

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ, ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ

УДК 624.045.04

DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-5-70-80

Г.И. ГРЕБЕНЮК¹, В.И. МАКСАК¹, М.С. ВЕШКИН²,

¹Томский государственный архитектурно-строительный университет,

*²Новосибирский государственный
архитектурно-строительный университет (Сибстрин)*

ДВУХЭТАПНЫЙ ПРОЦЕСС ОПТИМИЗАЦИИ УПРУГИХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ И ВАРЬИРОВАНИИ ПАРАМЕТРОВ СЕЧЕНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ И ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ УЗЛОВЫХ МАСС

Аннотация. Рассмотрена задача оптимизации упругих стержневых систем при импульсном нагружении в случае, когда вектор варьируемых параметров состоит из двух групп: группы геометрических параметров сечений элементов и группы дополнительных узловых масс. Для увеличения скорости сходимости предложен двухэтапный итерационный процесс оптимизации, где на каждой итерации решались две самостоятельные задачи оптимизации с различными целевыми функциями.

В качестве примера реализации предложенного двухэтапного процесса рассмотрена задача оптимизации пятиэтажной двухпролетной стальной рамы при действии кратковременной импульсной и статической нагрузок. Результаты решения поставленной задачи свидетельствуют об эффективности использования предложенного двухэтапного процесса оптимизации, а также дополнительных узловых масс в качестве варьируемых параметров.

Ключевые слова: стержневые системы, импульсные нагрузки, расчет, оптимизация, варьируемые параметры, методы поиска, оптимальное решение

Для цитирования: Гребенюк Г.И., Максак В.И., Вешкин М.С. Двухэтапный процесс оптимизации упругих стержневых систем при импульсом нагружении и варьировании параметров сечений элементов и дополнительных узловых масс // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2022. Т. 24. № 5. С. 70–80.

DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-5-70-80

G.I. GREBENYUK, V.I. MAKSAK, M.S. VESHKIN,

¹Tomsk State University of Architecture and Building,

²Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering

TWO-STAGE OPTIMIZATION OF ELASTIC ROD SYSTEMS UNDER PULSE LOADING, VARIABLE PARAMETERS OF ELEMENT SECTIONS AND ADDITIONAL NODAL MASSES

Abstract. Optimization of elastic rod systems under pulsive loading is considered for the case when the vector of variable parameters consists of two groups: geometrical parameters of sections of elements and additional nodal masses. A two-stage iterative optimization process is proposed to increase the convergence rate, including two independent optimization problems with different objective functions solved for each iteration.

Optimization of a five-storey two-span steel frame under the pulse and static loads is implemented in the proposed two-stage process. The obtained results show the effectiveness of using the proposed two-stage optimization and additional nodal masses as variable parameters.

Keywords: rod system, pulse loading, calculation, optimization, variable parameters, search methods, optimal solution

For citation: Grebenyuk G.I., Maksak V.I., Veshkin M.S. Dvukhetapnyi protsess optimizatsii uprugikh stержnevyykh sistem pri impul'som nagruzhennii i var'irovani parametrov sechenii elementov i dopolnitel'nykh uzlovykh mass [Two-stage optimization of elastic rod systems under pulse loading, variable parameters of element sections and additional nodal masses]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2022. V. 24. No. 5. Pp. 70–80.

DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-5-70-80

Введение

Динамические нагрузки, различающиеся характером изменения их во времени (гармонические, периодические, импульсные, произвольные), могут вызывать различный отклик на их действия. Гармонические и периодические воздействия опасны в силу возможной близости к частотам собственных колебаний систем и возможности резонанса. Для снижения негативного влияния подобных нагрузок на величины параметров НДС систем особо эффективны динамические гасители колебаний, создающие дополнительные гармонические воздействия в наиболее подходящих местах нагруженной системы [1, 2].

Импульсные нагрузки высокой мощности и небольшой продолжительности особо опасны для конструктивных систем, т. к. могут вызывать наибольшее влияние высокочастотных составляющих колебаний на амплитудные значения параметров НДС систем. Одним из наиболее эффективных приемов снижения негативного влияния подобных нагрузок на прочность систем является использование дополнительных компенсирующих масс. Это могут быть, в частности, большие стабилизирующие массы, требующие специальных устройств для их размещения [3–5]. С другой стороны, можно добиться эффекта существенного снижения влияния импульсной нагрузки путём размещения в узлах системы дополнительных узловых масс, сравнимых с собственными массами системы.

Задачам оптимизации стержневых систем при действии статических и динамических нагрузок посвящено немало работ [6–19]. Однако нередко в этих работах возможное динамическое воздействие представлено косвенно (например, через ограничения по частотам собственных колебаний [11–14]). В связи с этим особенности приложения динамических нагрузок во времени, как правило, не учитывались.

Представленная статья является развитием ранее выполненных работ по вопросам оптимизации упругих стержневых систем при импульсном воздействии [15–17].

Основной целью данного исследования является разработка эффективного алгоритма оптимизации стержневых систем при импульсном воздействии путём разделения его на этапы и использования в качестве варьируемых параметров, наряду с параметрами сечений элементов, дополнительных узловых масс.

Двухэтапный алгоритм оптимизации параметров дополнительных масс и параметров сечений элементов

Пусть NGE – число групп унификации элементов. Под группой унификации (группой объединения элементов ОЭ) будем понимать совокупность прямых стержней одинаковой длины и одинакового сечения.

Процесс оптимизации стержневой системы предполагает наличие предварительного этапа, на котором задаются начальные параметры системы, проводится расчёт на заданные воздействия и выполняется предварительный подбор параметров сечений элементов групп ОЭ из условий прочности.

В дальнейшем алгоритм оптимизации представляет собой двухэтапный итерационный процесс последовательного (поочерёдного) уточнения параметров дополнительных узловых масс и параметров сечений элементов групп ОЭ.

Этап 1. Оптимизация параметров дополнительных узловых масс при фиксированных параметрах сечений элементов групп ОЭ

Постановка задачи оптимизации дополнительных узловых масс на этапе 1 вызвана тем, что искомые дополнительные массы зависят, прежде всего, от характеристик импульсного воздействия и в малой степени зависят от параметров сечений элементов групп ОЭ. Выявив на этапе 1 оптимальные на данной итерации дополнительные узловые массы, можно переходить к этапу 2.

Задача оптимизации параметров дополнительных узловых масс ставится в форме задачи нелинейного математического программирования (НМП). В качестве целевой принята функция, представленная в следующем выражении и являющаяся показателем суммарной нагруженности элементов системы:

$$OF_1(X) = \sum_{i=1}^{NGE} \left(\sum_{j=1}^{KEG_i} \sigma_{eqv,j i_{\max}}(X) \cdot \ell_j \right), \quad (1)$$

где $X = (X_1, \dots, X_{kdm})$ – вектор варьируемых параметров дополнительных узловых масс, kdm – общее число варьируемых параметров дополнительных узловых масс; $\sigma_{eqv,j i_{\max}}(X)$ – максимальное эквивалентное напряжение в j -м элементе, найденное согласно используемому критерию (теории) прочности;

NCE – число групп унификации элементов; KEG_i – количество элементов в i -й группе ОЭ; ℓ_j – длина элементов i -й группы ОЭ.

Общий вид ограничений, наложенных на систему, представим соотношением

$$g_j(X, P(X), R) \leq 0, \quad j = 1, \dots, m, \quad (2)$$

где $P(X)$ – вектор параметров состояния системы; R – вектор констант ограничений; m – общее число наложенных ограничений.

Условно-экстремальная задача (1), (2) преобразовывалась к безусловно экстремальной форме с использованием метода штрафов, когда к целевой функции (1) добавляются штрафы за нарушение ограничений:

$$\overline{OF}_1 = OF_1 + \sum_{j=1}^m k_j \cdot \max(0; g_j(X, P(X), R)), \quad (3)$$

где k_j – коэффициент штрафа.

После преобразования задачи к безусловно экстремальной требуется найти минимум $\overline{OF}_1$.

Так как в принятой постановке на этапе 1 решается, по сути, изопериметрическая задача по отношению к объему элементов системы, то стандартные ограничения по прочности и жесткости не учитывались, а задача оптимизации параметров дополнительных узловых масс сводилась к поиску безусловного минимума целевой функции $OF_1(X)$ и решалась на основе метода деформированного многогранника. Во избежание возможного существенного роста некоторых дополнительных масс (что часто конструктивно неизбежно), можно рекомендовать назначение максимально допустимой дополнительной узловой массы.

Этап 2. Оптимизация параметров сечения элементов групп ОЭ при фиксированных дополнительных узловых массах

Предполагая, что материал всех элементов одинаков, принимаем в качестве целевой функции на этапе 2 общий объем элементов системы:

$$OF_2(X) = \sum_{i=1}^{NGE} A_i(X_i) \cdot L_i, \quad (4)$$

где $X = (X_1^*, \dots, X_{NGE}^*)$ – вектор варьируемых параметров сечений элементов ОЭ; $A_i(X_i)$ – площадь сечения элементов i -й группы ОЭ; L_i – суммарная длина элементов i -й группы ОЭ.

Задача оптимизации системы на этапе 2 ставится и решается как задача НМП: требуется найти величины параметров сечений $X_1^*, \dots, X_{NGE}^*$, реализующие минимум целевой функции $OF_2(X)$ при соблюдении ограничений, наложенных на систему.

Общий вид ограничений, наложенных на систему, аналогичен ограничениям (2), принятым на этапе 1.

Решение условно-экстремальной задачи (4) на этапе 2 также проводилось на основе преобразования её к безусловно экстремальной форме с использованием метода штрафов, когда к целевой функции (4) добавляются штрафы за нарушение ограничений:

$$\overline{OF_2} = OF_2 + \sum_{j=1}^m k_j \cdot \max(0; g_j(X, P(X), R)). \quad (5)$$

Далее требуется найти минимум $\overline{OF_2}$.

Решение безусловно экстремальной задачи (5), как и на этапе 1, проводилось с использованием метода деформируемого многогранника.

В качестве критерия завершения изложенного двухэтапного процесса принято соотношение

$$\left| \overline{OF_2}(X^{*(k)}) - \overline{OF_2}(X^{*(k-1)}) \right| < \varepsilon, \quad (6)$$

где $k-1$ и k – номера соседних итераций; ε – заданная точность.

Пример решения задачи оптимизации стержневой системы

Рассмотрена задача оптимизации пятиэтажной двухпролетной рамы, нагруженной статической и импульсной нагрузками (рис. 1, а, б).

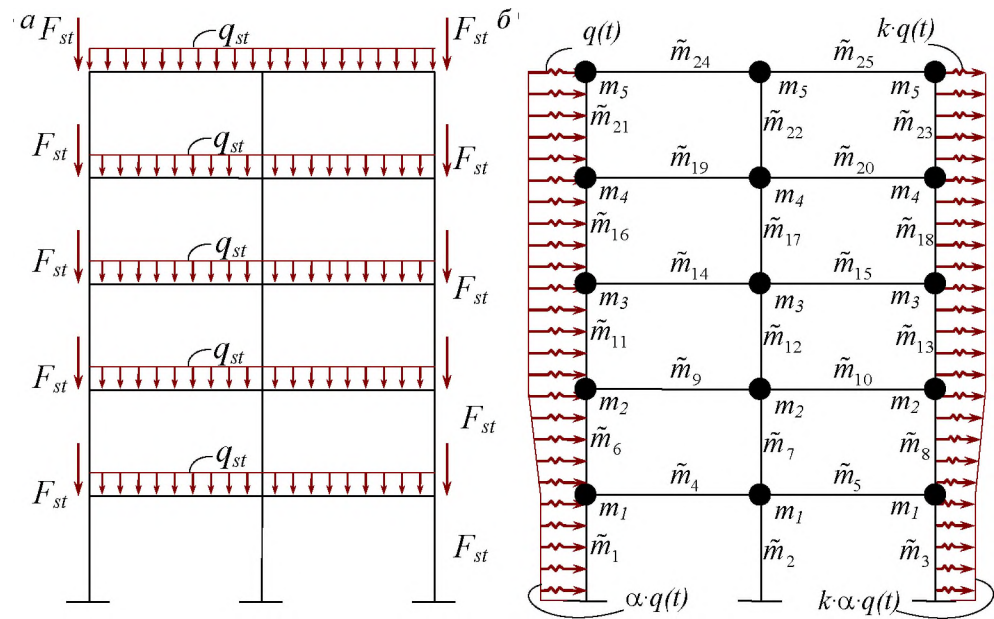


Рис. 1. Расчётная схема рамы:

а – статические воздействия; б – импульсные воздействия и расположение масс

В задаче рассмотрены статические нагрузки $q_{j,st}$ и $F_{st,j}$ и динамические импульсные нагрузки $q(t)$.

Выражения распределённых статических нагрузок $q_{j,st}$ для стоек имеют вид

$$q_{j,st} = \tilde{m}_j g, \quad j = 5 \cdot k + 1, 5 \cdot k + 2, 5 \cdot k + 3, \quad k = 0 \dots 4, \quad (7)$$

а для ригелей

$$q_{j,st} = \tilde{m}_j g + q_{st,uf}, \quad j = 5 \cdot k + 4, 5 \cdot k + 5, \quad k = 0 \dots 4, \quad (8)$$

где $\tilde{m}_j = \rho_j \cdot A_j$ – погонная масса j -го элемента, определяемая плотностью ρ_j материала и площадью сечения A_j элемента; $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения; $q_{st,uf}$ – статическая нагрузка от веса плит перекрытий и полезная нагрузка на них.

Выражения узловых статических нагрузок для средних узлов имеют вид

$$F_{st,j} = m_j g, \quad j = 2, 4, 6, 8, 10, \quad (9)$$

а для крайних узлов

$$F_{st,j} = m_j g + F_{st,w}, \quad j = 1, 3, 5, 7, 9, \quad (10)$$

где m_j – сосредоточенная масса в j -м узле; $F_{st,w}$ – вес наружных стен.

Заданными нагрузками являются статические $F_{st,w} = 33 \text{ кН}$, $q_{st,uf} = 51,6 \text{ кН/м}$ и импульсная нагрузка $q(t) = q_0 \sin(2\pi \cdot t / T)$, $t \in [0; T]$, $T = 0,2 \text{ с}$ – длительность импульсного воздействия, $q_0 = 7,6105 \text{ кН/м}$.

Коэффициенты $\alpha = 0,625$, $k = 0,8421$, указанные на рис. 1, б, определяют пропорции импульсной нагрузки по высоте рамы и её снижение с противоположной стороны (со стороны отрицательного давления).

На рис. 2, а показана форма сечения j -го элемента рамы. Размеры сечений элементов определяются соответствующими им параметрами δ_j , которые, в свою очередь, определяются варьируемыми параметрами X_1, X_2 :

$$\delta_j = X_1, \quad j = 5 \cdot k + 1, 5 \cdot k + 2, 5 \cdot k + 3, \quad k = 0 \dots 4 \text{ (колонны)}, \quad (11)$$

$$\delta_j = X_2, \quad j = 5 \cdot k + 4, 5 \cdot k + 5, \quad k = 0 \dots 4 \text{ (ригели)}. \quad (12)$$

Дополнительные узловые массы определяются варьируемыми параметрами $X_3 - X_7$:

$$m_j = X_{j+2}, \quad j = 1 \dots 5. \quad (13)$$

На рис. 2, б показана форма импульса во времени.

Поставлены задачи определения оптимальных параметров, характеризующих размеры сечений элементов и узловых дополнительных масс.

Для упрощения задачи и с целью более яркого выявления степени влияния варьируемых параметров дополнительных узловых масс все элементы разделены на две группы ОЭ: колонны и ригели. Принято пять поэтажных варьируемых параметров дополнительных масс и два параметра сечений. Учитываются только ограничения по прочности. Ниже приведены результаты решения поставленных задач оптимизации.

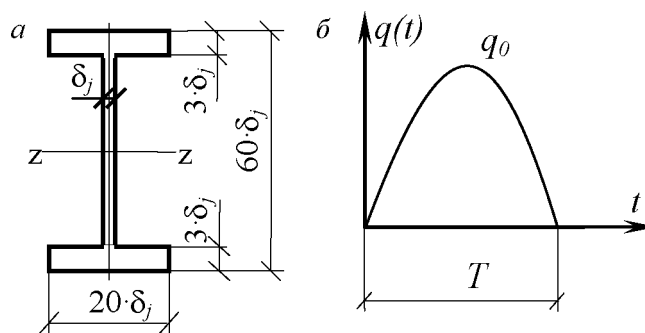


Рис. 2. Форма сечения (а); форма импульса (б)

Результаты решения задачи оптимизации при полном наборе варьируемых параметров (ВП), т. е. $NX = NGE + dm$, где NX – общее число ВП; NGE – число варьируемых параметров сечений; dm – число дополнительных масс. Получены следующие оптимальные значения параметров сечений 25 элементов рамы:

$X_1 = 0,00498$ м (колонны); $X_2 = 0,00436$ м (ригели).

Оптимальные значения ВП дополнительных масс:

$X_3 = 1,792$ т, $X_4 = 10$ т, $X_5 = 9,705$ т, $X_6 = 10$ т, $X_7 = 10$ т,

$OF_2(X) = 0,3591$ м³, число перерасчётов $krs = 1229$.

Результаты поиска оптимального решения в 2-этапном процессе

Итерация 1

Этап 1

Параметры размеров элементов фиксированы: $X_1 = X_2 = 0,007$ м. Варьируются дополнительные массы. Результаты поиска:

$X_3 = 0,0132$ т, $X_4 = 9,63$ т, $X_5 = 0,00423$ т, $X_6 = 9,99$ т, $X_7 = 10$ т.

Этап 2

Варьируются параметры размеров элементов, а значения дополнительных масс фиксированы (соответствуют результатам предыдущего этапа).

Результаты поиска:

$X_1 = 0,000449$ м, $X_2 = 0,00495$ м, $OF_2(X) = 0,3710$ м³.

Для выполнения критерия (6) завершения поиска потребовалось три итерации. Результаты по второму этапу третьей итерации:

$X_1 = 0,00478$ м, $X_2 = 0,00459$ м, $X_3 = 0,00869$ т,

$X_4 = 0,916$ т, $X_5 = 0,00419$ т, $X_6 = 9,99$ т, $X_7 = 10$ т,

$OF_2(X) = 0,3622$ м³, общее число перерасчётов по всем трём итерациям $krs = 336$.

Для оценки влияния дополнительных масс на расход материала элементов была решена задача поиска оптимального решения при отсутствии дополнительных масс. Результаты поиска:

$X_1 = 0,00638$ м, $X_2 = 0,00554$ м, $OF_2(X) = 0,5641$ м³.

Основные выводы

1. Решение задачи оптимизации объема материала рамы при полном наборе варьируемых параметров (семь параметров) сходится медленно (общее число перерасчётов $krs = 1229$), т. к. вектор ВП содержит параметры разной природы: дополнительные массы и параметры сечений элементов. Причём особенность варьируемых параметров дополнительных масс заключается в отсутствии их прямого влияния на целевую функцию (объём материала элементов). Это влияние определялось косвенно, через ограничения по прочности.

2. Проблема совместимости ВП разных групп может быть решена путем разделения общей задачи поиска оптимального решения на два этапа в процессе итераций с формированием и решением на каждом из этапов отдельной задачи оптимизации (общее число перерасчётов в таком случае составило $krs = 336$).

3. Задача оптимизации рамы решалась в наиболее простом варианте – две группы ОЭ (колонны, ригели), два ВП сечений и пять ВП дополнительных масс. Эффект от использования дополнительных масс, в плане снижения расхода материала элементов, составил 13,04 %. При этом значительно снижается трудоёмкость решения с точки зрения числа перерасчётов НДС системы.

Конечно, в реальных случаях число различных вариантов нагружения может быть значительным, и эффект использования дополнительных масс может существенно понизиться при окончательном выборе итогового варианта ДМ в наиболее неблагоприятном (для выбранного варианта ДМ) случае нагружения. Но и в этом случае он будет существенным, т. к. добавление массы в любом случае повышает инерционность системы, что при импульсном воздействии приводит к снижению значений параметров НДС системы.

4. Решение рассмотренной задачи оптимизации при импульсном воздействии проводилось с учетом собственных масс конструкции. Это сглаживает общий результат при заданном диапазоне дополнительных масс. Задание диапазона величин ДМ приближает поставленную задачу ОК к реальным условиям.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Себешев В.Г., Гербер Ю.А. Регулирование с помощью динамических гасителей колебаний напряженно-деформированного состояния систем с конечным числом степеней свободы при гармонических воздействиях (решение в перемещениях масс с матрицей жесткости) // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2021. № 6 (750). С. 5–19.
2. Себешев В.Г., Гербер Ю.А. Регулирование динамическими гасителями колебаний напряженно-деформированного состояния и надежности систем с сосредоточенными массами при гармонических воздействиях // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2019. № 9 (729). С. 5–18.
3. Авторское свидетельство № 151532 А1 СССР, МПК F16F 15/03. Устройство для гашения колебаний механических систем : № 727324/25-8 : заявлено 22.04.1961 : опубликовано 31.10.1962 / Корнев Б.Г., Шейнин И.С.
4. Авторское свидетельство № 545732 А1 СССР, МПК F16F 15/02, E04B 1/98. Устройство для гашения колебаний высотных сооружений типа мачт и дымовых труб : № 2070554 : заявлено 11.10.1974 : опубликовано 05.02.1977 / Корнев Б.Г., Сысоев В.И. ; заявитель Ордена трудового красного знамени центральный научно-исследовательский институт строительных конструкций им. В.А. Кучеренко.

5. Амбриашвили Ю.К., Ананьин А.И., Барченков А.Г. и др. Динамический расчет специальных инженерных сооружений и конструкций : справочник проектировщика. Москва : Стройиздат, 1986. 461 с.
6. Сергеев Н.Д., Богатырев А.Н. Проблемы оптимального проектирования конструкций. Москва : Стройиздат, 1971. 136 с.
7. Рейтман М.И., Шатило Г.С. Методы оптимального проектирования деформируемых тел. Москва : Наука, 1976. 266 с.
8. Feng T.T., Arora J.S., Hang E.J. Optimum Structural Design Under Dynamic Loads // Int. j. Numerical Methods in Ing. 1977. V. 11. № 1. P. 39–52.
9. Belsare S.V., Arora J.S. An algorithm for Engineering design Optimization // Int. jomal for Numer. Meth in Engineer. 1983. V. 19. P. 841–858.
10. Schmit L.A. Stuctural Optimization. Some Key Ideas and Insights. In: New Directions in Optimum structures Design / Ed. Atreck et Al. Cichester : Wiley, 1984. P. 1–45.
11. Хог Э., Аропа Я. Прикладное и оптимальное проектирование. Механические системы и конструкции. Москва : Мир, 1983. 478 с.
12. Лазарев И.Б. Основы оптимального проектирования конструкций. Задачи и методы. Новосибирск : СГУПС, 1995. 295 с.
13. Ляхович Л.С., Малиновский А.П. Оптимизация по несущей способности и частоте колебаний // Проектирование конструкций в Красноярском крае. 1979. № 12. С. 103–113.
14. Ляхович Л.С., Платохин А.Н. Оптимизация жесткостей упругих связей при ограничении на величину первой частоты собственных колебаний // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1986. № 7. С. 26–29.
15. Гребенюк Г.И., Роев В.И., Вешкин М.С. Оптимизация стержневых систем при действии импульсных нагрузок // Проблемы оптимального проектирования сооружений : доклады IV Всероссийского семинара. Новосибирск : НГАСУ(Сибстрин), 2002. С. 108–118.
16. Гребенюк Г.И., Вешкин М.С. Дискретные модели расчета и оптимизации стержневых конструкций при импульсном нагружении // Известия Алтайского ГУ. 2012. № 1 1 (73). С. 36–38.
17. Гребенюк Г.И., Вешкин М.С. Разработка алгоритмов численного расчёта и оптимизации стержневых систем при действии импульсных нагрузок // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2014. № 4 (45). С. 106–116.
18. Дмитриева Т.Л. Построение явных задач оптимизации конструкций, подверженных действию импульсных нагрузок // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2013. № 7 (78). С. 12–18.
19. Дмитриева Т.Л. Параметрическая оптимизация в проектировании конструкций, подверженных статическому и динамическому воздействию. Иркутск : Иркутский государственный технический университет, 2010. 175 с.

REFERENCES

1. Sebeshev V.G., Gerber Yu.A. Regulirovanie s pomoshch'yu dinamicheskikh gasitelei kolebanii napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya sistem s konechnym chislom stepeni svobody pri garmonicheskikh vozdeistviyakh (reshenie v peremeshcheniyakh mass s matritsei zhestkosti) [Dynamic vibration dampers for stress-strain state of systems with finite number of degrees of freedom with harmonics]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Stroitel'stvo*. 2021. No. 6 (750). Pp. 5–19. (rus)
2. Sebeshev V.G., Gerber Yu.A. Regulirovanie dinamicheskimi gasitelyami kolebanii napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i nadezhnosti sistem s sosredotochennymi massami pri garmonicheskikh vozdeistviyakh [Dynamic vibration dampers for stress-strain state and reliability of systems with concentrated masses with harmonics]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Stroitel'stvo*. 2019. No. 9 (729). Pp. 5–18. (rus)
3. Korenev B.G., Sheinin I.S. Author's Certificate N 151532 A1 SSSR, MPK F16F 15/03. *Ustroistvo dlya gasheniya kolebanii mekhanicheskikh sistem* [Device for vibration damping in mechanical systems]. 1962. (rus)

4. Korenev B.G., Sysoev V.I. Author's Certificate N 545732 A1 SSSR, MPK F16F 15/02, E04B 1/98. Ustroystvo dlya gasheniya kolebaniy vysotnykh sooruzhenii tipa macth i dymovykh trub [Device for vibration damping in high-rise structures such as masts and chimneys]. 1977. (rus)
5. Ambriashvili Yu.K., Anan'in A.I., Barchenkov A.G., et al. Dinamicheskii raschet spetsial'nykh inzhenernykh sooruzhenii i konstruktssii: spravochnik proektirovshchika [Dynamic analysis of special engineering structures: A designer's handbook]. Moscow: Stroiizdat, 1986. 461 p. (rus)
6. Sergeev N.D., Bogatyrev A.N. Problemy optimal'nogo proektirovaniya konstruktssii [Optimum structural design]. Moscow: Stroiizdat, 1971. 136 p. (rus)
7. Reitman M.I., Shapiro G.S. Metody optimal'nogo proektirovaniya deformiruemykh tel [Optimum design of deformable bodies]. Moscow: Nauka, 1976. (rus)
8. Feng T.T., Arora J.S., Hang E.J. Optimum structural design under dynamic loads. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1977. V. 11. No. 1. Pp. 39–52.
9. Belsare S.V., Arora J.S. An algorithm for engineering design optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1983. V. 19. P. 841–858.
10. Schmit L.A. Structural optimization. Some key ideas and insights. In: New directions in optimum structures design, Atrck, Ed., Chichester: Wiley-Blackwell, 1984. Pp. 1–45.
11. Khog E., Arora Ya. Prikladnoe i optimal'noe proektirovanie. Mekhanicheskie sistemy i konstruktssii [Applied and optimum design. Mechanical systems and structures]. Moscow: Mir, 1983. 478 p. (rus)
12. Lazarev I.B. Osnovy optimal'nogo proektirovaniya konstruktssii. Zadachi i metody [Fundamentals of optimum design of structures. Tasks and methods]. Novosibirsk, 1995. 295 p. (rus)
13. Lyakhovich L.S., Malinovskii A.P. Optimizatsiya po nesushchei sposobnosti i chastote kolebaniy [Optimization of bearing capacity and vibration frequency]. *Proektirovanie konstruktssii v Krasnoyarskom krae*. 1979. No. 12. Pp. 103–113. (rus)
14. Lyakhovich L.S., Platokhin A.N. Optimizatsiya zhestkosti uprugikh svyazei pri ogranichenii na velichinu pervoi chastoty sobstvennykh kolebaniy [Optimization of elastic bond stiffnesses with limitation by the first frequency of natural oscillations]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo i arkhitektura*. 1986. No. 7. Pp. 26–29. (rus)
15. Grebenyuk G.I., Roev V.I., Veshkin M.S. Optimizatsiya sterzhnevyykh sistem pri deistvii impul'snykh nagruzok [Optimization of rod systems under pulse loading]. In: Problemy optimal'nogo proektirovaniya sooruzhenii: doklady 4-go Vserossiiskogo seminar (Dokl. All Russ. Seminar 'Problems of Optimum Structural Design'). Novosibirsk, 2002. Pp. 108–118. (rus)
16. Grebenyuk G.I., Veshkin M.S. Diskretnye modeli rascheta i optimizatsii sterzhnevyykh konstruktssii pri impul'snom nagruzhении [Discrete models for calculation and optimization of rod structures under pulse loading]. *Izvestiya Altaiskogo GU*. 2012. No. 1 1 (73). Pp. 36–38. (rus)
17. Grebenyuk G.I., Veshkin M.S. Razrabotka algoritmov chislennogo rascheta i optimizatsii sterzhnevyykh sistem pri deistvii impul'snykh nagruzok [Development of algorithms for numerical calculation and optimization of rod systems under pulse loading]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2014. No. 4 (45). Pp. 106–116. (rus)
18. Dmitrieva T.L. Postroyeniye yavnykh zadach optimizatsii konstruktssii, podverzhennykh deistviyu impul'snykh nagruzok [Structural optimization under pulse loads]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. 2013. No. 7 (78). Pp. 12–18. (rus)
19. Dmitrieva T.L. Parametricheskaya optimizatsiya v proektirovanii konstruktssii, podverzhennykh staticheskomu i dinamicheskomu vozdeistviyu [Parametric optimization in structural design under static and dynamic loads]. Irkutsk, 2010. 175 p. (rus)

Сведения об авторах

Гребенюк Григорий Иванович, докт. техн. наук, профессор, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, greb@sibstrin.ru

Максак Виталий Иванович, докт. техн. наук, профессор, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2.

Вешкин Максим Сергеевич, ст. преподаватель, Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), 630008, г. Новосибирск, ул. Ленинградская, 113, max.vs@list.ru

Authors Details

Grigori I. Grebenyuk, DSc, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solanaya Str., 634002, Tomsk, Russia, greb@sibstrin.ru

Vitali I. Maksak, DSc, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solanaya Str., 634002, Tomsk, Russia.

Maksim S. Veshkin, Senior Lecturer, Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering, 113, Leningradskaya Str., 630008, Novosibirsk, Russia, max.vs@list.ru