Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2023. Т. 25. № 6. С. 183–195.

ISSN 1607-1859 (для печатной версии)
ISSN 2310-0044 (для электронной версии)

Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2023; 25 (6): 183–195.
Print ISSN 1607-1859
Online ISSN 2310-0044

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ
УДК 624.21.072-027.45
DOI: 10.31675/1607-1859-2023-25-6-183-195 EDN: XACQYX

К ВОПРОСУ НАДЕЖНОСТИ НЕСУЩИХ БАЛОК ПРОЛЕТНЫХ СТРОЕНИЙ МОСТОВ

Владимир Михайлович Картопольцев[1],
Андрей Владимирович Картопольцев[1],
Александр Аверьянович Алексеев[2]
[1]ООО «ДИАМОС», г. Томск, Россия
[2]Томский государственный архитектурно-строительный университет, г. Томск, Россия

Аннотация. *Актуальность.* В качестве одного из критериев оценки надежности несущих элементов пролетных строений мостов рассматриваются пиковые значения величин временной подвижной нагрузки, возникающие в отдельные короткие промежутки времени и значительно превышающие нормативный уровень нагружения.

Пиковые нагрузки интерпретируются как непрерывный случайный процесс в виде случайной последовательности некоторых импульсов, проявляющихся через случайный промежуток времени t_i и обладающих случайной длительностью во времени Δt_i.

Цель. В статье предпринята попытка представить изменения временных подвижных нагрузок во времени в виде простого пуассоновского потока, где события, моменты появления нагрузки на пролетном строении моста независимы между собой, а периоды повторяемости и продолжительности действия случайной нагрузки представляются независимыми случайными величинами.

Результаты. При заданном нормативном сроке службы мостов авторами рассмотрены три случая в обеспечении и определении достаточно малого значения вероятности появления разрушающей или близкой к ней одной или группы временных подвижных нагрузок в течение определенного срока. Исходя из видов отказов определено среднее время безотказной работы пролетного строения моста, а также время наработки на возможный отказ при длительном или конкретном превышении значения нагрузки.

Ключевые слова: мост, надежность, вероятность, прочность, временная подвижная нагрузка, пиковые нагрузки, случайный процесс, отказ, пролетное строение

Для цитирования: Картопольцев В.М., Картопольцев А.В., Алексеев А.А. К вопросу надежности несущих балок пролетных строений мостов // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2023. Т. 25. № 6. С. 183–195. DOI: 10.31675/1607-1859-2023-25-6-183-195. EDN: XACQYX

ORIGINAL ARTICLE

TOWARDS RELIABILITY OF LOAD-BEARING BEAMS OF BRIDGES

Vladimir M. Kartopoltsev[1], Audrey V. Kartopoltsev[1], Aleksandr A. Alekseev[2]
[1]OOO "DIAMOS", Tomsk, Russia
[2]Tomsk State University of Architecture and Building, Tomsk, Russia

Abstract. One of the criteria for assessing the reliability of load-bearing elements of bridges, are peak values of the temporary mobile load significantly exceeding the standard level of loading. Peak loads are interpreted as a continuous random process in the form of a random pulse sequence manifested after a random period of time and having a random duration.

Purpose: The aim of the paper is to show changes in temporary mobile load over time in the form of a simple Poissonian flow, where the bridge load is independent, and repeatability and duration of the random load are independent random variables.

Research findings: Three cases are considered to determine sufficiently low probability of destructive temporary mobile loads during the given normative service life of bridges. Based on the failure types, the average failure-free operation of the beam is determined as well as the operating time for a possible failure with a prolonged or specific excess load.

Keywords: bridge, reliability, probability, strength, temporary mobile load, peak load, random process, failure, beam

For citation: Kartopoltsev V.M., Kartopoltsev A.V., Alekseev A.A. Towards reliability of load-bearing beams of bridges. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2023; 25 (6): 183–195. DOI: 10.31675/1607-1859-2023-25-6-183-195. EDN: XACQYX

В настоящей статье впервые представляется возможность оценить надежность балок мостов по пиковым значениям воздействия временной подвижной нагрузки на основе теории вероятности и математической статистики.

Принимая воздействие нагрузки переменным с длительным превышением пиковых значений и вызывающим значительные ускорения и изменчивость во времени, авторы работ [1, 2, 3] рассмотрели плотность вероятности опасных или безопасных отказов в усеченном виде. Переменное воздействие оказывает влияние на конструкции пролетного строения в течение всего периода эксплуатации, значительно меньшего, чем нормативный срок службы. Тогда, рассматривая гармонические колебания балок пролетных строений мостов основного тона как нестационарный процесс нагружения (рис. 1), вероятность безотказной работы или надежность пролетного строения следует определять из формулы

$$P(t) = \mathrm{e}^{-\int_0^t \lambda(t)dt} = \mathrm{e}^{-\frac{t}{t_{\text{ср}}}}, \tag{1}$$

где $\lambda(t)$ – интенсивность возможных отказов несущих элементов пролетного строения за промежуток времени *t*, равная $n \cdot \lambda(i)$; *n* – количество элементов в балке; $\lambda(i) = \frac{1}{T}$; *T* – нормативный срок службы пролетного строения моста;

$t_{ср}$ – среднее время между отказами; t – время эксплуатации. Для металлических пролетных строений T = 50 лет; тогда $\lambda(i)$ = 0,016 лет, а λ = 0,048. Таким образом, надежность элементов балки ниже надежности всей балки.

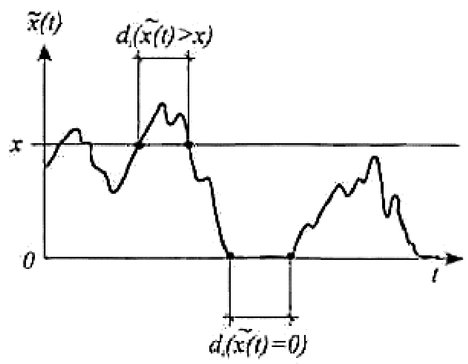

Рис. 1. Нестационарный процесс нагружения
Fig. 1. Nonstationary loading process

Разбиваем время t на ряд промежутков t_i, в течение которых возможно появление нагрузки $\tilde{q}_{вр}$, которое считается независимым событием. При $n = \frac{t}{t_i}$ с учетом корреляции нагрузки $\tilde{q}_{вр}$ вероятность её появления за срок эксплуатации в течение времени t будет определяться из выражения

$$V = 1 - (1 - Q)^n. \tag{2}$$

При $Q \Rightarrow 0$ $V = 1 - e^{-pt}$. $P = \frac{Q}{t_i}$ – временная жесткость вероятности появления $\tilde{q}_{вр} > q_{нор}$. В таком случае при P = 0,99 t = 50 лет. V = 0,01 = $P \cdot 50 \cdot 365$. $P = \frac{1}{1825000}\left[\frac{1}{\text{сут}}\right]$. Тогда период повторяемости отказов 1 раз в течение 10 лет будет иметь следующее значение: $Q = \frac{1}{3650} = P_0$; $t = V \cdot 3650$ = 36,5 дней. Таким образом, при обеспечении надежности мостовых конструкций, равной 0,99 с нормативным сроком эксплуатации 50 лет, достижение разрушающей нагрузки 1 раз в 10 лет допускает срок нормальной эксплуатации с обеспеченностью 0,99, равный 36,5 дня.

В случае возможного одновременного действия двух и более разрушающих нагрузок $Q = Q_1 \cdot Q_2 \cdot \ldots \cdot Q_n$ временная вероятность появления пиковых значений характеристик будет [4]:

$$P_0 = \frac{1 - P}{t}; \quad Q = (1 - P)\frac{t_i}{t}; \quad Q = Q_1 \cdot Q_2 \cdot \ldots \cdot Q_n. \tag{3}$$

В этих условиях усилия от нагрузок можно выразить известной формулой [5]:

$$N(t)=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i Q_i(t), \quad (4)$$

где n – число независимых нагрузок; α_i – стандарт i-й нагрузки; $Q_i(t)$ – математическое ожидание, принимаемое в качестве нормативного значения нагрузки.

Вероятность появления временной подвижной нагрузки с пиковым значением, имеющей характер распределения Пуассона, будет иметь вид

$$P(t)=\frac{(V\cdot t)^n\exp(-V\cdot t)}{n}, \quad (5)$$

где t – время нахождения i-й нагрузки на пролетном строении.

В свою очередь, известно, что пуассоновский уровень надежности P_v связан с надежностью $P(t)$ выражением вида $P(t)=\Phi(X)$. $\Phi(X)$ принимается из табл. III, IV [6].

Рассматривая уровень надежности как отношение $\frac{R-S}{\sqrt{\sigma^2_{s\text{расч}}+\sigma^2_{s\text{норм}}}}$ при $R > 0$, $S > 0$ при изменении надежности во времени, выполнение неравенства $R-S>0$ можно считать справедливым [7].

При воздействии на пролетное строение группы подвижных нагрузок $q_1(t)$, $q_2(t)$, ..., $q_n(t)$, которые оцениваются как нестационарные случайные функции во времени, реакции балок пролетного строения на действие нагрузок представим некоторыми линейными параметрами вида $Z=C_1q_1+C_2q_2...C_nq_n$; C_1, C_2, C_n – жесткость балки. В этом случае динамическое предельное состояние балок на отрезке времени $t_0\le t\le T$ будет определяться вероятностью случайного события, при котором $Z>Z^*$, где Z^* – предельное значение, соответствующее пределу текучести материала балок.

Отождествляя данное событие с перегрузкой, среднее число превышения параметра Z за время t_0–t_1 определим формулой Райса в виде [8, 9]:

$$Z^*(t)=\int_0^{\infty}\frac{dz}{dp_i}dt, \quad (6)$$

где $p_i(p_1:p_2:p_n)$ – вероятность одно-, двукратных и т. д. перегрузок за время t_0.

Тогда вероятность достижения предельного состояния балки пролетного строения будет зависеть от плотности распределения действия $q_1(t)$, $q_2(t)$, ..., $q_n(t)$ и среднеквадратичного отклонения от нормативного параметра. Принимая периоды изменения нагрузки $q_1(t)$ T_1 = 5 лет, $q_2(t)$ $T_2=12$ лет, $q_3(t)$ $T_3=19$ лет, эффективную частоту процесса несанкционированного нагружения ω_{ij} выразим через спектральную плотность процесса Φ_{ik}, имеющую значение: $\omega_1 = 0,2$; $\omega_2 = 0,3$; $\omega_4 = 0,4$. Приведенный период изменения нагрузки за периоды T_1, T_2, T_3 будет равен

$$T_0 = \frac{0,3 + 0,4}{\frac{0,2}{5} + \frac{0,3}{12} + \frac{0,4}{19}} = 12 \text{ лет.} \qquad (7)$$

Вероятный период изменения нагруженности динамической нагрузки в среднем составляет $T_0 = 7$ лет при $Z^*/Z = 1,4$, а вероятность достижения предельного состояния характеризуется выражением

$$P(m) \cong \frac{7}{12} \exp\left[-\frac{(n-1)^2}{2\sum \omega_i} \right], \qquad (8)$$

где $n = \frac{Z_T^*}{Z}$ – коэффициент запаса прочности, равный 1,4.

Вероятность достижения предельного состояния при $T_0 = 12$ лет составляет 0,095:

$$P(m) \cong \frac{7}{12} \exp\left[-\frac{(1,4-1)^2}{2(0,9)} = 0,095 \right]. \qquad (9)$$

Таким образом, вероятность достижения предельного состояния элементами балки в течение $T_0 = 12$ лет составляет 0,095.

При воздействии на пролетное строение моста динамической нагрузки в виде случайного транспортного потока с параметрами $q_1(t)$, $q_2(t)$, ..., $q_n(t)$ в условиях, когда разброс нагруженности не велик, но имеет случайный характер, определение предельных значений перемещений и усилий в балке с нормативной надежностью $P_н = 0,99$ связано с введением в расчеты коэффициента $\lambda_\varphi < 1$, характеризующего синхронизацию при совпадении фаз всех воздействий от нагрузок в потоке при равенстве $\lambda_\varphi = m$ [10, 11]; m – число динамических нагрузок $q_1(t)$, $q_2(t)$, ..., $q_n(t)$ (табл. 1).

Таблица 1

Расчетные значения *m*, λ_φ

Table 1

Theoretical values of *m*, λ_φ

m	λ_φ					
	0,3	0,5	0,7	0,8	0,9	0,99
3	0,42	0,51	0,73	0,816	0,92	0,99
4	0,5	0,62	0,85	0,89	0,95	0,99
6	0,64	0,75	0,96	0,99	0,99	0,99
7	0,72	0,79	0,97	0,99	0,99	1,0

Анализ данных табл. 1 позволяет заключить, что при $m \geq 6$ вероятность непревышения среднего значения перемещений или усилий от воздействия нагрузок практически не отражается на нормативном уровне надежности.

Известно, что модель функционирования конструкций пролетных строений мостов характеризуется надежностью, основанной на вероятности появления не только обычного, но и срывного отказа. Показатель вероятности появления срывного отказа представляется выражением

$$П_{\beta} = \oint_{\infty}^{-1}\left(1 - P(f)\right), \tag{10}$$

где $\oint_{\infty}^{-1}$ – интеграл вероятности Гаусса проявления срывного отказа; $P(f)$ = $= P_i\left(M / Q\right)$; M, Q – функционалы реальной и расчётной нагрузки; $P_i = \frac{T_0}{T_i}$, где $T_i - 5, 12, 19$ лет.

Представляя несанкционированное воздействие на пролетное строение сверхрасчётными или сверхнормативными подвижными нагрузками, коррелируемыми случайным процессом в виде гауссовских кривых, можно наблюдать проявление срывного отказа с выбросом амплитудных значений случайных величин динамических характеристик (рис. 2).

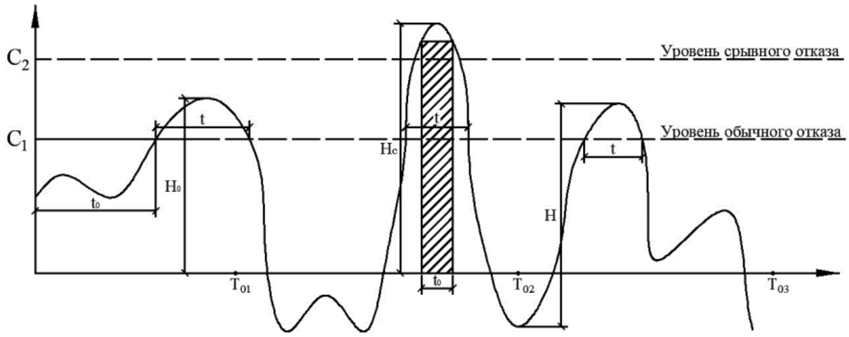

Рис. 2. Общий вид случайного процесса с реализацией обычного и срывного отказов
Fig. 2. Schematic of random process with the implementation of normal and disruptive failures

В качестве пороговых значений случайных нагрузок, при которых фиксируется уровень отказов, принимается среднее число превышений (выбросов) нагрузки в единицу времени t_i за период T_{0i}. Уровень случайной гармонической нагрузки со средним числом выбросов считается опасным, если число выбросов случайного процесса $q(t)$ на интервале T_{0i} превышает некий уровень плотности дисперсий числа выбросов σ_N, равный $\sigma_N^2(T) = 0{,}067\omega \cdot T$ [12], где ω – величина максимального выброса частоты колебаний, Гц.

Принимаем гармонические колебания случайного процесса в виде $g(t) = A(t,T)\cos\left(2\pi\omega t + \varphi(t)\right)$, где $A(t,T)$, $\varphi(t)$ – меняющаяся функция амплитуды (перемещения) и фазы смещения количества опасных выбросов, предшествующих срывному отказу, которое может определяться выражением

$$N(T) = \sum_{i=1}^{m} H_i\,, \tag{11}$$

где m – число интервалов времени, подвергающееся анализу на срывной отказ за интервал T_i.

Используя табулированный интеграл вероятности Лапласа, формулу для определения среднего числа выбросов за интервал T, превышающий уровень C_2, можно представить в следующем виде:

$$N_{\text{ср}} = \sum_{i=1}^{m} N(T)\Delta t \ \text{ при } \ \Delta t = T_0\,.$$

Тогда вероятность проявления срывного отказа на промежутке времени $m_1 = t_1 - T_{01}$, $m_2 = t_2 - T_{02}$, $m_3 = t_3 - T_{03}$ равна

$$P(H_{\text{c}}) = N(T)\sum_{i=1}^{m} P_1 H_{\text{c}}\,, \tag{12}$$

где P_1 – вероятность того, что за предел $T_1 - T_{01}$ будет один выброс, приравненный к среднему числу выбросов; Δt – интервал времени малой длительности, приравненный к T_0.

Таким образом, в случае одного срывного отказа при среднем числе случайных выбросов целевая функция стоимости пролетного строения моста в функции нормативного срока службы T_0 графически отображается в виде зависимости (рис. 3) и математическим выражением

$$C = C_0 + P_1(H_{\text{c}})H(p)\,, \tag{13}$$

где C_0 – начальная стоимость пролетного строения моста; $P_1(H_{\text{c}})$ – срывной отказ с вероятностью $P(H_{\text{ср}})$; $H(p)$ – затраты на устранение ущерба, вызванного срывным отказом $P(H_0)$.

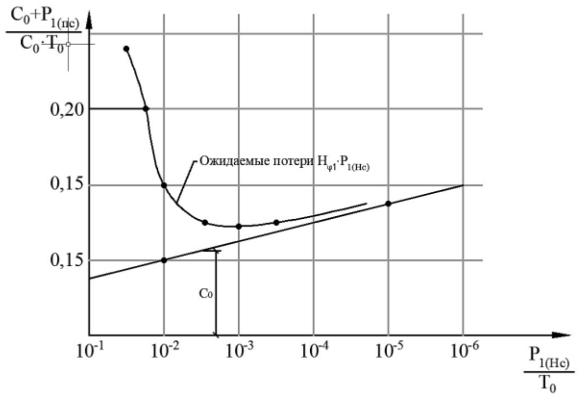

Рис. 3. График зависимости начальной стоимости C_0 и полных ожидаемых затрат C с вероятностью срывного отказа $P_1(H_c)$

Fig. 3. Dependence of the initial cost C0 and expected total costs with the failure probability $P_1(H_c)$

Используя зависимость для определения $P_1(H_c)$ в виде $P_1(H_c)=$ $=\frac{10^{-4}\xi_\rho \cdot T_0}{L}$, окончательно получим значение доверительного интервала во времени для срывного отказа. С учетом коэффициента социальной значимости моста $\xi_\rho = 0,5$, $T_0 = 50$ лет среднее количество автомобилей, находящихся на пролетном строении в предполагаемый момент срывного отказа, в зависимости от длины пролета, равно: L = 42,5*m*, $n_a = 4$. Тогда $P_1(H_c)=$ $=\frac{10^{-4}0,5\cdot 50}{4} = 6\cdot 10^{-3}$.

Рассматривая пиковые случайные выбросы в стадии развития срывного отказа образованием чрезмерных амплитуд колебаний (рис. 4), формулу для определения значения $H(p)$ принимаем в виде [13, 14]:

$$H(\rho) = U + U_n \cdot W, \tag{14}$$

где U – косвенный убыток от срывного отказа, не зависящий от размеров несущих балок; U_n – прямые убытки, связанные с восстановлением балок; W – момент сопротивления сечения балки. Представим прочность изгибаемой гармоническими колебаниями балки выражением вида $R_s = W \cdot R - M_{\text{пр}}$, в котором R – предел прочности материала балки; $M_{\text{пр}}$ – предельный изгибающий момент от $P_{\text{вр}}$ с пиковыми значениями случайных выбросов, вызывающих разрушение [15].

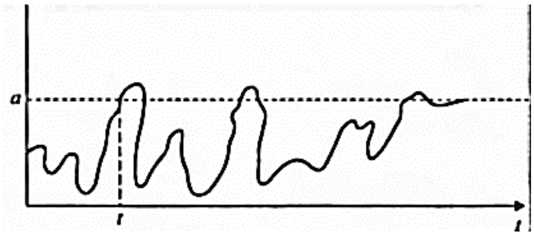

Рис. 4. Выбросы случайной функции
Fig. 4. Random function peaks

Предельное состояние предполагает изменение момента сопротивления сечения балки (*W*), которое пропорционально изменению коэффициента γ – коэффициента неразрушимости конструкции, определяемого из равенства

$$C = C_0 \cdot \gamma^{1-\Theta}, \tag{15}$$

где Θ – коэффициент напряженного состояния элемента балки пролетного строения и формы поперечного сечения: для изгибаемых элементов $\Theta = 1/3$; прямоугольных – $\frac{6}{5}$; двутавровых – 2–5 [16]. Изменение момента сопротивления сечения (W) пропорционально γ в соотношении $\frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{W_1}{W}$. Тогда соотношение площади сечения элемента до срывного отказа и после него будет

$$\frac{A_1}{A} = \left(\frac{\gamma_1}{\gamma}\right)^{2/3}. \quad (16)$$

Принимая стоимость элемента сечения балки практически пропорциональной площади его сечения A, зависимость (16) $C = C_0 \cdot \gamma^{1-\Theta}$ принимаем в виде $C = C_0\left(\frac{A_1}{A}\right)$. Тогда $C = C_0\left(\frac{\gamma_1}{\gamma}\right)^{2/3}$. При $\gamma = 1$ $C = C_0 \cdot \gamma^{2/3}$ и $\Theta \simeq 1/3$.

В результате пиковых случайных выбросов повреждение одного или нескольких элементов балки вызывает нарушение нормальной работы всего пролетного строения, а величина γ – не что иное, как обратная величина вероятности повреждения [17, 18]:

$$P \simeq 1 - \mathrm{e}^{-n \cdot P(t)}, \quad (17)$$

где n – количество элементов в балке; $P(t)$ – вероятность повреждения элементов в течение времени T.

Разбиваем весь срок работы элементов балки исходя из нормального закона распределения вероятности времени исправной работы каждого элемента, заключенного в промежутке от 0 до T, вероятность повреждения в момент проявления пиковых случайных выбросов или срывного отказа за этот промежуток времени будет

$$P(T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^T \exp\left(-\frac{(T - T_0)^2}{2\sigma^2}\right) dT, \quad (18)$$

где T – время исправной работы элемента балки в целом; T_0 – средний срок службы (нормативный); σ^2 – дисперсия времени исправной работы всех элементов балки (среднее значение квадрата отклонения срока службы элемента). Металлические балки пролетных строений мостов обладают достаточно высокой степенью однородности составляющих элементов и сроков службы. В случае равенства $P(T)$ для всех элементов балки, состоящей из n числа элементов, вероятность повреждения балки за все время T будет выражаться формулой

$$\frac{P}{n} = \frac{1}{2} - \Phi(x), \quad (19)$$

где $\Phi(x)$ – известная в теории вероятности функция нормального распределения Лапласа $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \mathrm{e}^{-1/2x^2} dx$; $x = \frac{T_0 - T}{\sigma}$.

Исходя из среднего срока службы элементов балки T_0, среднего значения квадрата отклонения срока службы элементов балки от его среднего срока службы $\left(\sigma^2\right)$ и числа элементов n балки, формула (19) позволяет рассчитать вероятность повреждения P балки в течение времени T (табл. 2). Время нормальной безаварийной работы балки пролетного строения можно определить по упрощенной зависимости

$$T = T_0 - X \cdot \sigma. \quad (20)$$

Таблица 2

Период нормативной работы балок пролетных строений мостов

Table 2

Normative operation time of beams

Проект, г.	Динамическая нагрузка	Нормативный срок службы T_0, г.	Кол-во элементов в балке	Срок нормативной работы T, г.	Фактически
1947–1949	Н-13, Т-60	50	5	48	Т
1953	Н-18, НГ-60	50	5	48	Т
№ 4793км, 1963	Н-30, НК-80	55	3	46	Т*
№ 4801км, 1969	Н-30, НК-80	60	3	57,6	Т*
№ 3282км, 1975	Н-30, НК-80	60	5	58	Т*
№ 3503, 1984	А-11, НК-100	60	4	57	Т*
1994	А-11, НК-100	60	5	57,2	А
2004	А-14, К-102,8	60	6	$\simeq$ 60,0	А

Примечания:

1. Т – типовое решение; А – альтернативное решение; Т*– типовые проекты [19, 20].

2. Коэффициент безаварийного использования элементов балок для всех пролетных строений металлических мостов составит $\frac{T}{T_0} = 0{,}9–0{,}96$ из условия возможного повреждения элементов (P_ρ) в случае пиковых случайных величин проявления срывного отказа из выражения $P_\rho = \frac{1}{2} - \Phi(x)$.

3. В то же время, в зависимости от качества проекта и конструкции несущих балок пролетного строения, коэффициент использования элементов в работе на динамические нагрузки возрастает от 0,4 до 0,6 [20, 21].

С принятием в качестве переменной величины T дополнительного времени безаварийной эксплуатации замена стали нормальной прочности марки Вст3 мост М16с низколегированными сталями повышенной прочности 09Г2С 14Г2, 15ХСНД и высокой прочности 10ХСНД, 12Г2СМФ, 14Х2ГМР и другими приводит к изменению соотношения между вероятностью повреждения балки и её элементами, выполненными как в моностальном, так и в гибридных вариантах. В этом случае вероятность повреждения элементов (P_P) в промежутке времени T_0–T–T_1 сводится к минимуму при равенстве величин вероятностей возможных повреждений. Использование в этих случаях коэффициента неоднородной вероятности нормальной работы элементов $\frac{\sigma}{T_0}$ сравнивается с коэффициентом использования $\frac{T}{T_0}$, стремящегося к предельной величине, равной 1.

Выводы

Проведенное в статье исследование основано на предположении равенства величин вероятности повреждения элементов балки при нормальном распределении сроков службы.

Рассмотрены возможные варианты с различными величинами вероятностного повреждения и законами распределения.

Повышение надежности работы балок пролетных строений рассматривает исключительно возможные соотношения коэффициента неоднородной вероятности нормальной работы элементов по сравнению с коэффициентами использования.

Список источников

1. *Аугусти Г., Баратта А., Кашпати Ф.* Вероятностные методы в строительном проектировании. Москва : Стройиздат, 1988. 573 с.
2. *Wen Y.K.* Shochastic dependendies in load combination, proceedings // Structural safety and reliability : proceedings of ICOSSAR '81, the 3rd International Conference on Structural Safety and Reliability, the Norwegian Institute of Technology, Trondheim, Norway, June 23–25, 1981 / Ed. T. Moan, M. Shinozuka. Elsevier Scientific Pub. Co., 1981. P. 89–103.
3. *Булычев А.П., Сухов Ю.Д.* Применение теории надежности для нормирования расчетных значений нагрузок // СМРС. 1973. № 4. С. 15–19.
4. *Ржаницын Р.А.* Расчет конструкций на сочетание нагрузок // Проблемы надежности в строительном проектировании. Свердловск, 1972. С. 184–191.
5. *Райзер В.Д.* Теория надежности в строительном проектировании. Москва : Изд-во Ассоциации строительных вузов, 1998. 302 с.
6. *Володин Б.Г., Ганин М.П., Динер И.Я., Комаров Л.Б., Свешников А.А., Старобин К.Б.* Сборник по теории вероятностей, математической статистики и теории случайных функций / под общ. ред. А.А. Свешникова. Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2008. 445 с.
7. *Картопольцев В.М., Картопольцев А.В., Алексеев А.А.* К вопросу прогнозирования динамической надежности пролетных строений мостов // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2022. Т. 24. № 6. С. 170–181. DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-6-170-181
8. *Болотин В.В.* О сочетании случайных нагрузок, действующих на сооружения // Строительная механика и расчет сооружений. 1962. № 2. С. 1–5.
9. *Raizer V.D.* Reliability of structures. analysis and applications. USA : Backbone Publishing Company, 2009. 146 p. ISBN: 978-0974201979.
10. *Цейтлин А.И., Гусева Н.И.* Расчет конструкций на синхронные групповые воздействия // Строительная механика и расчет сооружений. 1977. № 6. С. 46–52.
11. *Ditllevsen O, Madsen H.O.* Structural reliability methods. 2nd edition. Department of Mechanical Engineering Technical University of Denmark, 2007. 373 p.
12. *Тихонов В.И.* Выбросы случайных процессов // Успехи физических наук. 1962. Т. 77. Вып. 3. С. 449–480.
13. *Райзер В.Д.* Методы теории надежности в задачах нормирования расчетных параметров строительных конструкций. Москва : Стройиздат, 1986. 186 с.
14. *Racwitz R, Schrupp K.* Quality control, prof testing and structural reliability // Structural Safety. 1985. V. 2. P. 239–244. https://doi.org/10.1016/0167-4730(85)90030-X

15. *Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В.* Курс теории вероятностей и математической статистики. Москва, 1969. 329 с.
16. *Тимошенко С.П.* Прочность и колебания элементов конструкций. Москва : Наука, 1975. 704 с.
17. *Сидоров В.И.* О методах расчета надежности работы систем, содержащих большое число элементов // Известия АН СССР. ОТН. 1954. № 6. С. 3–12.
18. *Faber M.H.* On the treatment of uncertain-ties and probabilities in engineering decision analysis // Offshore Mechanics and Arctic Engineering. 2005. V. 127. № 3. P. 243–248. DOI:10.1115/1.1951776
19. *Боровиков А.Г., Картопольцев В.М.* Оценка грузоподъемности сталежелезобетонных пролетных строений металлических автодорожных мостов // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2013. № 4. С. 273–279.
20. *Гордеев В.Н., Лантух-Лященко А.И., Пашинский В.А., Перельмутер А.В., Пичигин С.Ф.* Нагрузки и воздействия на здания и сооружения. Москва : Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2006. 478 с.
21. *Картопольцев В.М., Картопольцев А.В.* Разработка перспективных (гибридных) конструкций пролетных строений мостов из сталей различной прочности // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2017. № 3. С. 171–182.

REFERENCES

1. *Augusti G., Baratta A., Casciati F.* Probabilistic methods in structural engineering. Moscow: Stroyizdat, 1988. 573 p. (Russian translation)
2. *Wen Y.K.* Shochastic dependendies in load combination, proceedings. In: *Proc. 3rd Int. Conf. 'Structural Safety and Reliability'*, Norwegian Institute of Technology, T. Moan, M. Shinozuka, Eds., Trondheim, 1981. Pp. 89–103.
3. *Bulychev A.P., Sukhov Iu.D.* Application of the reliability theory for normalisation of the calculated load values. *SMRS*. 1973; (4): 15–19. (In Russian)
4. *Rzhanitsyn R.A.* Calculation of structures for load combination. In: Reliability problems in building design. Sverdlovsk, 1972. Pp. 184–191. (In Russian)
5. *Raizer V.D.* Theory of reliability in construction design. Moscow: Izd-vo Assotsiatsii stroitelnykh vuzov, 1998. 302 p. (In Russian)
6. *Volodin B.G., Ganin M.P., Diner I.Y., Komarov L.B., Sveshnikov A.A., Starobin K.B.* Collection on probability theory, mathematical statistics and theory of random functions, A.A. Sveshnikov, Ed., Saint-Petersburg; Moscow; Krasnodar: Lan, 2008. 445 p. (In Russian)
7. *Kartopol'tsev V.M., Kartopol'tsev A.V., Alekseev A.A.* Towards predicting dynamic reliability of bridge spans. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture*. 2022; 24(6): 170–181. DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-6-170-181 (In Russian)
8. *Bolotin V.V.* Combination of random loads of structures. *Stroitelnaia mekhanika i raschet sooruzhenii*. 1962; (2): 1–5. (In Russian)
9. *Raizer V.D.* Reliability of structures. Analysis and applications. USA: Backbone Publishing Company, 2009. 146 p. ISBN: 978-0974201979.
10. *Tseitlin A.I., Guseva N.I.* Calculation of structures on synchronous group impacts. *Stroitelnaia mekhanika i raschet sooruzhenii*. 1977; (6): 46–52. (In Russian)
11. *Ditllevsen O, Madsen H.O.* Structural reliability methods, 2nd ed., Department of Mechanical Engineering Technical University of Denmark, 2007. 373 p.
12. *Tikhonov V.I.* Emissions of random processes. *Uspekhi fizicheskikh nauk*. 1962; 77 (3): 449–480. (In Russian)
13. *Raizer V.D.* Methods of the theory of reliability in tasks of norming of building design parameters. Moscow: Stroyizdat, 1986. 186 p. (In Russian)
14. *Racwitz R., Schrupp K.* Quality control, prof testing and structural reliability. *Structural Safety*. 1985; 2: 239–244. https://doi.org/10.1016/0167-4730(85)90030-X
15. *Smirnov N.V., Dunin-Barkovskii I.V.* Course of the theory of probabilities and mathematical statistics. Moscow, 1969. 329 p. (In Russian)

16. *Timoshenko S.P.* Strength and vibrations of structural elements. Moscow: Nauka, 1975. 704 p. (In Russian)
17. *Sidorov V.I.* Methods of reliability analysis of systems containing large number of elements. *Izvestia AS USSR*. 1954. (6): 3–12. (In Russian)
18. *Faber M.H.* On the treatment of uncertain-ties and probabilities in engineering decision analysis. *Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. 2005; 127(3): 243–248. DOI:10.1115/1.1951776.
19. *Borovikov A.G., Kartopoltsev V.M.* Assessment of load capacity of composite-girder bridge spans. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2013; (4): 273–279. (In Russian)
20. *Gordeev V.N., Lantukh-Liashchenko A.I., Pashinskii V.A., Perelmuter A.V., Pichigin S.F.* Loads and impacts on buildings. Moscow: Izd-vo Assotsiatsii stroitelnykh vuzov, 2006, 478 p. (In Russian)
21. *Kartopoltsev V.M., Kartopoltsev A.V.* Hybrid design of bridge span structures made of different strength steel. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2017; (3): 171–182. (In Russian)

Сведения об авторах

Картопольцев Владимир Михайлович, докт. техн. наук, профессор, ООО «ДИАМОС», 634003, г. Томск, пер. Соляной, 24/1, diamos@mail.ru

Картопольцев Андрей Владимирович, канд. техн. наук, доцент, ООО «ДИАМОС», 634003, г. Томск, пер. Соляной, 24/1, diamos@mail.ru

Алексеев Александр Аверьянович, канд. техн. наук, доцент, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, alekseev10@yandex.ru

Authors Details

Vladimir M. Kartopoltsev, DSc, Professor, OOO "DIAMOS", 24/1, Solyanoy Str., 634003, Tomsk, Russia, diamos@mail.ru

Audrei V. Kartopoltsev, PhD, A/Professor, OOO "DIAMOS", 24/1, Solyanoy Str., 634003, Tomsk, Russia, diamos@mail.ru

Aleksandr A. Alekseev, PhD, A/Professor, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanaya Sq., 634003, Tomsk, Russia, alekseev10@yandex.ru

Вклад авторов

Все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.
Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Authors contributions

The authors contributed equally to this article.
The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 09.10.2023
Одобрена после рецензирования 26.10.2023
Принята к публикации 09.11.2023

Submitted for publication 09.10.2023
Approved after review 26.10.2023
Accepted for publication 09.11.2023