УДК 624.012.042.8.001.2

DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-5-81-97

О.Г. КУМПЯК, Д.Р. ГАЛЯУТДИНОВ,

Томский государственный архитектурно-строительный университет

# МЕТОД РАСЧЕТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК С РАСПОРОМ НА ПОДАТЛИВЫХ ОПОРАХ ПРИ КРАТКОВРЕМЕННОМ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ\*

Аннопиция. При проектировании железобетонных балок на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении в сооружении необходимо учитывать возникновение реакции распора. Наличие распора приводит к значительному увеличению прочности и снижению деформативности конструкций, как и при применении податливых опор за счет их энергоемкости.

Целью теоретического исследования является разработка метода расчета и изучение целесообразности применения податливых опор в распорных динамически нагруженных конструкциях.

В работе представлены результаты численного расчета железобетонных балочных конструкций с распором на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении на основе разработанного метода расчета. Рассмотрено совместное влияние податливых опор и распора на коэффициент динамичности железобетонных конструкций. Результаты теоретических исследований свидетельствуют о положительном эффекте применения податливых опор и учета реакции распора в динамически нагруженных конструкциях.

*Ключевые слова:* метод расчета, условно-упругая стадия, упругопластическая стадия, железобетонная балка, коэффициент динамичности, податливая опора, распор, кратковременная динамическая нагрузка

Для ципирования: Кумпяк О.Г., Галяутдинов Д.Р. Метод расчета железобетонных балок с распором на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2022. Т. 24. № 5. С. 81–97.

DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-5-81-97

O.G. KUMPYAK, D.R. GALYAUTDINOV, Tomsk State University of Architecture and Building

# NUMERICAL CALCULATION OF REINFORCED CONCRETE BEAMS WITH SPACING ON COMPLIANT SUPPORTS UNDER DYNAMIC LOAD

**Abstract.** In design of reinforced concrete beams on yielding supports under the dynamic load in a structure, it is necessary to consider the thrust reaction. The presence of a spacing leads to a significant increase in strength and a decrease in the structural deformability, as in the case

<sup>\*</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-31-90097.

Работа выполнена при поддержке госзадания Министерства науки и высшего образования РФ FEMN-2022-0004.

with yielding supports due to their energy intensity. The purpose of this paper is to develop the calculation method and study the feasibility of using yielding supports in the structure under the dynamic load. The paper presents the results of a numerical calculation of reinforced concrete beams with spacing on yielding supports under the dynamic load. The joint influence is considered for yielding supports and thrust on the dynamism of reinforced concrete structures. The theoretical results confirm the positive effect of using yielding supports with regard to the expansion effect in dynamically loaded structures.

*Keywords:* numerical calculation, elastic stage, elastoplastic stage, reinforced concrete beam, dynamic coefficient, yielding support, thrust, dynamic load

*For citation:* Kumpyak O.G., Galyautdinov D.R. Metod rascheta zhelezobetonnykh balok s rasporom na podatlivykh oporakh pri kratkovremennom dinamicheskom nagruzhenii [Numerical calculation of reinforced concrete beams with spacing on compliant supports under dynamic load]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2022, V. 24, No. 5, Pp. 81–97.

DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-5-81-97

Вопрос безопасности зданий и сооружений в последние десятилетия становится приоритетным в связи с террористической угрозой, а также возникновением бытовых, природных и производственных чрезвычайных ситуаций. Последствия данных ситуаций приводят к значительным материальным затратам на частичное или полное восстановление зданий или сооружений. Сооружения, проектируемые на особые динамические воздействия, часто возводятся из сборного и сборно-монолитного железобетона по рамной и рамно-связевой конструктивным схемам. На торцах изгибаемых элементов по ряду причин имеет место возникновение и развитие реакции распора вследствие ограничения горизонтального смещения.

Существующие экспериментально-теоретические исследования железобетонных конструкций на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении отражены в работах отечественных [1, 2, 9–15] и зарубежных [16–19] ученых. Применение податливых опор свидетельствует об эффективности повышения сопротивления конструкций указанным воздействиям. При этом степень снижения динамической реакции определяется упругопластическими свойствами податливой опоры и соотношением жесткостей опоры и конструкции.

Исследования, посвящённые учету реакции распора [3–8], показывают, что ограничение горизонтального смещения приводит к повышению несущей способности изгибаемых железобетонных конструкций. При однократном кратковременном динамическом нагружении действие распора на работу конструкции неоднозначно. С одной стороны, действие распора повышает несущую способность конструкции, с другой – понижается ее деформативность. Снижение деформативности отрицательно сказывается на пластических свойствах железобетонной конструкции и часто приводит к уменьшению ее динамической прочности.

Целью теоретических исследований железобетонных балок с распором на податливых опорах является разработка метода расчета в условно-упругой и пластической стадиях деформирования изгибаемых элементов, а также

оценка совместного учета вертикальной и горизонтальной податливости конструкций на опорах.

В связи с особенностью развития распора метод сводится к пошаговому расчету, благодаря чему возможно на каждом шаге учитывать влияние изменения угла поворота конструкции и изменения реакции распора в процессе деформирования. Количество шагов назначается из условия снижения погрешности между полученными расчетными значениями перемещений.

Рассматриваются однопролетные железобетонные балки с распором на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении. Динамическая нагрузка принимается равномерно распределенной по пролету. При расчете в условно-упругой и пластической областях использован приближенный метод, основанный на задании формы прогибов конструкции. Уравнение движения балки в условно-упругой и пластической стадии получаем на основе принципа возможных перемещений, т. е. из условия равенства нулю работ всех действующих сил на возможных перемещениях, т. е.  $\sum A = 0$ . При этом учитывается работа сил инерции (ma) и распора (H(t)) на соответствующих перемещениях.

Вариации прогиба ( $\delta y$ ), кривизны балки ( $\delta \chi$ ) и горизонтального смещения ( $\delta \Delta$ ) примем равными:

$$\delta y = \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right),$$

$$\delta \chi = -\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\pi^2}{l^2} \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right),$$

$$\delta \Delta = \phi \cdot z, \ \phi = \frac{dF(x)}{dx} \text{ при } x = 0,$$
(1)

где  $\phi$  — угол поворота конструкции на опоре ( x = 0 ); z — расстояние от оси, совпадающей с направлением действия распора до центра тяжести сжатой зоны бетона критического нормального сечения балки.

Величина распора  $H_{i,s}^{i}(t)$  определяется следующим выражением:

$$H_{j,s}^{i}(t) = \Delta H_{j,s}^{i}(t) / c \le H_{\text{max}},$$
 (2)

где  $\Delta H_{j,s}^i(t)$  — горизонтальное смещение на j-й стадии деформирования балки на текущем этапе расчета (s) при i-й стадии работы податливых опор во времени; c — горизонтальная податливость конструкции на опоре по направлению реакции распора;  $H_{\max}$  — максимальная величина распора, обусловленная ограничивающей конструкцией;  $j=el,\ pl$  — индекс, принимаемый в зависимости от стадии работы балки: условно-упругая (el), пластическая (pl);  $i=el,\ pl,\ h$  — индекс, принимаемый в зависимости от стадии работы податливой опоры: упругая (el), пластическая (pl), стадия отвердения (h).

Для угла поворота балки справедлива следующая зависимость:

$$\varphi_{j,s}^{i}(t) = \frac{dy_{j,s}^{i}(x,t)}{dx} \text{ при } x = 0.$$
 (3)

Для прогиба балки примем функцию перемещения в виде

$$y_{i,s}^{i}(x,t) = pF(x)T_{i,s}^{i}(t) + u_{i,s}(t),$$
 (4)

где F(x) – функция распределения перемещений, обусловленная деформированием балки;  $T^i_{j,s}(t)$  – функция динамичности;  $u_{i,s}(t)$  – функция перемещений податливых опор.

Функцию F(x) для шарнирно опертой балки, удовлетворяющую граничным условиям на концах балки, в зависимости от вида опорных соединений примем:

$$F(x) = \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right). \tag{5}$$

## Условно-упругая балка

При условно-упругом деформировании балки ( j = el ) уравнение работ действующих сил на возможных перемещениях запишется:

$$\int_{0}^{l} p(t) \delta y dx - \int_{0}^{l} M_{el,s}^{i} \delta \chi dx - 2H_{el,s}^{i}(t) \delta \Delta - \int_{0}^{l} m \left( \ddot{y}_{el,s}^{i}(x,t) \right) \delta y dx = 0.$$
 (6)

Подставив выражения (1) – (5) в (6), после преобразований получим уравнение движения балки с распором на податливых опорах в условно-упругой стадии

$$\frac{d^2}{dt^2}T_{el,s}^i(t) + \omega_{H,el}^2T_{el,s}^i(t) = \omega_1^2 p(t), \tag{7}$$

$$\text{где } \omega_{H,el} = \sqrt{\omega_1^2 + \frac{k}{1 + \frac{\pi^4}{2W_i}}} - \text{частота колебаний балки с распором; } k = \frac{4\pi^2 z^2}{cml^3} - \frac{\pi^4}{2W_i}$$

коэффициент, учитывающий податливость в горизонтальном направлении;

$$\omega_1 = \frac{\omega}{\sqrt{1 + \frac{\pi^4}{2W_i}}}$$
 — частота колебания балки на податливых опорах;  $\omega = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{B}{m}}$  —

частота колебания балки на жестких опорах; B – жесткость конструкции с учетом трещин в бетоне; m – погонная масса конструкции; p(t) закон изменения

нагрузки во времени;  $W_i = \frac{g_i l^3}{B}$  — параметр, характеризующий соотношение жесткостей балки и податливых опор;  $g_i$  — жесткость податливых опор в i -й стадии деформирования.

Изменение во времени в пределах шага расчета (s) описывается следующей зависимостью:

$$p(t) = p_1 - \frac{(p_1 - p_2)}{(t_2 - t_1)}(t - t_1) = p_1 - \Delta p(t - t_1), \tag{8}$$

где t — текущая координата времени;  $p_1$ ,  $p_2$  — значение нагрузки на рассматриваемом участке в начале и конце соответственно для расчетного шага (s);  $t_1$ ,  $t_2$  — значение времени на рассматриваемом участке в начале и конце соответственно.

Решение полученного уравнения (7) для принятого закона изменения нагрузки (8) имеет вид

$$T_{el,s}^{i}(t) = \sin(\omega_{H,el}t)A_{el,s}^{i} - \cos(\omega_{H,el}t)B_{el,s}^{i} - \frac{\omega_{1}(\Delta p(t-t_{1}) - p_{1})}{\omega_{H,el}^{2}}.$$
 (9)

Неизвестные константы  $A^i_{el,s}$  и  $B^i_{el,s}$  определяются исходя из начальных условий, т. е. равенства функции динамичности и ее первой производной значениям на предыдущем этапе расчета (s-1):  $T^i_{el,s}(t) = T^i_{el,s-1}(t)$ ,  $\dot{T}^i_{el,s}(t) = \dot{T}^i_{el,s-1}(t)$ :

$$A_{el,s}^{i} = \frac{\omega_{H,el}^{2} \dot{T}_{el,s}^{i}(t) + \omega_{1}^{2} \Delta p}{\omega_{H,el}^{3}}, \ B_{el,s}^{i} = \frac{\omega_{H,el}^{2} T_{el,s}^{i}(t) - \omega_{1}^{2} \Delta p}{\omega_{H,el}^{2}}.$$
 (10)

Время достижения максимума  $t_{\max}$  функцией динамичности  $T^i_{el,s}(t)$  определяется из выражения  $\dot{T}^i_{el,s}(t)=0$ .

Перемещения податливых опор в зависимости от стадии их деформирования для балок в условно-упругой стадии определяются выражениями:

– упругая 
$$u_{el,s}^{el}(t) = \frac{pl}{2g_{el}}T_{el,s}^{el}(t);$$

- упругопластическая

$$u_{el,s}^{pl}(t) = \frac{pl}{2g_{pl}} T_{el,s}^{pl}(t) + \left(1 - \frac{g_{el}}{g_{pl}}\right) u_{el}^{pl}(t_{SY,el});$$

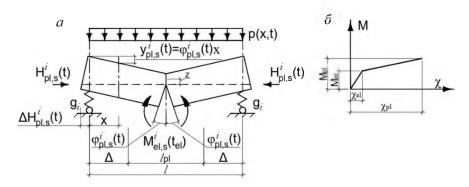
- упругопластическая с отвердением

$$u_{el,s}^{h}(t) = \frac{pl}{2g_{h}} T_{el,s}^{h}(t) + \left(1 - \frac{g_{pl} - g_{el}}{g_{h}}\right) u_{el}^{el}(t_{SY,el}) + \left(1 - \frac{g_{pl}}{g_{h}}\right) u_{el}^{pl}(t_{SY,pl}).$$

### Балка в пластической стадии

Деформирование балки в пластической стадии происходит при достижении напряжениями в арматуре предела текучести (физического или условного) и сопровождается резким снижением жесткости конструкции. Условие перехода балки в пластическую стадию имеет вид  $M>M_{el}=M_{el,s}^i(t_{el})$ , где  $M_{el}$  — изгибающий момент, соответствующий концу условно-упругой стадии;  $t_{el}$  — время конца условно-упругой стадии деформирования балки.

При расчете балки в пластической стадии применяется метод стационарных пластических зон, когда пластические деформации считаются развивающимися в пределах постоянной длины  $l_{pl}$  (рис. 1,a). Участки балки  $\Delta$ , примыкающие к пластической зоне  $l_{pl}$ , считаются жесткими дисками.



 $Puc.\ 1.$  Расчетная схема упругопластической балки с распором на податливых опорах (a) и диаграмма деформирования балки  $(\delta)$ 

При пластическом деформировании балки ( j=pl ) справедливо выражение  $M^i_{pl,s}=M_{el}+B_{pl}(\chi-\chi_{el})$ , и уравнение движения балки примет вид:

$$\int_{0}^{l} p(t)\delta y dx - \int_{0}^{l-\Delta} M_{pl,s}^{i} \delta \chi dx - 2H_{pl,s}^{i}(t)\delta \Delta - \int_{0}^{l} m(\ddot{y}_{pl,s}^{i}(x,t)) \delta y dx = 0.$$
 (11)

После преобразований с учетом выражений (1) – (5) получим уравнение движения железобетонной балки с распором в пластической стадии на податливых опорах:

$$\frac{d^{2}}{dt^{2}}T_{pl,s}^{i}(t) + \omega_{H,pl}^{2}T_{pl,s}^{i}(t) = \omega_{3}^{2}(p(t) - k_{M1}), \tag{12}$$
 где  $\omega_{H,pl} = \sqrt{\omega_{4}^{2} + \frac{k}{1 + \frac{\pi^{4}}{2}\frac{\beta_{2}}{W_{i}}}}$ ;  $\omega_{3} = \frac{\omega}{\sqrt{1 + \frac{\pi^{4}}{2}\frac{\beta_{2}}{W_{i}}}}$ ;  $\omega_{4} = \frac{\omega_{2}}{\sqrt{1 + \frac{\pi^{4}}{2}\frac{\beta_{2}}{W_{i}}}}$ ;  $\beta_{2} = \frac{\omega_{2}^{2}}{\omega^{2}}$ ; 
$$\omega_{2} = \frac{\pi^{2}}{l^{2}}\sqrt{\frac{B_{pl}}{m}\left(1 - \frac{2\Delta}{l} + \frac{1}{\pi}\sin\left(\frac{2\pi\Delta}{l}\right)\right)}$$
;  $k_{M1} = \frac{\pi^{2}}{pl^{2}}M_{el}\left(1 - \frac{B_{pl}}{B_{el}}\right)\cos\left(\frac{\pi\Delta}{l}\right)$ .

Решение полученного уравнения (12) для принятого закона изменения нагрузки  $p(t) = p_1 - \Delta p(t_2 - t_1)$  имеет вид

$$T_{pl,s}^{i}(t) = \sin(\omega_{H,pl}t)A_{pl,s}^{i} - \cos(\omega_{H,pl}t)B_{pl,s}^{i} - \frac{\omega_{1}(\Delta p(t-t_{1}) - p_{1} - k_{M1})}{\omega_{H,pl}^{2}}.$$
 (13)

Неизвестные константы  $A^i_{pl,s}$  и  $B^i_{pl,s}$  определяются исходя из начальных условий, т. е. равенства функции динамичности и ее первой производной значениям на предыдущем этапе расчета (s-1):  $T^i_{pl,s}(t) = T^i_{pl,s-1}(t)$ ,  $\dot{T}^i_{pl,s}(t) = \dot{T}^i_{pl,s-1}(t)$ :

$$A_{pl,s}^{i} = \frac{\omega_{H,pl}^{2} \dot{T}_{pl,s}^{i}(t) + \omega_{3}^{2} \Delta p}{\omega_{H,pl}^{3}}, \ B_{pl,s}^{i} = \frac{\omega_{H,pl}^{2} T_{pl,s}^{i}(t) - \omega_{3}^{2}(p_{1} + k_{M1})}{\omega_{H,pl}^{2}}.$$
(14)

Время достижения максимума  $t_{\max}$  функцией динамичности  $T^i_{pl,s}(t)$ определяется из выражения  $\dot{T}^{i}_{pl,s}(t) = 0$ .

Перемещения податливых опор в зависимости от стадии их деформирования для балок в пластической стадии определяются выражениями:

- упругая 
$$u_{pl,s}^{el}(t) = \frac{pl}{2g_{el}}(\beta_2 T_{pl,s}^{el}(t) + k_{M1});$$

- упругопластическая

$$u_{pl,s}^{pl}(t) = \frac{pl}{2g_{pl}} \left( \beta_2 T_{pl,s}^{el}(t) + k_{M1} + u_{pl}^{pl}(t_{SY,el}) \left( 1 - \frac{g_{el}}{g_{pl}} \right) \right);$$

- упругопластическая с отвердением

$$u_{el,s}^{h}(t) = \frac{pl}{2g_{h}} \left( \beta_{2} T_{pl,s}^{h}(t) + k_{M1} + u_{pl}^{pl}(t_{SY,pl}) \left( 1 - \frac{g_{pl}}{g_{h}} \right) \right).$$

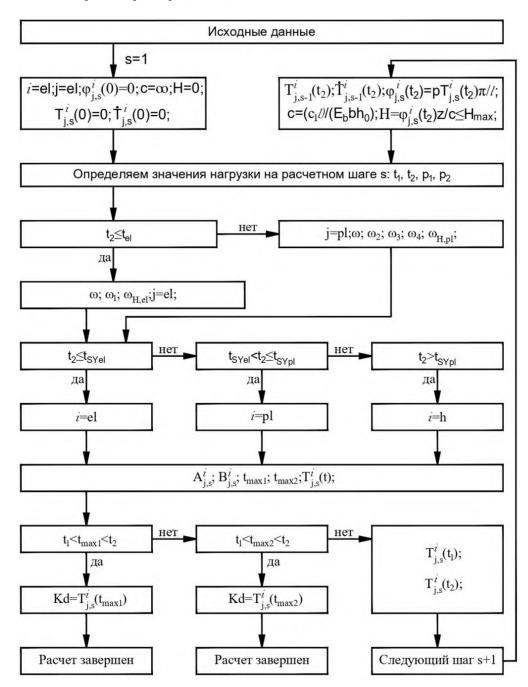
Для реализации метода расчета железобетонных балок с распором при кратковременном динамическом нагружении на податливых опорах разработан алгоритм (рис. 2), реализованный на языке программирования Maple. Алгоритм позволяет вычислить функцию и коэффициент динамичности при любой произвольной кратковременной динамической нагрузке, представленной кусочно-линейной аппроксимацией (рис. 3).

Первоначально задаются исходные данные, которые включают в себя: геометрию и армирование железобетонных балок; физико-механические характеристики арматуры, бетона, податливых опор; податливость распорной конструкции; параметры кратковременной динамической нагрузки и частоту разбивки как на этапе действия нагрузки (p > 0), так и при ее отсутствии (p = 0).

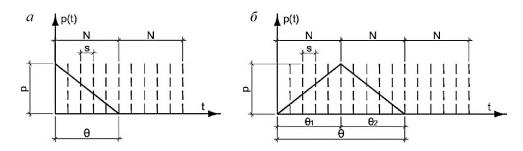
Алгоритм представляет собой циклический метод расчета железобетонных балок с распором на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении до момента достижения максимума функцией динамичности, т. е. получения коэффициента динамичности  $k_d = T_{i.s}^i(t_{\text{max}})$ . В пределах цикла счета определяется функция динамичности железобетонной балки на податливых опорах с учетом изменения величины реакции распора вследствие поворота балки на опорах.

Результатом вычисления являются прогибы, внутренние усилия, величина коэффициента динамичности  $k_d = T_{i,s}^i(t_{\max})$ , а также и массив данных, представляющих функцию динамичности  $T_{i,s}^{i}(t)$  во времени, импортированную в таблично-графическую среду MS Excel. Разработанный метод позволяет рассчитывать железобетонные балки на податливых опорах с распором при кратковременном динамическом нагружении, также балки на жестких опорах

без распора ( $W_i=\infty,c=\infty$ ), на жестких опорах с распором ( $W_i=\infty$ ), на податливых опорах без распора ( $c=\infty$ ).



Puc. 2. Блок-схема алгоритма расчета железобетонных балок с распором на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении



 $Puc.\ 3.$  Схема представления расчетного закона для кратковременной динамической нагрузки: мгновенно нарастающая с убыванием по линейному закону (a); постепенно нарастающая  $(\delta)$ 

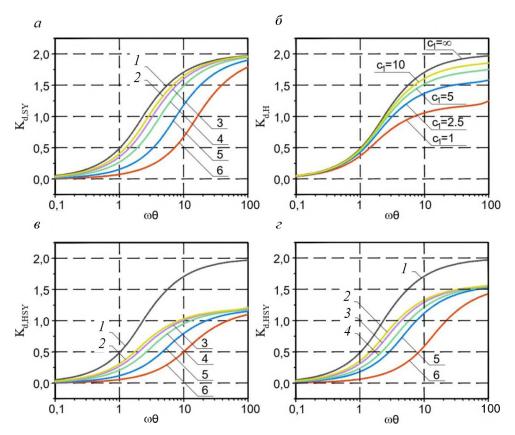
С целью оценки влияния распора на прочность железобетонных балок как на жестких, так и на податливых опорах i=el при кратковременном динамическом нагружении, проведены численные исследования с использованием разработанного метода расчета. Деформирование железобетонных балок рассмотрено в условно-упругой ( j=el ) и упругопластической ( j=el...pl ) стадиях.

При условно-упругом деформировании основным параметром является максимальное значение функции динамичности T(t), т. е. коэффициент динамичности ( $k_d$  — на жестких опорах;  $k_{d,H}$  — на жестких опорах с распором;  $k_{d,SY}$  — на податливых опорах с распором).

Оценка распора выполнялась по величине  $c_1$ , которая физически является соотношением продольной жесткости балки к жесткости конструкции, препятствующей горизонтальному смещению, и определяется зависимостью  $c_1 = cE_b bh_0 / l$ .

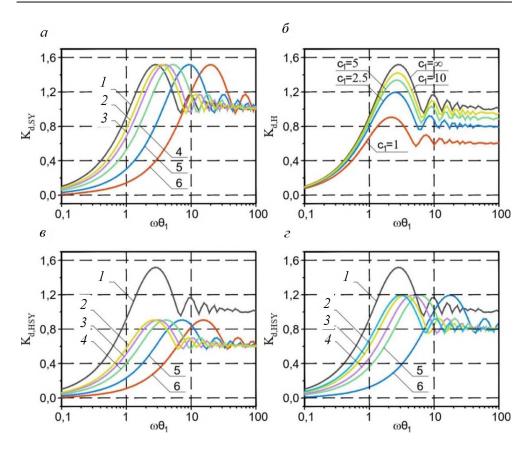
При действии мгновенно нарастающей нагрузки снижение  $\omega\theta$  приводит к уменьшению коэффициента динамичности  $k_d$  (рис. 4). Эффективность реакции распора ( $c_1$ ) для балок на жестких опорах (рис. 4,  $\delta$ ) возрастает с увеличением  $\omega\theta$ . Максимально возможное снижение  $k_{d,H}$  на 40 % – при  $c_1$  =1. С увеличением коэффициента  $c_1$  эффективность снижается, так при  $c_1$  =10 происходит максимальное снижение коэффициента динамичности  $k_{d,H}$  на 7 %. Применение податливых опор при  $W_{el}$  =1–100, в свою очередь, приводит к снижению коэффициента динамичности как для балок с распором ( $k_{d,HSY}$ ), так и без распора ( $k_{d,SY}$ ), стоит отметить, что максимальное снижение наблюдается при минимальном значении  $\omega\theta$ .

При действии постепенно нарастающей нагрузки (рис. 5) коэффициент динамичности как для балок с распором  $k_{d,H}$ , так и без распора  $k_d$  (рис. 5, a – линия l;  $\delta-c_1=\infty$ ) принимает предельные значения в интервале  $\omega\theta_1=0$ –5. Наличие распора ( $c_1=1$ ) приводит к снижению максимального значения  $k_{d,H}$  до 0,9, что ниже на 40 % по отношению к балке на жестких опорах.



 $Puc.\ 4.$  Коэффициент динамичности условно-упругой балки для мгновенно нарастающей нагрузки на податливых опорах  $k_{d,SY}\ (a)\ [2];$  на жестких опорах с распором  $K_{d,HSY}\ (6);$  на податливых опорах с распором  $K_{d,HSY}\$ при  $c_1=1\ (6);$  на податливых опорах с распором  $K_{d,HSY}\$ при  $c_1=2,5\ (2);$  жесткие опоры (1); податливые опоры  $W_{el}=100\ (2);$  податливые опоры  $W_{el}=50\ (3);$  податливые опоры  $W_{el}=20\ (4);$  податливые опоры  $W_{el}=100\ (6);$  податливые опоры  $W_{el}=100\ (6);$  податливые опоры  $W_{el}=100\ (6);$  податливые опоры  $W_{el}=100\ (6);$ 

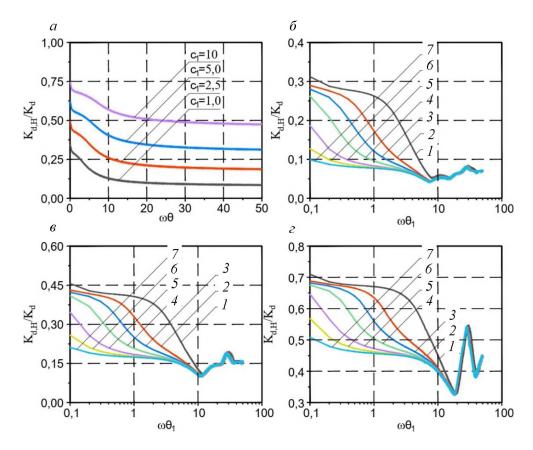
Применение податливых опор постоянной жесткости ( $W_{el}$ ) приводит к снижению коэффициента динамичности не на всем диапазоне, т. к. происходит расширение интервала предельных значений для балок в условно-упругой стадии на жестких опорах с распором и без него (рис. 5). Из графика видно, что при  $\omega\theta_1=5$  наблюдается снижение коэффициента динамичности  $k_{d,SY}$  на податливых опорах ( $W_{el}=1$ ) на 85 %. В то же время при  $\omega\theta_1>20$  происходит увеличение  $k_{d,SY}$  на 50 %. При учете реакции распора ( $c_1=1$ ) и использовании податливых опор  $W_{el}=1$  снижение коэффициента динамичности  $k_{d,HSY}$  наблюдается на всем диапазоне  $\omega\theta_1$  относительно балок на жестких опорах. Эффективность совместного влияния вертикальной и горизонтальной податливости увеличивается с возрастанием  $\omega\theta_1$ .



Puc. 5. Коэффициент динамичности условно-упругой балки для постепенно нарастающей нагрузки на податливых опорах  $k_{d,SY}$  (a) [2]; на жестких опорах с распором  $K_{d,HSY}$  при  $c_1$  = 1 (a); на податливых опорах с распором  $K_{d,HSY}$  при  $c_1$  = 1 (a); на податливых опорах с распором  $K_{d,HSY}$  при  $c_1$  = 2,5 (a): жесткие опоры (a); податливые опоры a0 (a2); податливые опоры a0 (a3); податливые опоры a0 (a4); податливые опоры a0 (a4); податливые опоры a0 (a4); податливые опоры a0 (a5); податливые опоры a0 (a6); податливые опоры a0 (a7); податливые опоры a1 (a8); податливые опоры a2 (a9); податливые опоры a3 (a9); податливые опоры a4 (a9); податливые опоры a5 (a9); податливые опоры a6 (a9); податливые опоры a8 (a9); податливые опоры a9); податливые опоры a

Так как максимальная эффективность от снижения жесткости податливых опор достигается при минимальном  $\omega\theta$ , а наличие распора при максимальном  $\omega\theta(\omega\theta_1)$ , то данный факт должен учитываться при проектировании. Стоит отметить, что при рациональном подходе совместный учет реакции распора  $(c_1)$  и применения податливых опор  $(W_{el})$  позволяет значительно снизить коэффициент динамичности для балок в условно-упругой стадии и при этом получить высокую эффективность от обоих факторов.

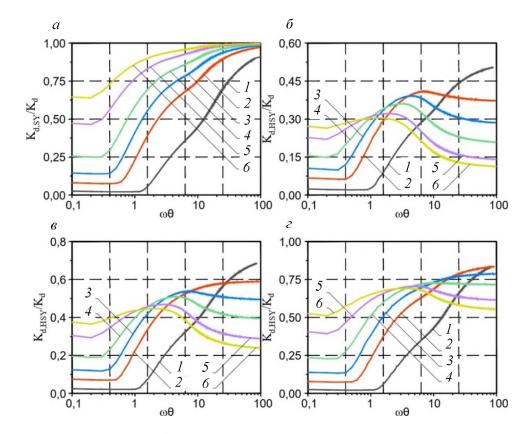
При упругопластической работе балок с распором на жестких опорах оценка производилась по отношению  $k_{d,H}$  / $k_d$  (рис. 6), на податливых опорах  $k_{d,HSY}$  / $k_d$  (рис. 7) при действии мгновенно и постепенно нарастающих кратковременных динамических нагрузок.



Puc.~6.~ Изменение  $~k_{d,H}~/~k_d~$  зависимости от  $~t_{el}~/~t_{\rm max}~$  для упругопластических железобетонных балок с распором (  $~c_1=1-10~$ ) под действием мгновенно нарастающей нагрузки (a) и постепенно нарастающей нагрузки при  $~c_1=1~$  ( $\delta$ );  $~c_1=2,5$  (s);  $~c_1=10~$  (s):  $~\theta_2~/\theta_1=1~$  (I);  $~\theta_2~/\theta_1=5~$  (I);  $~\theta_2~/\theta_1=10~$  (I);  $~\theta_2~/\theta$ 

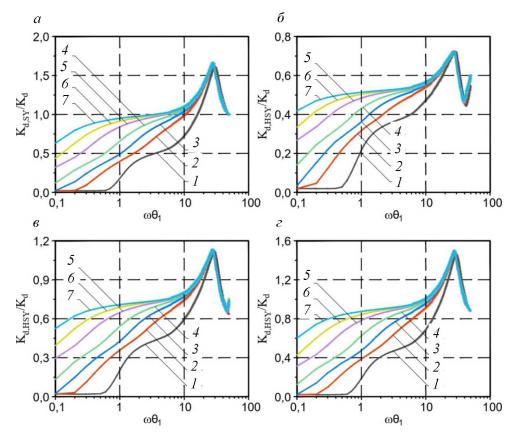
Учет реакции распора в железобетонных балках приводит к значительному снижению коэффициента динамичности  $k_{d,H}$ , а именно положительному влиянию на всем диапазоне  $\omega\theta(\omega\theta_1)$  как при мгновенно, так и постепенно нарастающих кратковременных динамических нагрузках. При упругопластическом деформировании балки эффективность распора выше, чем при условно-упругом (рис. 4, 5), что объясняется спецификой развития реакции распора за счет увеличения деформирования балки в пластической по сравнению с условно-упругой стадией. Максимальная эффективность распора достигается при  $\omega\theta > 10$ . С ростом отношения  $\theta_2/\theta_1$  увеличивается коэффициент динамичности  $k_{d,H}$  при равных соотношениях жесткости балки и опорного сечения ( $c_1$ ). Наличие упругих податливых опор при упругопластическом деформировании балки без распора при постепенно нарастающей нагрузке (рис. 8) может носить как

положительный эффект ( $k_{d_*SY}$  /  $k_d$  <1), так и отрицательный ( $k_{d_*SY}$  /  $k_d$  >1), при мгновенно нарастающей положительный (рис. 7) эффект наблюдается на всем диапазоне  $\omega\theta$ . При совместном учете реакции распора ( $c_1$  =1) и упругой податливости опор ( $W_{el}$ ) в диапазоне  $\omega\theta(\omega\theta_1)$  =1–100 проявляется только положительный эффект. Со снижением влияния распора ( $c_1 \to \infty$ ) развивается область отрицательного влияния, т. е. рост коэффициента динамичности  $k_{d,HSY}$  на податливых опорах с распором относительно коэффициента динамичности на жестких опорах  $k_d$ .



Puc. 7. Изменение  $k_{d_1H}$  /  $k_d$  зависимости от  $t_{el}$  /  $t_{\max}$  железобетонных балок с распором (  $c_1$  = 1–10 ) под действием мгновенно нарастающей нагрузки при  $c_1$  =  $\infty$  (a); при  $c_1$  = 1 ( $\delta$ );  $c_1$  = 2,5 (a);  $c_1$  = 1(a):  $c_1$  = 1 (a):  $c_2$  /  $c_3$  = 10 (a);  $c_4$  = 10 (a);  $c_4$  = 10 (a);  $c_5$  /  $c_6$  = 10 (a);  $c_6$  /  $c_7$  = 100 (a);  $c_7$  /  $c_8$  /  $c_9$  /  $c_9$  /  $c_9$  = 100 (a);  $c_9$  /  $c_9$  /  $c_9$  = 100 (a);  $c_9$  /  $c_9$  /  $c_9$  = 100 (a);  $c_9$  /  $c_9$  = 100 (a);  $c_9$  /  $c_9$  /  $c_9$  = 100 (a);  $c_9$  /  $c_9$  /  $c_9$  /  $c_9$  = 100 (a);  $c_9$  /  $c_9$  /  $c_9$  /  $c_9$  /  $c_9$  = 100 (a);  $c_9$  /  $c_$ 

Таким образом, разработан метод расчета железобетонных балок с распором на податливых опорах, деформируемых в упругой стадии, упругопластической и стадии отвердения при кратковременном динамическом нагружении. Метод расчета реализован в программном пакете Maple.



Puc.~8. Изменение  $k_{d_2H}$  /  $k_d$  зависимости от  $t_{el}$  /  $t_{\max}$  железобетонных балок с распором (  $c_1$  = 1–10 ) под действием постепенно нарастающей нагрузки при  $c_1$  =  $\infty$  (a); при  $c_1$  = 1 (a);  $c_1$  = 2,5(a);  $c_1$  = 1 (a):  $c_1$  = 1 (a):  $c_2$  /  $c_1$  = 10 (a);  $c_2$  /  $c_1$  = 20 (a);  $c_2$  /  $c_1$  = 50 (a);  $c_2$  /  $c_1$  = 100 (a):

Выполнен анализ влияния распора на прочность и деформативность железобетонных балок на податливых и жестких опорах при мгновенно и постепенно 
нарастающих динамических нагрузках. Показано, что реакция распора оказывает значительное влияние на железобетонные балки на жестких опорах. Установлено снижение коэффициента динамичности как при условно-упругом, так и пластическом деформировании конструкции с распором. Максимальное снижение коэффициента динамичности наблюдается при пластическом деформировании балки. Установлено, что эффективность распора увеличивается с ростом  $\omega\theta$ , а эффективность податливых опор, наоборот, уменьшается, что необходимо учитывать при расчете и проектировании железобетонных балок с распором на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Абдуль-Рахман* А.С. Повышение несущей способности железобетонных конструкций при взрывных воздействиях: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Москва, 1995. 207 с.

- Галяутдинов З.Р., Кумпяк О.Г. Расчет железобетонных балок на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении // Строительная механика и расчет сооружений. 2019. № 4. С. 63–70.
- 3. Виноградова Т.Н. Влияние распора на работу железобетонных балочных конструкций при кратковременных динамических воздействиях: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Москва, 1977. 155 с.
- 4. Гвоздев А.А., Дмитриев С.А., Крылов С.М. Новое о прочности железобетона. Москва: Стройиздат, 1976. 272 с.
- Кумпяк О.Г., Галяутдинов З.Р. Экспериментальные исследования опертых по контуру железобетонных плит с распором // Вестник Томского государственного архитектурностроительного университета. 2015. № 3. С. 113–120.
- 6. *Попов Н.Н., Расторгуев Б.С.* Расчет железобетонных конструкций на действие кратковременных динамических нагрузок. Москва: Стройиздат, 1964. 151 с.
- Тихонов И.Н. Принципы расчета прочности и конструирования армирования балок перекрытий зданий из монолитного железобетона для предотвращения прогрессирующего разрушения // Жилищное строительство: научно-технический и производственный журнал. 2013. № 2. С. 40–45.
- 8. *Кумпяк О.Г., Галяутдинов Д.Р.* Экспериментальные исследования железобетонных балок с распором на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2021. Т. 23. № 6. С. 143–156. URL: https://doi.org/10.31675/1607-1859-2021-23-6-143-156
- 9. *Кумпяк О.Г.*, *Галяутдинов З.Р.*, *Кокорин Д.Н.* Прочность и деформативность железобетонных конструкций на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении. Томск: Изд-во ТГАСУ, 2016. 270 с.
- Кумпяк О.Г., Мещеулов Н.В., Люлевич Я.С. Динамическая прочность и деформативность наклонных сечений сжато-изгибаемых железобетонных конструкций на податливых опорах // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2016. № 6. С. 150–159.
- 11. Kumpyak O.G., Galyautdinov Z.R., Galyautdinov D.R. Experimental study of beams on yielding supports with thrust // MATEC Web of Conferences. 2018. V. 143. DOI: 10.1051/1.4973016
- 12. Chiaia B., Kumpyak O., Placidi L., Maksimov V. Experimental analysis and modeling of two-way reinforced concrete slabs over different kinds of yielding supports under short-term dynamic loading // Engineering Structures. 2015. № 96. P. 88–99.
- 13. Кумпяк О.Г., Мещеулов Н.В. Численное моделирование податливых опор в виде труб кольцевого сечения при статическом и кратковременном динамическом нагружении // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2017. № 5. С. 121–134.
- 14. *Kezmane A.*, *Chiaia B.*, *Kumpyak O.*, *Maksimov V.*, *Placidi L.* 3D modelling of reinforced concrete slab with yielding supports subject to impact load // European Journal of Environmental and Civil engineering. 2016. V. 21. P. 988–1025. DOI: 10.1080/19648189.2016.1194330
- 15. *Kumpyak O.G., Mesheulov N.V.* Numerical simulation of yielding supports the shape of annular tubes under static and short-term dynamic loadings // International Journal for computational Civil and Structural Engineering. 2017. V. 13. № 4. P. 103–113.
- 16. Elfetori F.A. Experimental Testing of Composite Tubes with Different Corrugation Profile Subjected to Lateral Compression Load // World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Mechanical, Industrial Science and Engineering. 2013. V. 7. № 2.
- Fan Z., Shen J., Lu G. Investigation of Lateral Crushing of Sandwich Tubes // The Twelfth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction Procedia Engineering. 2011. V. 14. P. 442–449.
- 18. Lion K.H., Amir R.A.G., Prasetyo E., Khairi Y. Impact Energy Absorption of Concentric Circular Tubes // Wseas transactions on applied and theoretical mechanics. 2009. V. 4. № 3.
- Lipa S., Kotelko M. Lateral impact of tubular structure theoretical and experimental analysis. Part 1 – Investigation of single tube // Journal of theoretical and applied machanics. 2013. V. 51. № 4. P. 873–882.

#### REFERENCES

- Abdul'-Rakhman A.S. Povysheniye nesushchey sposobnosti zhelezobetonnykh konstruktsiy pri vzryvnykh vozdeystviyakh: Dissertatsiya na soiskaniye uchenoy stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk [Bearing capacity improvement of reinforced concrete structures under explosive impacts. PhD Thesis]. Moscow, 1995. 207 p. (rus)
- Galyautdinov Z.R., Kumpyak O.G. Raschet zhelezobetonnykh balok na podatlivykh oporakh pri kratkovremennom dinamicheskom nagruzhenii [Numerical calculation of reinforced concrete beams on compliant supports under dynamic loading]. Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy. 2019. No. 4. Pp. 63–70. (rus)
- 3. *Vinogradova T.N.* Vliyaniye raspora na rabotu zhelezobetonnykh balochnykh konstruktsiy pri kratkovremennykh dinamicheskikh vozdeystviyakh. Dissertatsiya na soiskaniye uchenoy stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk [Influence of spacing on the performance of reinforced concrete beam structures under dynamic load. PhD Thesis]. Moscow, 1977. 155 p. (rus)
- 4. *Gvozdev A.A. Dmitriyev S.A., Krylov S.M.* Novoye o prochnosti zhelezobetona [New about reinforced concrete strength]. Moscow: Stroyizdat, 1976. 272 p. (rus)
- Kumpyak O.G., Galyautdinov Z.R. Eksperimental'nye issledovaniya opertykh po konturu zhelezobetonnykh plit s rasporom [Experimental research of reinforced concrete edge supported slabs with spacers]. Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building. 2015. No. 3. Pp. 113–120. (rus)
- Popov N.N., Rastorguyev B.S. Raschet zhelezobetonnykh konstruktsiy na deystviye kratkovremennykh dinamicheskikh nagruzok [Dynamic load analysis of reinforced concrete structures]. Moscow: Stroyizdat, 1964. 151 p. (rus)
- 7. *Tikhonov I.N.* Printsipy rascheta prochnosti i konstruirovaniya armirovaniya balok perekrytiy zdaniy iz monolitnogo zhelezobetona dlya predotvrashcheniya progressiruyushchego razrusheniya [Strength analysis and design of building slab beam reinforcement made of monolithic reinforced concrete to prevent progressive fracture]. *Zhilishchnoe stroitel'stvo.* 2013. No. 2. Pp. 40–45. (rus)
- 8. Kumpyak O.G., Galyautdinov D.R. Eksperimental'nye issledovaniya zhelezobetonnykh balok s rasporom na podatlivykh oporakh pri kratkovremennom dinamicheskom nagruzhenii [Reinforced concrete beams on yielding supports with thrust under dynamic load]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta Journal of Construction and Architecture. 2021. V. 23. No. 6. Pp. 143–156. (rus)
- 9. *Kumpyak O.G., Galyautdinov Z.R., Kokorin D.N.* Prochnost' i deformativnost' zhelezobetonnyh konstrukcij na podatlivyh oporah pri kratkovremennom dinamicheskom nagruzhenii [Strength and deformability of reinforced concrete structures on yielding supports under dynamic load]. Tomsk: TSUAB, 2016. 270 p. (rus)
- 10. Kumpyak O.G., Meshcheulov N.V., Lyulevich Y.S. Dinamicheskaya prochnost' i deformativnost' naklonnykh sechenii szhato-izgibaemykh zhelezobetonnykh konstruktsii na podatlivykh oporakh [Dynamic strength and deformability of oblique planes in compressed and bended yielding supports]. Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building. 2016. No. 6. Pp. 150–159. (rus)
- 11. Kumpyak O.G., Galyautdinov Z.R., Galyautdinov D.R. Experimental study of beams on yielding supports with thrust. MATEC Web of Conferences. 2018. V. 143. DOI: 10.1051/1.4973016
- Chiaia B., Kumpyak O., Placidi L., Maksimov V. Experimental analysis and modeling of twoway reinforced concrete slabs over different kinds of yielding supports under short-term dynamic loading. Engineering Structures. 2015. No. 96. Pp. 88–99.
- 13. *Kumpyak O.G., Meshcheulov N.V.* Chislemnoye modelirovaniye podatlivykh opor v vide trub kol¹tsevogo secheniya pri staticheskom i kratkovremennom dinamicheskom nagruzhenii [Numerical simulation of yielding supports in the form of annular tubes under static and dynamic loads]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building.* 2017. No. 5. Pp. 121–134. (rus)
- Kezmane A., Chiaia B., Kumpyak O., Maksimov V., Placidi L. 3D modelling of reinforced concrete slab with yielding supports subject to impact load. European Journal of Environmental and Civil Engineering. 2016. V. 21. Pp. 988–1025. DOI: 10.1080/19648189.2016.1194330

- Kumpyak O.G., Mesheulov N.V. Numerical simulation of yielding supports the shape of annular tubes under static and short-term dynamic loadings. International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2017. V. 13. No. 4. Pp. 103–113.
- Elfetori F.A. Experimental testing of composite tubes with different corrugation profile subjected to lateral compression load. World Academy of Science, Engineering and Technology.
   International Journal of Mechanical, Industrial Science and Engineering. 2013. V. 7. No. 2.
- Fan Z., Shen J., Lu G. Investigation of lateral crushing of sandwich tubes. In: Proc. 12th East Asia-Pacific Conf. 'Structural Engineering and Construction Procedia Engineering'. 2011. V. 14. Pp. 442–449.
- 18. Lion K.H., Amir R.A.G., Prasetyo E., Khairi Y. Impact energy absorption of concentric circular tubes. WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics. 2009. V. 4. No. 3.
- Lipa S., Kotelko M. Lateral impact of tubular structure theoretical and experimental analysis. Part 1 – Investigation of single tube. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. 2013. V. 51. No. 4. Pp. 873–882.

### Сведения об авторах

*Кумпяк Олег Григорьевич*, докт. техн. наук, профессор, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, ogkumpyak@yandex.ru

*Галяутдинов Дауд Рашидович*, ассистент, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, gazr@yandex.ru

#### **Authors Details**

Oleg G. Kumpyak, DSc, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanaya Sq., 634003, Tomsk, Russia, ogkumpyak@yandex.ru

Daud R. Galyautdinov, Assistant Lecturer, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanaya Sq., 634003, Tomsk, Russia, gazr@yandex.ru