

Вестник Томского государственного
архитектурно-строительного университета.
2023. Т. 25. № 4. С. 116–128.

ISSN 1607-1859 (для печатной версии)
ISSN 2310-0044 (для электронной версии)

Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo
arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta –
Journal of Construction and Architecture.
2023; 25 (4): 116–128.
Print ISSN 1607-1859
Online ISSN 2310-0044

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

УДК 624.071.22

DOI: 10.31675/1607-1859-2023-25-4-116-128

EDN: BNSNAI

ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЕЧЕНИЯ ИЗГИБНО-ЖЕСТКОЙ НИТИ НА ОСНОВЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО КРИТЕРИЯ

Денис Александрович Тарасов

Пензенский государственный университет, г. Пенза, Россия

Аннотация. *Актуальность.* В настоящее время одной из основных задач при проектировании зданий и инженерных сооружений является создание оптимальных конструкций, обладающих наилучшими экономическими показателями, такими как минимальная материалоемкость и, соответственно, стоимость.

Цель настоящего исследования заключается в создании методики, дающей возможность определять оптимальные геометрические параметры поперечного сечения изгибно-жесткой нити, обеспечивающие минимум потенциальной энергии деформации, для достижения требований по минимальному весу, исходя из ограничений по прочности и жесткости проектируемого элемента.

Проблема поиска оптимальных параметров сведена к задаче нелинейного математического программирования с применением энергетического критерия. В качестве энергетического критерия выступало условие о достижении минимума потенциальной энергии деформации рассчитываемого элемента.

Результаты. Дана оценка адекватности результатов, получаемых с помощью разработанной методики. Проведен численный эксперимент по определению оптимальных геометрических характеристик поперечного сечения изгибно-жесткой нити. Установлено, что расхождения в значениях результатов, полученных предложенной технологией моделирования и общепризнанным методом конечных элементов, незначительны и находятся в рамках погрешности вычислений.

Выводы. Предложенная методика дает возможность решать в геометрически нелинейной постановке обратные задачи, в числе которых поиск оптимальных геометрических характеристик элементов, совмещающих работу балок и гибких нитей. Кроме того, это может найти применение на стадии проектирования большепролетных покрытий общественных зданий и инженерных сооружений.

Ключевые слова: условная оптимизация, нелинейное программирование, изгибно-жесткая нить, обратная задача, энергетический критерий, геометрическая нелинейность, расчет по деформированной схеме, потенциальная энергия деформации

Для цитирования: Тарасов Д.А. Оптимизация геометрических характеристик сечения изгибно-жесткой нити на основе энергетического критерия // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2023. Т. 25. № 4. С. 116–128. DOI: 10.31675/1607-1859-2023-25-4-116-128. EDN: BNSNAI

ORIGINAL ARTICLE

CROSS-SECTION GEOMETRY OPTIMIZATION
OF FLEXURAL THREAD USING ENERGY CRITERION

Denis A. Tarasov

Penza State University, Penza, Russia

Abstract. Purpose: The aim of this work is to develop a method to determine the best geometrical parameters of the flexural thread cross-section providing the lowest potential energy of deformation, thereby meeting the requirements for the minimum weight based on strength and rigidity limitations on the designed element.

Methodology/approach: The problem of calculating the best parameters is reduced to non-linear mathematical programming using the energy criterion. The latter provides to gain the minimum potential energy of deformation of the designed element.

Research findings: The proposed methodology allows evaluating the results obtained. The numerical experiment determines the optimum cross-section geometry of flexural thread. The spread in values between proposed methodology and finite element method are insignificant.

Practical implications: The proposed method provides the solution of inverse problems in a geometrically nonlinear formulation, including a search for optimum geometrical parameters of elements that combine the operation of beams and flexural thread. The proposed method can be used at the design stage of large-span shells of buildings.

Keywords: constrained minimization, non-linear programming, flexural thread, inverse problem, energy criterion, geometric nonlinearity, structural analysis strain state, potential energy of deformation

For citation: Tarasov D.A. Cross-section geometry optimization of flexural thread using energy criterion. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2023; 25 (4): 116–128. DOI: 10.31675/1607-1859-2023-25-4-116-128. EDN: BNSNAI

Актуальность. При проектировании зданий и инженерных сооружений одной из основных задач является создание оптимальных конструкций, обладающих наилучшими экономическими показателями, такими как минимальная материалоемкость, а соответственно, и стоимость [1, 2].

В задачах оптимизации, рассмотренных в работах [3, 4], гибкая нить характеризовалась одним параметром – площадью поперечного сечения, форма и размеры которого оставались неопределенными. Особенностью данного вида стержня является то, что он способен воспринимать исключительно растягивающие усилия. В связи с этим изменение формы сечений реальных конструкций, для которых гибкая нить является расчетной моделью, не приводит к переоценке распределения возникающих усилий и деформаций по длине рассчитываемого элемента. Для нитей, обладающих жесткостью на изгиб, которые могут воспринимать изгибающие моменты, задача оптимизации усложняется. Число параметров, от которых зависит напряженно-деформированное состояние, увеличивается. Наряду с площадью, появляются момент сопротивления и момент инерции сечения. Эти величины входят в условия прочности, жесткости и неразрывности деформаций, ограничивающие область допустимых решений [5, 6].

Цель. Сформулируем цель исследования следующим образом. Необходимо разработать методику, дающую возможность определять оптимальные

геометрические параметры, характеризующие форму поперечного сечения изгибно-жесткой нити, обеспечивающие минимум потенциальной энергии деформации, что позволяет достичь требований по минимальному весу, исходя из ограничений по прочности и жесткости проектируемого элемента.

Предметом исследования является методика, позволяющая решить поставленную задачу.

В качестве объекта исследования выступают элементы конструкций большепролетных покрытий инженерных сооружений и общественных зданий, для которых изгибно-жесткая нить является расчетной моделью [7, 8].

Материалы и методы. На рис. 1 показана расчетная модель нити, обладающей некоторой жесткостью на изгиб, пролетом l с первоначальной стрелой провеса от собственного веса f_0 , закрепленной на упругоподатливых опорах с жесткостью i , которые, в свою очередь, лежат на хорде AB , расположенной под углом β к горизонту. Деформированное состояние нити вызвано действием равномерно распределенной нагрузки q , приложенной на произвольном участке шириной n .

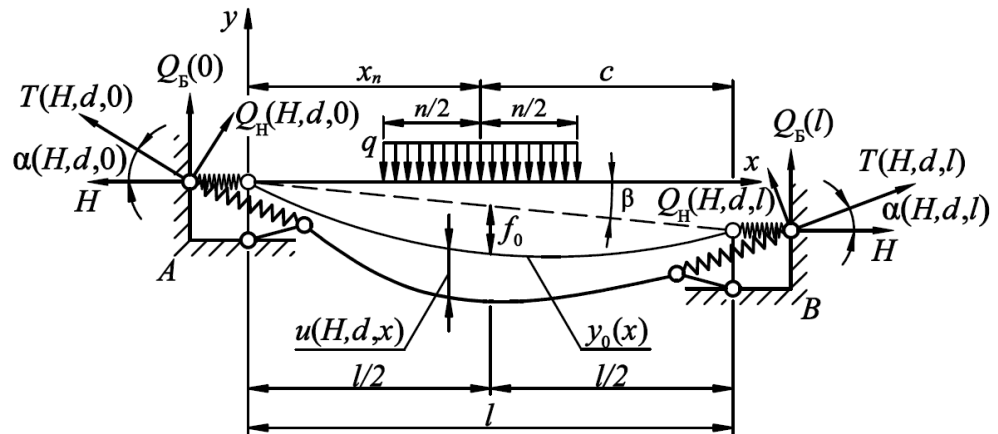


Рис. 1. Расчетная модель изгибно-жесткой нити

Fig. 1. Design model of flexural thread

В качестве параметров в задаче оптимизации будут выступать геометрические характеристики, однозначно определяющие поперечное сечение. Для сечения в виде кольца данными характеристиками являются внутренний и внешний диаметры.

Для дальнейшего нахождения той части параметров поперечного сечения, которые входят в расчетные формулы напряжений и деформаций и тем самым определяют поведение изгибно-жесткой нити под нагрузкой, потребуется безразмерная величина

$$m = \frac{d}{D}, \quad (1)$$

где d – внутренний диаметр, м; D – внешний диаметр, м.

При заданном значении отношения (1) момент инерции, площадь и момент сопротивления сечения можно записать в виде функциональных зависимостей от внутреннего диаметра кольца:

$$J(d) = \frac{\pi \left(\frac{d}{m}\right)^4}{64} (1 - m^4); \quad (2)$$

$$A(d) = \frac{\pi \left[\left(\frac{d}{m}\right)^2 - d^2 \right]}{4}; \quad (3)$$

$$W(d) = \frac{\pi \left(\frac{d}{m}\right)^3}{32} (1 - m^4). \quad (4)$$

Известно, что при решении задач проектирования оптимальных несущих конструкций, обеспечивающих минимум веса и стоимости, часто используется интегральный энергетический критерий минимума потенциальной энергии деформации [9, 10, 11]. В связи с этим примем потенциальную энергию деформации в качестве целевой функции [12, 13]:

$$U(H, d) = \int_0^l \frac{M_H(H, d, x)^2}{2E \cdot J(d)} dx + \int_0^l \frac{T(H, d, x)^2}{2E \cdot A(d)} dx + \int_0^l \frac{k \cdot Q_H(H, d, x)^2}{2G \cdot A(d)} dx \rightarrow \min, \quad (5)$$

где H – распор, Н; l – пролет, м; $M_H(H, d, x)$ – функция изгибающего момента, Н·м; x – абсцисса по длине, м; E – модуль упругости материала, Па; $J(d)$ – функция момента инерции сечения, м⁴; $T(H, d, x)$ – функция растягивающего продольного усилия, Н; $A(d)$ – функция площади сечения, м²; k – коэффициент, характеризующий форму поперечного сечения; $Q_H(H, d, x)$ – функция поперечной силы, Н; G – модуль сдвига, Па.

В параметры целевой функции (5) наряду с внутренним диаметром кольца добавлен распор, поскольку он также не известен на момент решения задачи оптимизации.

Запишем требования, которым должна удовлетворять реальная конструкция. Прежде всего, условие прочности [14]. Для этого необходимо определить напряженное состояние рассматриваемого элемента и оценить его. В поставленной задаче напряжения в крайних волокнах заданного сечения по длине не должны превышать расчетного сопротивления материала изгибно-жесткой нити [15]:

$$\sigma(H, d, x_1) \leq R_y, \quad (6)$$

где $\sigma(H, d, x_1)$ – значение функции нормальных напряжений в заданном сечении с абсциссой x_1 , Па; R_y – расчетное сопротивление материала, Па.

Вторым требованием, предъявляемым к конструкции, может являться ограничение величины прогиба в указанной точке рассматриваемого элемента:

$$u(H, d, x_2) \leq [u], \quad (7)$$

где $u(H, d, x_2)$, $[u]$ – значение и предельно допустимая величина прогиба в заданном сечении с абсциссой x_2 , м.

Для определения истинного напряженно-деформированного состояния, возникающего при внешнем силовом воздействии в статически неопределимых системах, необходимо учитывать условие совместности деформаций [16, 17]:

$$L_0 + \Delta L(H, d) = L(H, d), \quad (8)$$

где L_0 – длина до приложения нагрузки, м; $\Delta L(H, d)$ – упругая деформация, м; $L(H, d)$ – длина после приложения нагрузки, м.

Кроме того, при нахождении оптимальных геометрических характеристик поперечных сечений реальных несущих элементов появляются конструктивные ограничения, которые также должны учитываться. В нашем случае будем считать, что данные требования для принятого вида сечения учтены при выборе значения соотношения внутреннего и внешнего диаметров кольца, которое задано.

Для решения поставленной задачи оптимизации необходимо определить все члены целевой функции и уравнений ограничений.

Изгибающий момент в любой точке вдоль оси нити конечной жесткости равен сумме изгибающих моментов всех сил, действующих на нее по одну сторону от абсциссы x рассматриваемого сечения [18, 19]:

$$M_H(H, d, x) = M_B(x) - H(y_0(x) + x \operatorname{tg} \beta + u(H, d, x)), \quad (9)$$

где $M_B(x)$ – функция балочного изгибающего момента, Н·м; $y_0(x)$ – функция линии начального равновесия, м; β – угол наклона хорды AB , град; $u(H, d, x)$ – функция прогиба, м.

Из расчетной модели, представленной на рис. 1, видно, что продольное усилие, растягивающее нить, равно сумме проекций балочной поперечной силы и распора на касательную к конечной линии равновесия [20]:

$$T(H, d, x) = Q_B(x) \sin \alpha(H, d, x) + H \cos \alpha(H, d, x), \quad (10)$$

где $Q_B(x)$ – функция балочной поперечной силы, Н; $\alpha(H, d, x)$ – угол между осью абсцисс и касательной в произвольной точке к линии равновесия нити под нагрузкой, град.

Поперечная сила, воспринимаемая нитью конечной жесткости, определяется из равновесия всех сил, приложенных по одну сторону, на нормаль к касательной конечной линии равновесия, проведенной в точке с абсциссой x [21]:

$$Q_H(H, d, x) = Q_B(x) \cos \alpha(H, d, x) - H \sin \alpha(H, d, x). \quad (11)$$

Функции балочных изгибающего момента и поперечной силы определяются методом сечений:

$$M_B(x) = \frac{q \cdot n \cdot c}{l} x (x \geq 0) - q \frac{\left[x - \left(x_n - \frac{n}{2} \right) \right]^2}{2} \left(x > x_n - \frac{n}{2} \right) + \\ + q \frac{\left[x - \left(x_n + \frac{n}{2} \right) \right]^2}{2} \left(x > x_n + \frac{n}{2} \right); \quad (12)$$

$$Q_B(x) = \frac{q \cdot n \cdot c}{l} (x \geq 0) - q \left[x - \left(x_n - \frac{n}{2} \right) \right] \left(x > x_n - \frac{n}{2} \right) + \\ + q \left[x - \left(x_n + \frac{n}{2} \right) \right] \left(x > x_n + \frac{n}{2} \right), \quad (13)$$

где n – ширина зоны приложения нагрузки, м; c – расстояние от центра зоны приложения нагрузки до опоры B , м; x_n – абсцисса центра зоны приложения нагрузки, м.

Линию равновесия до приложения нагрузки на нить, обладающей некоторой изгибной жесткостью, с достаточной степенью точности можно представить в виде квадратичной функции [17]:

$$y_0(x) = \frac{4f_0}{l^2} x^2 - \frac{4f_0}{l} x - x \operatorname{tg} \beta, \quad (14)$$

где f_0 – первоначальная стрела провеса в середине пролета, м.

Тригонометрические функции угла между осью абсцисс и касательной в произвольной точке к линии равновесия нити конечной жесткости, находящейся под нагрузкой, определяются геометрическим способом [22]:

$$\sin \alpha(H, d, x) = \frac{\frac{d}{dx}(y_0(x) + u(H, d, x))}{\sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx}(y_0(x) + u(H, d, x)) \right)^2}}; \quad (15)$$

$$\cos \alpha(H, d, x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx}(y_0(x) + u(H, d, x)) \right)^2}}. \quad (16)$$

Для нахождения функции прогиба следует решить уравнение, ранее полученное в работе [22]:

$$E \cdot J(d) \frac{d^2}{dx^2} u(H, d, x) - M_B(x) + H(y_0(x) + x \operatorname{tg} \beta + u(H, d, x)) = 0. \quad (17)$$

Расчет дифференциального уравнения (17) ведется методом последовательных приближений при заданных граничных условиях $u(H, d, 0) = 0$ и $u(H, d, l) = 0$.

Длина нити до приложения нагрузки равна длине дуги кривой, соединяющей ее опорные точки:

$$L_0 = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx} y_0(x) \right)^2} dx. \quad (18)$$

При внешнем воздействии изгибно-жесткая нить удлиняется на величину

$$\Delta L(H, d) = \frac{H}{E \cdot A(d)} \int_0^l \left[1 + \left(\frac{Q_B(x) - Q_H(H, d, x)}{H} + \operatorname{tg} \beta \right)^2 \right] dx. \quad (19)$$

Длина нити, соответствующая конечному очертанию, равна:

$$L(H, d) = \int_0^{l - \frac{2}{i}H} \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx} (y_0(x) + u(H, d, x)) \right)^2} dx, \quad (20)$$

где i – жесткость упругоподатливых опор, Н/м.

Нормальные напряжения, возникающие в волокнах, наиболее удаленных от нейтральной оси сечения, являются функцией от абсциссы длины нити и определяются по формулам [22]:

$$\sigma_{\max}(H, d, x) = \frac{T(H, d, x)}{A(d)} + \left| \frac{M_H(H, d, x)}{W(d)} \right|; \quad (21)$$

$$\sigma_{\min}(H, d, x) = \frac{T(H, d, x)}{A(d)} - \left| \frac{M_H(H, d, x)}{W(d)} \right|. \quad (22)$$

Результаты

Проведем численный эксперимент для проверки геометрических характеристик, получаемых с помощью предложенной методики моделирования, на соответствие оптимальным (наилучшим) параметрам поперечного сечения изгибно-жесткой нити, обеспечивающих минимум потенциальной энергии деформации [23]. Данный результат позволяет достичь требований по минимальному весу, исходя из ограничений по прочности и жесткости рассматриваемого элемента.

Объектом исследования будет выступать нить конечной жесткости, выполненная из стальной трубы с соотношением внутреннего диаметра к внешнему $m = 0,9$, с расчетным сопротивлением материала $R_y = 250$ МПа, с первоначальным провесом $f_0 = 1$ м в середине пролета $l = 12$ м, закрепленная на упругоподатливых опорах с жесткостью $i = 50$ МН/м, нагруженная равномерно распределенной нагрузкой $q = 200$ кН/м с абсциссой $x_n = 6$ м центра ширины $n = 6$ м зоны приложения внешней силы. Точка по длине нити, где нормальные напряжения ограничены расчетным сопротивлением материала, совпадает с максимально нагруженным сечением и расположена в середине пролета. Ограничение на прогиб отсутствует.

В ходе проведения численного эксперимента по разработанной методике при заданных ограничениях, а также физических и геометрических параметрах объекта исследования найдены внутренний и внешний диаметры стальной трубы. Их значения составили $d = 0,58$ и $D = 0,644$ м. Наряду с этим построены эпюры максимальных и минимальных нормальных напряжений, а также прогибов, представленные на рис. 2, а, 3, а и 4, а соответственно.

После этого выполним расчет рассматриваемого элемента с помощью программного комплекса ЛИРА версии 10.10 релиз 2.4, реализованного на общепризнанном методе конечных элементов. По причине того, что подобные коммерческие системы компьютерного моделирования не способны в нелинейной постановке задачи подбирать сечения с наименьшим расходом стали из указанного сортамента профилей, решим прямую задачу по определению напряжений и деформаций принятого объекта исследования с ранее найден-

ными геометрическими характеристиками поперечного сечения. В свою очередь, напряжения и деформации, полученные в результате расчета методом конечных элементов (рис. 2, б, 3, б и 4, б), будут выступать в роли критериев оценки адекватности геометрических характеристик и напряженно-деформированного состояния, найденных предложенным способом.

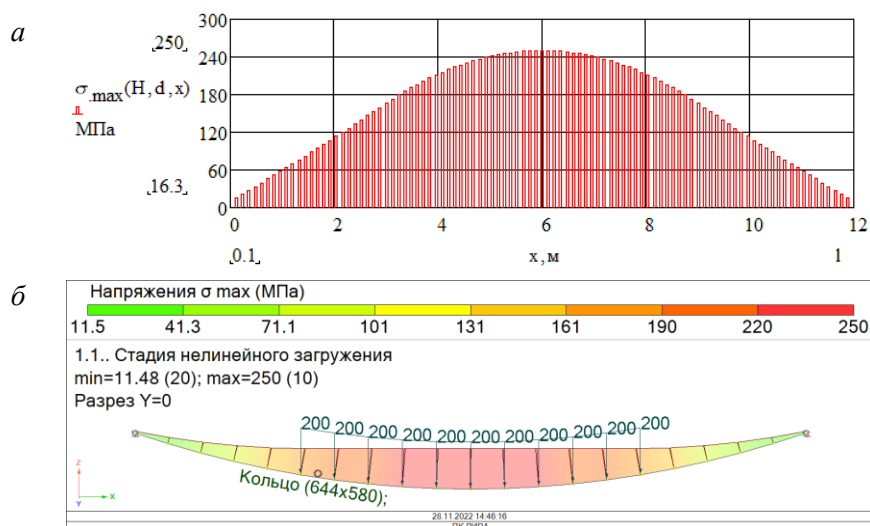


Рис. 2. Эпюра максимальных нормальных напряжений:
а – предложенная методика; б – метод конечных элементов

Fig. 2. Maximum normal stresses:
а – proposed method; б – finite element method

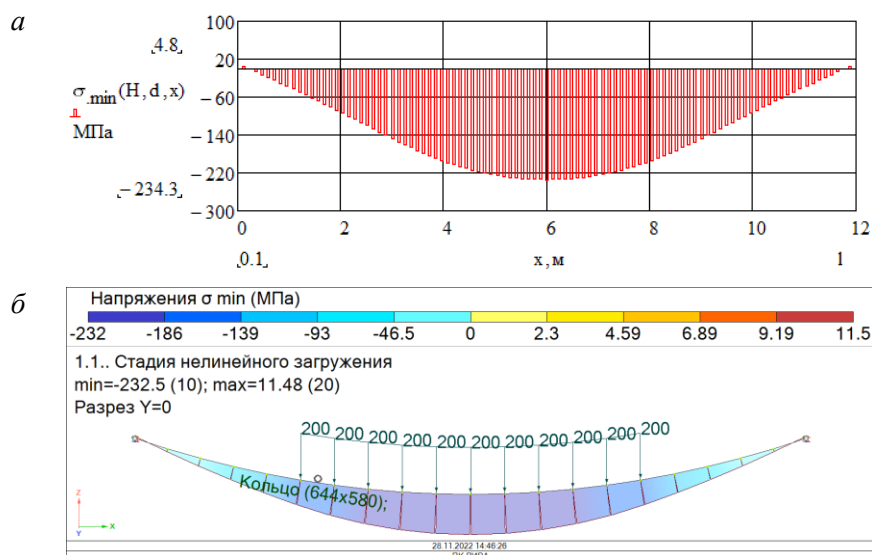
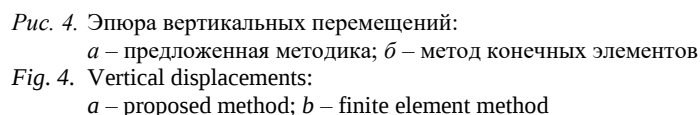


Рис. 3. Эпюра минимальных нормальных напряжений:
а – предложенная методика; б – метод конечных элементов

Fig. 3. Minimum normal stresses:
а – proposed method; б – finite element method



Принятые критерии, характеризующие адекватность геометрических характеристик поперечного сечения, полученные с помощью предложенной методики и метода конечных элементов, занесем в таблицу.

Из данных таблицы следует, что расхождения в значениях критериев, полученных предложенной технологией моделирования и общепризнанным методом конечных элементов, незначительны и находятся в рамках погрешности вычислений.

Выводы

Проведенный численный эксперимент позволяет сделать вывод о том, что представленная в настоящей работе методика дает возможность получать адекватные результаты в части оптимальных геометрических характеристик определенной формы поперечного сечения изгибно-жесткой нити, обеспечивающих минимум веса проектируемого элемента исходя из заданных ограничений по прочности и жесткости.

Задача настоящего исследования по поиску оптимальных параметров сведена к задаче нелинейного математического программирования с применением энергетического критерия. Энергетическим критерием выступало условие о достижении минимума потенциальной энергии деформации рассматриваемого элемента.

Предложенная методика дает возможность решать в геометрически нелинейной постановке обратные задачи, в их числе поиск оптимальных геометрических характеристик элементов, совмещающих работу балок и гибких нитей. Также данная методика может найти применение на стадии проектирования большепролетных покрытий общественных зданий и инженерных сооружений.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Перельмутер А.В.* Обратные задачи строительной механики // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2020. Т. 22. № 4. С. 83–101. DOI: 10.31675/1607-1859-2020-22-4-83-101. EDN: FWMJUD
2. *Тамразян А.Г., Алексейцев А.В.* Современные методы оптимизации конструктивных решений для несущих систем зданий и сооружений // Вестник МГСУ. 2020. Т. 15. № 1. С. 12–30. DOI: 10.22227/1997-0935.2020.1.12-30. EDN: WVLCDD
3. *Тарасов Д.А., Коновалов В.В., Зайцев В.Ю.* Математическое моделирование оптимизации параметров несущих элементов, выполненных из стальных канатов // Интеграл. 2012. № 6. С. 118–120. EDN: PXXREZ
4. *Tarasov D., Kononov V., Zaitsev V., Rodionov Y.* Mathematical modeling of the stress-strain state of flexible threads with regard to plastic deformations // Journal of Physics: Conference Series: 4, Tambov, 15–17 ноября 2017 г. Tambov, 2018. P. 012008. DOI: 10.1088/1742-6596/1084/1/012008. EDN: HHMMBB
5. *Eremeev P.G., Vedyakov I.I., Zvezdov A.I.* Suspension Large Span Roofs Structures in Russia // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2021. V. 17. № 2. P. 34–42. DOI: 10.22337/2587-9618-2021-17-2-34-41. EDN: NBSNNA
6. *Jiang Z., Liu X., Shi K. et al.* Catenary Equation-Based Approach for Force Finding of Cable Domes // Int J Steel Struct. 2019. № 19. P. 283–292. URL: <https://doi.org/10.1007/s13296-018-0117-8>
7. *Jia L., Zhang C., Jiang Y. et al.* Simplified Calculation Methods for Static Behaviors of Triple-Tower Suspension Bridges and Parametric Study // Int J Steel Struct. 2018. № 18. P. 685–698. URL: <https://doi.org/10.1007/s13296-018-0028-8>
8. *Song T., Wang B., Song Y.* A Simplified Calculation Method for Multi-Tower Self-Anchored Suspension Bridges Based on Frame Structure Theory Model // Int J. Steel Struct. 2022. № 22. P. 373–388. URL: <https://doi.org/10.1007/s13296-022-00581-7>

9. Ступишин Л.Ю., Мошкевич М.Л. Задача об определении «слабого звена» в конструкции на основе критерия критических уровней энергии // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2021. № 2 (746). С. 11–23. DOI: 10.32683/0536-1052-2021-746-2-11-23. EDN: GBHHBG
10. Мищенко А.В. Оптимизация структурно-неоднородных стержневых конструкций на основе энергетического критерия // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2021. № 6 (750). С. 20–32. DOI: 10.32683/0536-1052-2021-750-6-20-32. EDN: YRLKDI
11. Ступишин Л.Ю., Мошкевич М.Л. Решение задач об изгибе балки на основе вариационного критерия критических уровней энергии // Вестник МГСУ. 2021. Т. 16. № 3. С. 306–316. DOI: 10.22227/1997-0935.2021.3.306-316. EDN: NCBVQD
12. Карамышева А.А., Языев Б.М., Чепурненко А.С., Языева С.Б. Оптимизация формы ступенчато-призматической балки при изгибе // Инженерный вестник Дона. 2015. № 3 (37). С. 91. EDN: VHSBKR
13. Ступишин Л.Ю. Прогрессирующее предельное состояние конструкций на критических уровнях внутренней потенциальной энергии деформации // Вестник МГСУ. 2021. Т. 16. № 10. С. 1324–1336. DOI: 10.22227/1997-0935.2021.10.1324-1336. EDN: FWTECK
14. Мищенко А.В. Энергетическая оптимизация структурно-неоднородной двухшарнирной рамы // Строительная механика и конструкции. 2022. № 3 (34). С. 71–81. DOI: 10.36622/VSTU.2022.34.3.005. EDN: DKNRKF
15. Перельмутер А.В. Использование критерия отпорности для оценки предельного состояния конструкции // Вестник МГСУ. 2021. Т. 16. № 12. С. 1559–1566. DOI: 10.22227/1997-0935.2021.12.1559-1566. EDN: PKYMMG
16. Аверин А.Н. Расчетные модели гибких нитей // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2020. № 9 (741). С. 5–19. DOI: 10.32683/0536-1052-2020-741-9-5-19. EDN: YFKYTO
17. Коновалов В.В., Тарасов Д.А., Зайцев В.Ю., Байкин Н.В. Компьютерное моделирование определения реакций опор гибких барьеров // Известия Самарской государственной сельскохозяйственной академии. 2012. № 3. С. 72–79. EDN: OZFQBD
18. Семенов В.В., Уламбаяр Х. Расчет гибких стержней на продольно-поперечный изгиб // Известия вузов. Инвестиции. Строительство. Недвижимость. 2018. Т. 8. № 2(25). С. 148–158. EDN: XRTQRF
19. Аверин А.Н. Малые колебания жесткой нити вблизи статического положения равновесия // Строительная механика и конструкции. 2018. № 2 (17). С. 53–66. EDN: XRCLNZ
20. Agwoko M.P., Chen Z., Liu H. Experimental and Numerical Studies on Dynamic Characteristics of Long-Span Cable-Supported Pipe Systems // Int J. Steel Struct. 2021. № 21. P. 274–298. URL: <https://doi.org/10.1007/s13296-020-00438-x>
21. Liu Z., Jiang A., Shao W. et al. Artificial-Neural-Network-Based Mechanical Simulation Prediction Method for Wheel-Spoke Cable Truss Construction // Int J. Steel Struct. 2021. № 21. P. 1032–1052. URL: <https://doi.org/10.1007/s13296-021-00488-9>
22. Тарасов Д.А., Митрохина Н.Ю., Маньченкова Е.В. Алгоритм моделирования напряженно-деформированного состояния изгибно-жестких нитей // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2022. № 1 (41). С. 82–93. DOI: 10.21685/2227-8486-2022-1-9. EDN: GILUNU
23. Карпунин В.Г., Голубева Е.А. Компьютерное моделирование строительных конструкций зданий и сооружений // Архитектон: известия вузов. 2019. № 4 (68). С. 17. EDN: OQTWNE

REFERENCES

1. Perelmuter A.V. Inverse problems of structural mechanics. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture*. 2020; 22 (4): 83–101. EDN: FWMJUD (In Russian)
2. Tamrazyan A.G., Alekseytsev A.V. Modern methods of optimization of structural solutions for load-bearing systems of buildings. *Vestnik MGSU*. 2020; 15 (1): 12–30. EDN: WVLC DG (In Russian)

3. Tarasov D.A., Kononov V.V., Zaitsev V.Yu. Mathematical modeling of optimization of parameters of bearing elements made of steel ropes. *Integral*. 2012 (6): 118–120. EDN: PXKREZ (In Russian)
4. Tarasov D., Kononov V., Zaitsev V., Rodionov Y. Mathematical modeling of the stress-strain state of flexible threads with regard to plastic deformations. *Journal of Physics: Conference Series*. 2018; 012008. DOI: 10.1088/1742-6596/1084/1/012008. EDN: HHMMBB
5. Ereemeev P.G., Vedyakov I.I., Zvezdov A.I. Suspension large span roofs structures in Russia. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2021; 17 (2): 34–42. DOI: 10.22337/2587-9618-2021-17-2-34-41. EDN: NBSNNA
6. Jiang Z., Liu X., Shi K., et al. Catenary equation-based approach for force finding of cable domes. *International Journal of Steel Structures*. 2019; (19): 283–292. <https://doi.org/10.1007/s13296-018-0117-8>
7. Jia L., Zhang C., Jiang Y., et al. Simplified calculation methods for static behaviors of triple-tower suspension bridges and parametric study. *International Journal of Steel Structures*. 2018; (18): 685–698. <https://doi.org/10.1007/s13296-018-0028-8>
8. Song T., Wang B., Song Y. A simplified calculation method for multi-tower self-anchored suspension bridges based on frame structure theory model. *International Journal of Steel Structures*. 2022; (22): 373–388. <https://doi.org/10.1007/s13296-022-00581-7>
9. Stupyshin L.Yu., Moshkevich M.L. The problem of determining the "weak link" in a design based on the criterion of critical energy levels. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Stroitel'stvo*. 2021; 2(746): 11–23. EDN: GBHHBG (In Russian)
10. Myshchenko A.V. Optimization of structurally inhomogeneous rod structures based on the energy criterion. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Stroitel'stvo*. 2021; 6 (750): 20–32. EDN: YRLKDI (In Russian)
11. Stupyshin L.Yu., Moshkevich M.L. Solution of beam bending problems based on the variational criterion of critical energy levels. *Vestnik MGSU*. 2021; 16 (3): 306–316. EDN: NCBVQD (In Russian)
12. Karamysheva A.A., Yazyev B.M., Chepurnenko A.S., Yazyeva S.B. Optimization of step-prismatic beam shape at bending. *Inzhenernyi vestnik Dona*. 2015; 3 (37): 91. EDN: VHSBKR (In Russian)
13. Stupyshin L.Yu. Progressive limit state of structures at critical levels of internal potential energy of deformation. *Vestnik MGSU*. 2021; 16 (10): 1324–1336. EDN: FWTECK (In Russian)
14. Myshchenko A.V. Energy optimization of structurally inhomogeneous double-jointed frame. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii*. 2022; 3 (34): 71–81. EDN: DKNRKF (In Russian)
15. Perelmutter A.V. Repulsion criterion of structural limit state. *Vestnik MGSU*. 2021; 16 (12): 1559–1566. EDN: PKYMMG (In Russian)
16. Averin A.N. Design models of flexural threads. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Stroitel'stvo*. 2020; 9 (741): 5–19. EDN: YFKYTO (In Russian)
17. Kononov V.V., Tarasov D.A., Zaitsev V.Yu., Baikin N.V. Computer simulation of flexible barrier support reaction. *Izvestiya Samarskoi gosudarstvennoi sel'skokhozyaistvennoi akademii*. 2012; (3): 72–79. EDN: OZFQBD (In Russian)
18. Semenov V.V., Ulambayar H. Calculation of flexible rods in longitudinal-transverse bending. *Izvestiya vuzov. Investitsii. Stroitel'stvo. Nedvizhimost'*. 2018; 8 (2 (25)): 148–158. EDN: XRTQRF (In Russian)
19. Averin A.N. Small oscillations of rigid thread near a static equilibrium position. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii*. 2018; 2 (17): 53–66. EDN: XRCLNZ (In Russian)
20. Agwoko M.P., Chen Z., Liu H. Experimental and numerical studies on dynamic characteristics of long-span cable-supported pipe systems. *International Journal of Steel Structures*. 2021; (21): 274–298. <https://doi.org/10.1007/s13296-020-00438-x>
21. Liu Z., Jiang A., Shao W., et al. Artificial-neural-network-based mechanical simulation prediction method for wheel-spoke cable truss construction. *International Journal of Steel Structures*. 2021; (21): 1032–1052. <https://doi.org/10.1007/s13296-021-00488-9>
22. Tarasov D.A., Mitrokhina N.Yu., Man'chenkova E.V. Algorithm for stress-strain state modeling of bending-rigid yarns. *Modeli, sistemy, seti v ekonomike, tekhnike, prirode i obshchestve*. 2022; 1 (41): 82–93. EDN: GILUNU (In Russian)
23. Karpunin, V.G., Golubeva E.A. Computer modeling of building structures of buildings and constructions. *Arkhiton: Izvestia vuzov*. 2019; 4 (68): 17. EDN: OQTWNE (In Russian)

Сведения об авторе

Тарасов Денис Александрович, канд. техн. наук, доцент, Пензенский государственный университет, 440026, г. Пенза, ул. Красная, 40, den517375@ya.ru

Authors Details

Denis A. Tarasov, PhD, A/Professor, Penza State University, 40, Krasnaya Str., 440026, Penza, Russia, den517375@ya.ru

Статья поступила в редакцию 15.02.2023
Одобрена после рецензирования 15.06.2023
Принята к публикации 16.06.2023

Submitted for publication 15.02.2023
Approved after review 15.06.2023
Accepted for publication 16.06.2023