

# ПРОЕКТИРОВАНИЕ И СТРОИТЕЛЬСТВО ДОРОГ, МЕТРОПОЛИТЕНОВ, АЭРОДРОМОВ, МОСТОВ И ТРАНСПОРТНЫХ ТОННЕЛЕЙ

УДК 624.21.072

DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-4-188-198

*В.М. КАРТОПОЛЬЦЕВ, А.В. КАРТОПОЛЬЦЕВ,  
ООО «ДИАМОС»*

## РЕГУЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕСУЩИХ БАЛОК ПРОЛЕТНЫХ СТРОЕНИЙ АВТОДОРОЖНЫХ МОСТОВ

**Аннотация.** Изменение динамических характеристик вызвано внедрением новых типов конструктивных решений в проектирование мостов, а именно: заменой железобетонной плиты проезжей части на ортотропную, отступлением от типовых решений в формировании продольных схем и применением нового типа опорных частей, обеспечивающих диссипацию энергии колебаний и обладающих эффектом гиromаятника.

Особенностью этапа регулирования динамических характеристик с учетом многофакторных дефектов является пренебрежение величиной демпфирования амортизаторов движущихся автомобилей по поверхности проезжей части. В этом случае целесообразно регулировать динамические характеристики с учетом диссипации энергии колебательных процессов в рамках внутренней и внешней границ деформирования, каждая из которых функционально разрешима зависимостями между параметрами статического и динамического условия упругости и пластичности.

Многолетний опыт диагностики мостов в условиях изменяющегося воздействия временной подвижной нагрузки позволяет выявить критические моменты и предельные значения динамических характеристик, при которых происходит нарушение целостности работы конструкции системы «пролетное строение + автомобиль».

Разобщенность работы элементов системы, по мнению авторов, осложняется воздействием широкого спектра динамических воздействий, имеющих природу, обратную механическому воздействию от гасителей колебаний в виде всесторонних подвижных опорных частей. Критерием регулирования динамических характеристик в таких условиях следует считать проявление противофазности колебаний массы пролетного строения и опорных частей и соотношение их жесткостных показателей.

На основе полученных авторами результатов теоретических и экспериментальных исследований динамической работы пролетных строений мостов представлены базовые положения регулирования динамических характеристик:

– методика определения критической скорости временной подвижной нагрузки должна включать различные формы энергии деформированного состояния конструкции, в том числе резонансные;

- регулирование динамических характеристик эффективно только в условиях диссипации и рассеяния энергии колебательного процесса системы «пролетное строение + автомобиль»;
- новые параметры и требования к мостовым сооружениям с отрегулированными динамическими характеристиками должны быть адекватны параметрам широкого диапазона численного моделирования экспериментальных исследований мостов с пролетами от 40 до 60 м, 80 м и более;
- в рамках регулирования характеристик при статической и динамической нагрузках мостовых конструкций на основе результатов уникальных натурных экспериментов на мостах с альтернативным уклоном проектирования реализуется ряд оптимизационных задач модернизации вибродиагностики мостов.

**Ключевые слова:** мост, пролетное строение, регулирование динамических характеристик, колебания, резонанс, система, диагностика, дефекты, жесткость, проезжая часть, диссипация, демпфирование

**Для цитирования:** Картопольцев В.М., Картопольцев А.В. Регулирование динамических характеристик несущих балок пролетных строений автодорожных мостов // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2022. Т. 24. № 4. С. 188–198.  
DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-4-188-198

*V.M. KARTOPOLTSEV, A.V. KARTOPOLTSEV,  
ООО “DIAMOS”*

## DYNAMIC PROPERTY CONTROL OF BRIDGE GIRDERS

**Abstract.** The dynamic properties of bridge girders depend on the design solutions, namely the replacement of the roadway slab by the orthotropic, deviation from standard solutions in the formation of longitudinal schemes, and the use of a new type of supports causing the dissipation of vibration energy and gyropendulum effect.

The control for dynamic properties with regard to multifactorial defects, is characterized by ignoring the shock dampers of vehicles moving on the roadway. In this case, it is advisable to control the dynamic properties with regard to the energy dissipation of oscillatory processes within the internal and external strain boundaries, each of which can be functionally solved by the dependencies between the parameters of static and dynamic conditions of elasticity and plasticity.

Long experience in diagnosing bridges under varying conditions of moving load allows identifying critical moments and limiting values of dynamic properties, at which the integrity of the span-vehicle system is violated.

The difference in the operation of the system elements is complicated by the influence of a wide range of dynamic impacts, whose nature is opposite to the mechanical impact of vibration dampers such as all-round moving supports. In this case, the criterion for the dynamic property control are anti-phase vibrations of the girder and supports and their stiffness ratio.

Based on the results, the dynamic property control includes the identification of the critical speed of the moving load based on various forms of energy of the deformed state of the structure, including resonance; conditions of the energy dissipation of the vibration process of the span-vehicle system; new parameters and requirements for bridge structures with controlled dynamic properties adequate to those of numerical simulation of bridge girders of 40 to 60 or 80 m and longer; optimization and modernization of bridge vibration-based diagnostics.

**Keywords:** bridge girder, dynamic property control, vibrations, resonance, system, diagnostics, defects, stiffness, roadway, dissipation, damping

**For citation:** Kartopol'tsev V.M., Kartopol'tsev A.V. Regulirovanie dinamicheskikh kharakteristik nesushchikh balok proletnykh stroenii avtodorozhnykh mostov

[Dynamic property control of bridge girders]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2022. V. 24. No. 4. Pp. 188–198.  
DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-4-188-198

Глубокий анализ натурных испытаний ряда мостов средних и больших пролетов в реальных эксплуатационных условиях является основой регулирования динамических характеристик при колебаниях в упругой и упругопластической стадиях. Как следствие, в стадии упругопластического деформирования несущих элементов пролетных строений мостов чувствительность к скоростям динамических деформаций рассматривается с учетом эффекта задержки деформаций и дефектов проезжей части [1–4].

По формулам теории вероятности и математической статистики авторами проведена попытка учесть влияние дефектов пролетных строений на формирование и прохождение процесса колебания [5, 6]. В основном исследование проводилось применительно к балочным мостам, а также однопролетным мостам небалочного типа. Результаты виброиспытаний показали неизвестные ранее уровни требований к проблеме, т. к. динамическое воздействие зависит от уровня транспортных средств, его подрессоривания и скорости движения.

Продвижение теоретических и экспериментальных исследований взаимодействия движущейся подрессоренной нагрузки и балок пролетного строения связано с введением эквивалентной системы, где в качестве временной нагрузки использовалась «двухмассовая механическая система с линейно-упругими связями». Любое демпфирование в процессе колебаний отрицалось, что методологически неверно. Выводы, что наибольший динамический эффект в этом случае наибольший в момент схода нагрузки с балки, являются неправомочными.

Из-за стремления найти современное представление о воздействиях изменяющихся во времени подвижных нагрузок на мостовые конструкции и создать реальную научно обоснованную модель их воздействия учеными мирового сообщества принимались решения по определению динамических характеристик в стохастическом виде. Работы И.И. Гольденבלата акцентировали на исследования при решении практических задач эффективности воздействия подвижной нагрузки от встречного и параллельного движения.

В отечественной практике виброиспытаний мостовых сооружений известны системы диагностики Минстроя типа ВЧ-6-ТН, ООО 33 Pooolrou и СМ-3-КВ, способные к измерению ускорений и скоростей элементов в системе. Общим недостатком вибродиагностики мостов в нашей стране и за рубежом следует считать фиксацию одной или максимум двух форм собственных и вынужденных колебаний [7].

В случае применения комплексного показателя жесткости при гармоническом нагружении в качестве показателя энергоемкости колебательного процесса системы прием  $\mu$ , равный

$$\mu = \frac{p^2}{p^2 - w^2} - 1, \quad (1)$$

где  $p$ ,  $w$  – частоты собственных вынужденных колебаний.

При регулировании динамических характеристик в рамках энергетического спектра колебаний без и с учетом инерционности массы системы «пролетное строение + автомобиль» установлены целесообразные узкополосные полосы колебаний, равные 2,12–5,6 Гц, в пределах которых возможно проводить операционные вычисления в стадии регулирования характеристик [8] (рис. 1, 2). Наиболее мощные энергетические спектры узкополосных частот, не поддающиеся регулированию, находятся в пределах 1,22–2,5 Гц [9].

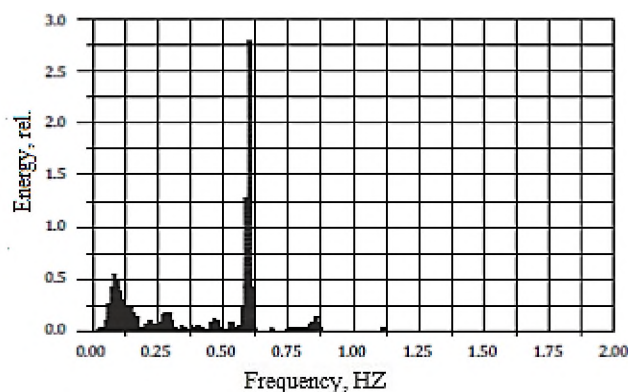


Рис. 1. Энергетический спектр колебаний балки без учета инерционной массы системы

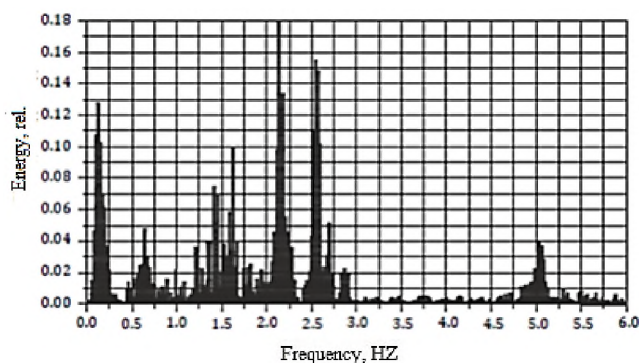


Рис. 2. Энергетический спектр колебаний балки с учетом инерционной массы системы

Запишем потенциальную энергию внутренних сил в энергетическом виде:

$$U_0 = \int_0^l \frac{M_{\Pi}^2 + M_{\text{вп}}}{2EJ} dx + \int_0^l \frac{Q_{\Pi}^2 + Q_{\text{вп}}}{2C \cdot \gamma \cdot B} dx \quad (2)$$

Дополнительная энергия за счет инерционности системы от динамического воздействия равна

$$\Delta U_0 = \int_0^l \frac{\sigma_i^2}{2E_0} + \int_0^{\sigma_i} (\varepsilon_{\text{уп}} + \varepsilon_p) d\sigma_i, \quad (3)$$

где  $E_0$  – объемный модуль упругости материала балки пролетного строения;  $\gamma$  – коэффициент увеличения амплитудно-частотных характеристик;  $B$  – характеристика жесткости балки;  $C$  – коэффициент пропорциональности.

Тогда, суммируя  $U = U_0 + \Delta U_0$ , решаем задачу по определению предельных динамических напряжений и деформаций: напряжение  $\sigma_i$  определяется из аппроксимации диаграммы « $\sigma - \epsilon$ » в виде

$$\sigma_i = A \cdot \epsilon_p^m, \quad (4)$$

где  $m = 0,25-0,3$  – для углеродистых сталей,  $m = 0,03-0,05$  – для низколегированных сталей повышенной и высокой прочности;  $A$  – константа для сталей, имеющая размерность напряжения. При  $\epsilon_p = 0,0016$  – упругая стадия;  $\epsilon_p = 0,0025$  – упругопластическое деформирование.

Известно, что работа стали мостовых конструкций за пределом упругости характеризуется проявлением деформационной анизотропии в процессе быстрого поворота вектора приращений пластических деформаций по сравнению с поворачивающимся вектором основных напряжений при деформировании. Отклонения между векторами характеризуют эффект запаздывания, равный 4–7 %, установленный на основе обобщенной модели Тейлора – Кармана – Рахматуллина и критерия Котрелла – Кэмпбелла [10, 11] (рис. 3).

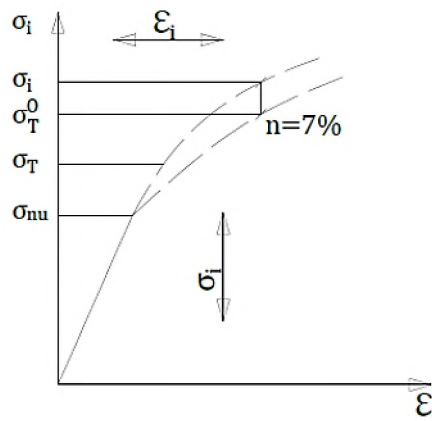


Рис. 3. Графическое отображение эффекта запаздывания

Запаздывание упругопластических деформаций происходит на участке  $\frac{3}{2}\epsilon_y$  при суммарной деформации, равной

$$\epsilon_i = \epsilon_y + \Delta\epsilon_p = \frac{3}{2}\epsilon_y. \quad (5)$$

Тогда напряженное состояние стального элемента пролетных строений мостов от статических и динамических нагрузок на участке  $\frac{3}{2}\epsilon_y$  характеризуется напряжением за пределом упругости, равным

$$\sigma_i = 1,15 R_y, \quad (6)$$

где  $R_y$  – предел упругой пропорциональности, равный для моностальных конструкций  $R_y = R_n$ , для бистальных  $R_y = R_c$  – расчетное сопротивление менее прочной стали в сечении.

С учетом эффекта задержки деформаций начало упругопластического деформирования определяется величиной  $R_y^0$ :

$$R_y^0 = \frac{R_y}{\sqrt{1 - \mu + \mu^2}}, \quad (7)$$

где  $\mu = 0,47$  – коэффициент Пуассона.

Процесс протекания колебаний в упругой и упругопластической стадиях от воздействия временной подвижной нагрузки, а также граничных условий напряженно-деформированного состояния был запрототипирован с помощью пьезокерамических вибродатчиков, уникальность которых впервые была проверена на испытании ряда мостов в Республике Саха (Якутия). Сравнение динамических характеристик, полученных с помощью пьезокерамических и торцевых вибродатчиков, указывает на их уникальность и практическую применимость в продвижении пока нерешенных в настоящее время вопросов численного моделирования динамических процессов [12].

Представляя временную подвижную нагрузку в виде равномерно распределенной по длине пролета, движущейся с  $V = \text{const}$ , регулируемые динамические характеристики в состоянии резонанса можно определить выражением

$$\left. \begin{aligned} V^2 &\gg \frac{EJ_{stb}}{m} \frac{i^2 \cdot \pi^2}{\ell^2}; \quad i = 1; \\ w_p &= \frac{i}{2\pi} \sqrt{\frac{EJ_{stb} \cdot i^2 \cdot \pi^2}{\ell^2} - m \cdot V^2}; \\ A_p &= e^{0,693}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

В процессе экспериментальных исследований временная продолжительность успокоения пролетного строения за счет диссипативных эффектов приводит не к резонансным явлениям, а лишь к эффекту биения на отметке максимума частот собственных колебаний [13, 14]. Объяснение данного обстоятельства связано с процессом затухания давления от автомобиля за счет срабатывания рессорной части и приспособляемости конструкции, а биение рассматривается как проявление альтернативного «затухающего» резонанса динамической системы, при котором частотные и амплитудные характеристики и затухание колебаний изменяются независимо от формы колебаний, а по законам изменения масс с учетом их нагруженности. Подтверждением являются результаты испытаний моста через р. Яю в Томской области со схемой 42,6 + 42,6 + 42,6 м единичным автомобилем  $P_{вр} = 25$  тс с гармонической нагрузкой 2,5 тс.

Авторы пришли к выводу, что при регулировании динамических характеристик и в целом динамического процесса, включая резонанс, следует ориентироваться на зависимость между скоростью распространения волн изгиба в несущих элементах пролетного строения и скоростью движения транспорта в случайном потоке на основании предположения, что скорость волны колебания не зависит от частоты колебаний, а является лишь функцией ее направления [15, 16].

По мере роста скорости движения транспорта в случайном потоке растет и скорость волнового фронта колебаний основного направления, а также с одновременным увеличением амплитуды колебания, что характерно для предрезонансной зоны динамического процесса. Наличием внутреннего трения в материале при упругой и упругопластической работе существенно повышается влияние внутреннего сопротивления системы «пролетное строение + автомобиль» за счет сопротивления рессор автотранспорта, определяющим параметром которых является коэффициент  $\Psi$ , равный [17, 18]:

$$\Psi = \frac{4\pi \cdot \varepsilon_i \cdot w^2}{p^2}, \quad (9)$$

где  $\varepsilon_i$  – уровень деформаций в балках ( $\varepsilon_i = \varepsilon_y$  – упругое состояние;  $\varepsilon_i = \varepsilon_y + \Delta\varepsilon$  – упругопластическое состояние);  $w$  – частота вынужденных колебаний с учетом

внутренней диссипации;  $p = \frac{L}{2\pi} \sqrt{\frac{E \cdot i^2 \cdot \pi \cdot mV^2}{m_0 + m}}$  – частота собственных колеба-

ний;  $m_0$  – масса 1 пог. м балки;  $m$  – масса движущейся нагрузки;  $V$  – разрешенная скорость движения транспорта;  $i = 1$ ;  $E$  – жесткость балки;  $L$  – длина балки.

На протяжении почти 50 лет учеными мирового сообщества усовершенствовались приемы расчета, проектирования и динамической диагностики мостов, имеющих в основном железобетонную плиту в качестве проезжей части. В конце XX и начале XXI в. новые конструкции мостов имеют ортотропную плиту проезжей части, оригинальные по своему назначению и конструкциям опорные части, а также на альтернативной основе расчетные схемы мостовых сооружений, в которых в большинстве случаев имеются отступления от консервативных условий и правил проектирования. Особую позицию и новизну исследования представляют бистальные пролетные строения, которые являются не только уникальными по эффективности применения материала, но и открывающими новое направление в материаловедении, конструировании, статических и динамических методах расчета с учетом эффекта задержки пластических деформаций, рассматриваемые как диссипативные силы внутреннего трения в колебательном процессе [19, 20].

Применение ортотропных плит вместо железобетонных  $EJ_c \ll EJ_{stb}$  позволяет снижение металлоемкости несущих балок пролетных строений за счет применения высокопрочной стали или бистальных сечений на 7–10 %, тем самым снижается жесткость, а значит, нарушается установленный традиционный подход к расчету динамических характеристик. Попытка уравнивать недостатки и преимущества уже существующих методов расчета динамических характеристик путем увеличения жесткости подвесок, а также применение

альтернативных длин пролетов расчетных схем меньшей длины, а значит, более жестких, с одной стороны, и увеличение массы системы «пролетное строение + автомобиль», с другой стороны, приводят к снижению частоты собственных колебаний.

Анализ достаточно обширного количества источников научной информации исследований отечественных и зарубежных ученых с различными школами направлений показывает заметный вклад проф. Н.Н. Стрелецкого, Ю.В. Гайдарова, В.М. Картопольцева, М.Н. Лашенко, К.Х. Толмачева в решение проблемы регулирования напряжения в металлических и железобетонных пролетных строениях автодорожных мостов. Упругое и упругопластическое состояние несущих элементов пролетного строения моста характеризуется энергетической составляющей вязкого внутреннего трения  $h$ . В этом случае механическая характеристика  $(1 + \mu g)$ , которая характеризует не что иное, как усиление колебаний в связи с инерционностью системы, и становится энергетическим параметром. В этом случае внешняя временная нагрузка  $P_{вр}$  оказывается неуравновешенной, и колебания системы переходят в форму резонанса. Вязкое трение в металлических несущих балках пролетных строений мостов сопоставимо с конструкционным гистерезисом, характеризующим несовершенства упругих и упругопластических свойств металла.

Впервые в рамках упругопластического деформирования балок металлических пролетных строений сделана попытка расширить формы и границы регулирования динамических характеристик. Спектр колебаний с остаточными деформациями пролетных строений необходимо определять с учетом диссипации или рассеяния энергии, а также в условиях возможной противофазной формы колебаний.

Рассматривая энергоемкость колебательного процесса в качестве многофункционального критерия регулирования динамических характеристик, удалось выявить особенности влияния инерционности массы системы на узкополосность частотных характеристик, особенно при работе конструкции за пределом упругости. Динамическое состояние пролетных строений мостов, когда скорость распространения упругих и квазиупругих волн колебаний соизмерима со скоростью движения временной подвижной нагрузки, будет устойчивым при условии, если временная нагрузка в определенный момент будет выполнять функцию дебаланса. В этом случае временная подвижная нагрузка в отличие от системы «пролетное строение + автомобиль» становится неуравновешенной, колебания конструкции моста с последующим переходом вызывают стадию резонанса.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Картопольцев А.В. Совершенствование метода оценки динамических характеристик пролетных строений балочных автодорожных мостов : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Картопольцев Андрей Владимирович. Томск, 1998. 147 с.
2. Paltre P., Prouls J. Dynamic testing of Laroje–Scale Structures // Structural Engineering International. 1997. V.7. № 1. P. 29–34.



3. *Bochkarev N.N., Kartopoltsev A.V., Safronov V., Shendel A.S.* Numerical modeling of experimental researches steelconcrete of flying structures of road bridges // 9th International Scientific conference VSU. Sofia, Bulgaria. P. II–229, II–231.
4. *Картопольцев В.М., Картопольцев А.В., Колмаков Б.Д.* Влияние дефектов проезжей части на изменение динамических характеристик пролетных строений мостов // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2015. № 6. С. 156–164.
5. *Картопольцев А.В., Картопольцев В.М., Кухаренко С.А.* К вопросу о динамическом коэффициенте // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2021. № 5. С. 127–141.
6. *Будковой А.Н.* Нестационарные колебания балочных систем при переходных режимах воздействия подвижной нагрузки : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. Воронеж, 2014. 20 с.
7. *Чжао Цзянь, Белуцкий И.Ю., Яцур В.Г.* Отражение воздействия временной нагрузки в динамическом коэффициенте при расчете автодорожных мостов // Ученые заметки ТОГУ. 2013. Т. № 4. С. 1657–1661.
8. *Kartopoltsev A.V., Bochkarev N.N., Selivanova T.V.* The analysis of the compelled fluctuations of flying structures road bridges in conditions of real operation // Proceedings International Conference VSU'2005. Bulgaria, Sofia. 2005. V. 1. P. II 226–228.
9. *Катцын П.А., Акимов Б.Г., Чиков С.А., Полуботко А.Ю., Костарев Д.А.* Исследование напряженно-деформированного состояния моста через реку Томь в городе Томске // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2001. № 2. С. 116–120.
10. *Картопольцев В.М.* Металлические мосты с бистальными балками / под ред. К.Х. Толмачева. Томск : Изд-во Томского университета. 1992. 241 с.
11. *Картопольцев А.В., Картопольцев В.М., Кухаренко С.А.* К вопросу развития методов регулирования динамических характеристик пролетных строений мостов // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2021. Т. 23. № 6. С. 201–219.
12. *Картопольцев В.М., Сафронов В.М., Картопольцев А.В., Колмаков Б.Д.* Определение динамических напряжений и деформаций в сталежелезобетонных мостах // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2016. № 3. С. 194–204.
13. *Картопольцев А.В., Картопольцев В.М., Зголич М.В.* К вопросу о диссипативности деформирования балок пролетных строений мостов // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2016. № 2. С. 194–199.
14. *Ibrahim R.A., Pilipchuk V.N., Ikeda T.* Recent advances in liquid sloshing dynamics // Appl. Mech. Rev. 2001. V. 54. № 2. P. 133–199.
15. *Работнов Ю.Н., Суворова Ю.Б.* Распространение упругопластических волн в стержнях и балках с учетом запаздывания текучести // ПТМТФ. 1968. № 6. С. 193–198.
16. *Скучик Е.* Простые и сложные колебательные системы. Москва : Мир. 1971. 552 с.
17. *Кольский Г.* Волны напряжений в твердых телах. Москва : Изд-во иностранной литературы. 1955. 192 с.
18. *Ротенберг Р.В.* Подвеска автомобиля. Москва : Машиностроение. 1972. 395 с.
19. *Работнов Ю.Н., Суворова Ю.В.* Динамика жесткопластической балки с запаздыванием текучести // МТТ. 1968. № 6. С. 78–86.
20. *Картопольцев В.М.* Применение бистальных балок в пролетных строениях автодорожных мостов : автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук / Картопольцев Владимир Михайлович. Ленинград, 1991. 33 с.

## REFERENCES

1. *Kartopoltsev A.V.* Sovershenstvovanie metoda otsenki dinamicheskikh kharakteristik proletnykh stroenii balochnykh avtodorozhnykh mostov: Dissertatsiy na soiskanie uchenoi stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk [Assessment improvement of dynamic properties of bridge girders. PhD Thesis]. Tomsk, 1998. 147 p. (rus)
2. *Paltre P., Prouls J.* Dynamic testing of Laroje–Scale Structures. *Structural Engineering International*. 1997. V. 7. No. 1. Pp. 29–34.

3. *Bochkarev N.N., Kartopol'sev A.V., Safronov V., Shendel A.S.* Numerical modeling of experimental researches steel concrete of flying structures of road bridges. In: *Proc. 9th Int. Sci. Conf. VSU, Sofia, Bulgaria*. Pp. II–229, II–231.
4. *Kartopol'tsev V.M., Kartopol'tsev A.V., Kolmakov B.D.* Vliyanie defektov proezzhei chasti na izmenenie dinamicheskikh kharakteristik proletnykh stroenii mostov [Effect of trafficway defects on dynamic properties of bridge spans]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2015. No. 6. Pp. 156–164. (rus)
5. *Kartopol'tsev A.V., Kartopol'tsev V.M., Kukhareno S.A.* K voprosu o dinamicheskom koefitsiente [Towards the dynamic coefficient]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture*. 2021. V. 23. No. 5. Pp. 127–141. (rus)
6. *Budkovoi A.N.* Nestatsionarnye kolebaniya balochnykh sistem pri perekhodnykh rezhimakh vozdeistviya podvizhnoi nagruzki: avtoreferat dissertatsii na soiskanie stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk [Unsteady oscillations of beam systems under transient modes of moving load. PhD Abstract]. Voronezh, 2014. 20 p. (rus)
7. *Chzhao Tszyan', Belutskii I.Yu., Yatsura V.G.* Otrazhenie vozdeistviya vremennoi nagruzki v dinamicheskom koefitsiente pri raschete avtodorozhnykh mostov [Moving load in the dynamic coefficient in bridge analysis]. *Uchenye zametki TOGU*. 2013. V. 4. No. 4. Pp. 1657–1661. (rus)
8. *Kartopol'sev A.V., Bochkarev N.N., Selivanova T.V.* The analysis of the compelled fluctuations of bridge structures in real operation conditions. In: *Proc. Int. Conf. VSU'2005*. Bulgaria. Sofia, 2005. V. 1. Pp. II 226–228.
9. *Kattsyn P.A., Akimov B.G., Chikov S.A., Polubotko A.Yu., Kostarev D.A.* Issledovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya mosta cherez reku Tom' v gorode Tomske [Stress-strain state of bridge over the Tom River in Tomsk]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2001. No. 2. Pp. 116–120. (rus)
10. *Kartopol'tsev V.M.* Metallicheskie mosty s bistal'nymi balkami [Metal bridges with bisteel beams]. K.Kh. Tolmachev, Ed. Tomsk, 1992. 241 p. (rus)
11. *Kartopol'tsev V.M., Kartopol'tsev A.V., Kukhareno S.A.* K voprosu razvitiya metodov regulirovaniya dinamicheskikh kharakteristik proletnykh stroenii mostov [Towards dynamic property control of bridge spans]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture*. 2020. V. 23. No. 6. Pp. 201–219. (rus)
12. *Kartopol'tsev V.M., Safronov V.M., Kartopol'tsev A.V., Kolmakov B.D.* Opredelenie dinamicheskikh napryazhenii i deformatsii v stalezhelezobetonnykh mostakh [Stress-strain state of composite bridges]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2016. No. 3. Pp. 194–204. (rus)
13. *Kartopol'tsev A.V., Kartopol'tsev V.M., Zgolich M.V.* K voprosu o dissipativnosti deformirovaniya balok proletnykh stroenii mostov [Dissipative deformation of bridge span beams]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2016. No. 2. Pp. 194–199. (rus)
14. *Ibrahim R.A., Pilipchuk V.N., Ikeda T.* Recent advances in liquid sloshing dynamics. *Applied Mechanics Reviews*. 2001. V. 54. No. 2. Pp. 133–199.
15. *Rabotnov Yu.N., Suvorova Yu.B.* Rasprostranenie uprugo-plasticheskikh voln v sterzhnyakh i balkakh s uchetom zapazdyvaniya tekuchesti [Propagation of elastic-plastic waves in rods and beams with flow delay]. *PTMTF*. 1968. No. 6. Pp. 193–198. (rus)
16. *Skuchik E.* Prostye i slozhnye kolebatel'nye sistemy [Simple and complex oscillatory systems]. Moscow: Mir, 1971. 552 p. (rus)
17. *Kol'skii G.* Volny napryazhenii v tverdykh telakh [Stress waves in solids]. Moscow, 1955. 192 p. (rus)
18. *Rotenberg R.V.* Podveska avtomobilya [Vehicle suspension]. Moscow, 1972. 395 p. (rus)
19. *Rabotnov Yu.N., Suvorova Yu.V.* Dinamika zhestko-plasticheskoi balki s zapazdyvaniem tekuchesti [Dynamics of rigid-plastic beam with yield delay]. *MTT*. 1968. No. 6. Pp. 78–86. (rus)
20. *Kartopol'tsev V.M.* Primenenie bistal'nykh balok v proletnykh stroeniyav avtodorozhnykh mostov. Avtoreferat dissertatsii na soiskanie uchenoi stepeni doktora tekhnicheskikh nauk [Bisteel beams in bridge girders. DSc Abstract]. Leningrad, 1991. 33 p. (rus)

**Сведения об авторах**

*Картопольцев Владимир Михайлович*, докт. техн. наук, профессор, ООО «ДИАМОС», 634003, г. Томск, пер. Соляной 24/1, [diamos@mail.ru](mailto:diamos@mail.ru)

*Картопольцев Андрей Владимирович*, канд. техн. наук, доцент, ООО «ДИАМОС», 634003, г. Томск, пер. Соляной 24/1, [diamos@mail.ru](mailto:diamos@mail.ru)

**Authors Details**

*Vladimir M. Kartopoltsev*, DSc, Professor, ООО “DIAMOS”, 24/1, Solyanoy Str., 634003, Tomsk, Russia, [diamos@mail.ru](mailto:diamos@mail.ru)

*Andrey V. Kartopoltsev*, PhD, A/Professor, ООО “DIAMOS”, 24/1, Solyanoy Str., 634003, Tomsk, Russia, [diamos@mail.ru](mailto:diamos@mail.ru)