергию рассеивания единицей объема материала балки, подверженной колебательному процессу, определим энергию рассеивания в балке пролетного строения в зоне упругопластических деформаций по формуле

$$\Delta Q = \int_0^l \beta \frac{M^{2k} \cdot Z^{\eta}}{R \cdot E \cdot I}, \tag{10}$$

где Z^{η} – расстояние от н.о. Stb до крайней фибры нижнего пояса; $k = \frac{n+1}{\eta}$; $E \cdot I$ – жесткость балки пролетного строения в стадии упругопластического деформирования [4]; β – определяется из работы [1].

Принимая в качестве исходной гипотезы рассеивание только потенциальной энергии, формулу, определяющую характеристику рассеивания (γ), получим в виде, аналогичном формуле Клапейрона:

$$(\gamma) = \frac{\Delta\Pi}{2 \cdot n \cdot T}, \tag{11}$$

где $\Delta\Pi$ – рассеивание потенциальной энергии по Симпсону,

$$\Delta\Pi = \frac{155 \cdot EI \cdot \eta \cdot a^{*3}}{l^5} \text{ или } \frac{127 \cdot I \cdot \eta \cdot a^{*3}}{l^3}; \tag{12}$$

T – период колебаний; n, η – константа материала.

Тогда амплитудное значение изгибающего момента, соответствующего фазе рассеяния потенциальной энергии, равно

$$\begin{gathered} M_g = \frac{0,45 \cdot E \cdot I}{\ell^2} = E \cdot I \cdot \ddot{y}; \\ (\gamma) = \frac{\Delta\Pi}{2 \cdot n \cdot T} = 100\eta \frac{E \cdot I_i \cdot a^*}{m \cdot \omega \cdot l^6}. \end{gathered} \tag{13}$$

Вместо зависимости (7), учитывая разницу между скоростью диссипации энергии и внутренним трением в упругопластической стадии, справедливо выражение

$$(\gamma) = 100 \cdot \eta \frac{EI \cdot a^{*3}}{m \cdot \omega \cdot l^6}, \tag{14}$$

где m – масса балки, испытывающей диссипацию энергии; ω – первая частота собственных колебаний балки,

$$\omega = \frac{\pi^2}{L^2}\sqrt{\frac{EI}{m}}. \tag{15}$$

Принимая коэффициент диссипации потенциальной энергии колебаний балок пролетного строения аналогичным коэффициенту Реллея (ψ), равному удвоенному логарифмическому декременту затухания колебаний $(\delta) = \zeta \cdot T_c$, будем иметь коэффициент затухания ζ равным $\frac{1}{T_c} l_n \frac{A_k}{A_{k+1}}$.

Тогда
$$\psi = 2\delta = 2(\zeta \cdot T_c). \quad (16)$$

Если принять $\delta = \frac{A_i}{\omega \cdot Y}$, A_i – амплитуда колебаний от прилагаемой нагрузки в упругой стадии, тогда коэффициент затухания ζ равен

$$\zeta = \frac{A_{max}}{\omega \cdot y_i}, \quad (17)$$

где A_{max} – максимальная амплитуда колебаний от нагрузки; ω – частота колебаний; y_i – величина перемещения балки в направлении приложенной нагрузки.

Потеря энергии за цикл колебания равна

$$\Delta\partial = \frac{\omega_0}{\pi \cdot y_i}, \quad (18)$$

где $\omega_0 = 2\zeta \cdot K \cdot y^2$; $K = E \cdot I$; ζ – коэффициент затухания.

При $y_{max} = [f] = SL^2 \frac{M}{B} = \frac{1}{400} L$; $A = \frac{L}{400}$.

С учетом свойств комбинированного параметрического резонанса потеря энергии или диссипация колебательного процесса при поперечном изгибе балок пролетных строений мостов (6) принимает вид

$$\Delta Э = \beta \frac{M_i \cdot Z_i}{2 \cdot E \cdot J^{2\kappa}}, \quad (19)$$

где $\beta = \frac{2^{2/3(n+1)}(n-1)\eta}{n(n+1)E^{1/2}(n-1)}$; $\kappa = \frac{n+1}{2}$; M_i – суммарный изгибающий момент в системе; Z_i – расстояние от н.о S_{stb} до крайней фибры нижнего пояса балки; EJ – жесткость балки пролетного строения.

Зависимость между скоростью диссипации колебаний и углом сдвига вектора напряжений и деформаций в упругопластичной стадии работы балок может быть представлена в виде

$$\theta_i = \frac{V_{упр} - V_{упр.пл}}{V_{упр}}, \quad (20)$$

где $V_{упр} = \left(\frac{G}{\gamma}\right)^{1/2}$; $V_{упр.пл} = \frac{\lambda \cdot 2G}{\gamma}$; $G = \frac{E}{3}$; γ – удельная плотность материала конструкции; λ – коэффициент Ляме.

На основании исследований С.А. Берштейна и С.А. Ильясевича при определении коэффициента учета диссипативности колебаний балок в условиях их динамического регулирования следует руководствоваться следующими условиями для $(\psi_Д)$:

– не зависит от статического напряжения;

– не зависит от формы и гармоники колебательного процесса;

– остается постоянными при $\sigma_д > \sigma_{ст}$;

– для сталежелезобетонных балочных мостов рекомендуется $(\psi_Д)$ принимать $\cong 0{,}17$.

Библиографический список

1. *Kartopoltsev, V.M.* Evaluation of dynamic characteristics of a bridge span highway bridges in terms of exposure random traffic flow / *V.M. Kartopoltsev, N.N. Bochkarev, A.V. Kartopoltsev* // Cambridge Journal of Education and Science. – № 2 (14). – V. VI. – «Cambridge University Press». – P. 521–533.
2. *Апткачюнас, Ю.Ю.* Верхняя граница общей диссипации энергии приспособляющихся систем / Ю.Ю. Апткачюнас // Известия вузов. Строительство. – 1993. – № 8. – С. 89–92.
3. *Осетинский, Ю.В.* Численный метод учета рассеивания энергии в задачах теории колебаний стержневых систем / Ю.В. Осетинский // Легкие конструкции. – Ростов н/Д, 1986. – С. 51–55.
4. *Картопольцев, В.М.* К расчету бистальных балок переменной жесткости с учетом регулирования напряжения / В.М. Картопольцев, В.М. Кутов // Легкие конструкции зданий : межвузовский сб. – Ростов н/Д, 1986. – С. 128–133.

References

1. *Kartopoltsev V.M., Bochkarev N.N., Kartopoltsev A.V.* Evaluation of dynamic characteristics of a bridge span highway bridges in terms of exposure random traffic flow. *Cambridge Journal of Education and Science*. No. 2 (14). V. 6. Pp. 521–533.
2. *Aptkachyunas Yu.Yu.* Verkhnyaya granitsa obshchei dissipatsii energii prisposoblyayushchikhsya sistem [Upper boundaries of general energy dissipation of adaptive systems]. *News of Higher Educational Institutions. Construction.* 1993. No. 8. Pp. 89–92. (rus)
3. *Osetinskii Yu.V.* Chislennyi metod ucheta rasseivaniya energii v zadachakh teorii kolebanii sterzhnevykh system [Numerical calculations of energy dissipation in the theory of oscillations of bar systems]. Legkie konstruktsii zdanii : mezhvuzovskii sb. Rostov-on-Don, 1986. Pp. 51–55.
4. *Kartopol'tsev V.M., Kutov V.M.* K raschetu bistal'nykh balok peremennoi zhestkosti s uchetom regulirovaniya napryazheniya [Bisteel beams of alternating stiffness accounting for stress control]. Legkie konstruktsii zdanii : mezhvuzovskii sb. Rostov-on-Don, 1986. Pp. 128–133.