

УДК 624.072.221

DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-4-110-129

Э.К. ОПБУЛ<sup>1</sup>, А-Х.Б. КАЛДАР-ООЛ<sup>2</sup>, ЛЕ КУАНГ ХЮИ<sup>1</sup>,<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный  
архитектурно-строительный университет,<sup>2</sup>Тувинский государственный университет

## ДЕФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ПРОЧНОСТИ ИЗГИБАЕМОГО ЭЛЕМЕНТА В СРЕДЕ MATLAB

**Аннотация.** В статье приводятся деформационные модели расчета прочности изгибаемых железобетонных элементов в программе Matlab. Универсальность деформационной модели заключается в возможности проведения контрольных тестов, например верификации конструктивных расчетов в стадии проектирования.

На основе нормативных диаграмм деформирования материалов и способа итерационных вычислений предлагаются два независимых друг от друга нелинейных расчёта. Одно из главных принятых условий методов заключается в том, что итерационные процессы начинаются при упругой работе элемента. Задачей итерационных вычислений является определение величины максимальной кривизны элемента и соответствующих ей деформаций. Критерием прочности методов являются расчетные деформации, величина которых не должна превышать допустимых значений, указанных в строительных нормах и правилах.

Приводятся алгоритмы расчетов в виде блок-схем, полученные результаты практических расчетов и выводы.

**Ключевые слова:** деформационная модель, нелинейный расчет, итерация, матрица жесткости, деформации, напряжения, железобетон

**Для цитирования:** Опбул Э.К., Калдар-оол А-Х.Б., Ле Куанг Хюи. Деформационная модель прочности изгибаемого элемента в среде Matlab // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2022. Т. 24. № 4. С. 110–129.

DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-4-110-129

E.K. OPBUL<sup>1</sup>, A-Kh.B. KALDAR-OOL<sup>2</sup>, LE QUANG HUY<sup>1</sup>,<sup>1</sup> Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering,<sup>2</sup> Tuvan State University

## DEFORMATION MODELING OF BENDING ELEMENT STRENGTH IN MATLAB

**Abstract.** The paper presents the strength analysis of bending reinforced concrete elements in the MATLAB support package. The versatility of the deformation model is its ability to conduct control tests, for example, verification of structural analysis at the design stage.

Based on the standard stress-strain state diagrams of materials and iteration procedures, two independent nonlinear analyses are suggested. One of the main accepted conditions is that iteration procedures occur at the elastic behavior of the member. Iteration procedures determine the maximum member curvature and its deformation. The strength criterion is theoretically calculated deformation, which must not exceed permissible values specified in construction codes and regulations. Calculation algorithms are given in flowcharts. In conclusion, the results of experimental data are presented.

**Keywords:** deformation model, nonlinear strength analysis, iteration procedures, stiffness matrix, stress-strain state, reinforced concrete

**For citation:** Opbul E.K., Kaldar-Ool A-Kh.B., Le Kuang Khyui. Deformatsionnaya model' prochnosti izgibaemogo elementa v srede Matlab [Deformation modeling of bending element strength in Matlab]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2022. V. 24. No. 4. Pp. 110–129  
DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-4-110-129

## Введение

Объектом аналитического исследования является изгибающаяся железобетонная балка, находящаяся под действием равномерно распределенной нагрузки.

Предлагаемые методы, разработанные в программе Matlab, могут проводить расчёты прочности не только для тавровых или двутавровых сечений, но и могут быть адаптированы для более сложных форм поперечного сечения, например треугольной и круглой. При этом расхождения между результатами расчетов оказываются достаточно малы, порядка 1 %. Деформационные модели расчета могут быть эффективны и актуальны при проверке достоверности и надёжности проектных расчетов заказчика, когда уже определены несущая способность, трещиностойкость и жесткость элемента на изгиб.

Цель исследования – практическое применение деформационной модели при расчете прочности изгибаемых элементов в вычислительной среде Matlab.

Изгибаемым элементам посвящены исследования [1–5]. В работах [1–3] рассматривается довольно важный вопрос о наиболее безопасном и оптимальном проектировании конструкций, в котором используются аналитические и численные методы расчета. Актуальны исследования комбинированных изгибаемых элементов [4], состоящих сразу из нескольких материалов [5]: ламинированной фанеры, фибробетона [6–11], стали [12, 13] и композитной арматуры из полимеров [14, 15]. Есть исследования, в которых конструкционный материал одновременно не только прочный, но и легкий, армированный различными синтетическими полимерами [16, 17], коррозионностойкая нержавеющая сталь [18–22].

Известен нормативный документ<sup>1</sup>, где приводится общая теория расчета железобетонных конструкций по деформационной модели. Применительно к изгибаемым элементам из фиброжелезобетона посвящены работы [23–26], в которых также использованы итерационные процедуры.

В работе [27] представлены ряд идей и формул для расчета изгибаемых железобетонных конструкций, основанные на методе проектирования UDM [28] и с традиционным подходом ACI [29]. Эти формулы и идеи имеют большое значение при обучении инженерных и конструкторских направлений, т. к. идея коэффициентов армирования наиболее понятна, чем декоративность материала.

---

<sup>1</sup> СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Свод правил.

Исследования [30, 31] наглядно демонстрируют влияние нелинейных свойств бетона и арматуры на точность при расчете прогибов железобетонных балок. Подход к расчету основан на принципах нелинейного деформирования материалов и выполнен в виде численного эксперимента.

Моделирование поведения изгибаемых железобетонных балок с учетом реального напряженно-деформированного состояния представлено в работе [32]. Для улучшения физико-механических характеристик элементов конструкций на стадии проектирования конструкции необходимо оценить возможное сочетание влияний деформационных характеристик материалов, внешних нагрузок, технологии изготовления элементов конструкций и внешних условий окружающей среды.

Ниже представлены примеры расчета прочности изгибаемого железобетонного элемента по деформационной модели, также выполнен сравнительный расчет зарубежного аналога [18].

## 1. Метод расчета

### 1.1. Диаграммы деформирования материалов (бетон, арматура) согласно своду правил СП 63.13330.2018

На рис. 1 представлены полные диаграммы деформированного состояния бетона при сжатии и растяжении.

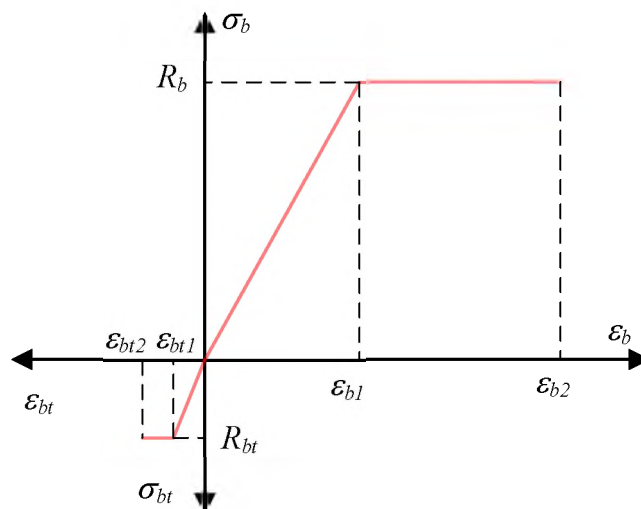


Рис. 1. Диаграмма деформирования бетона

В табл. 1 представлены расчетные формулы для напряжений и модулей бетона в зависимости от деформаций.

При этом  $\varepsilon_{b1} = \varepsilon_{b1,red} = 15 \cdot 10^{-4}$ ;  $\varepsilon_{b2} = 35 \cdot 10^{-4}$ ;  $\varepsilon_{bt1} = \varepsilon_{bt1,red} = 8 \cdot 10^{-5}$ ;  $\varepsilon_{bt2} = 15 \cdot 10^{-5}$ .

На рис. 2 представлены полные диаграммы деформированного состояния арматуры при сжатии и растяжении.

Таблица 1

## Напряжения и модули в бетоне при сжатии и растяжении

При сжатии			При растяжении		
$\varepsilon$	$\sigma$	$E$	$\varepsilon$	$\sigma$	$E$
$0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b1}$	$\sigma_b = \varepsilon_b \cdot E'_b$	$E'_b = \frac{R_b}{\varepsilon_{b1,red}}$	$0 \leq \varepsilon_{bt} \leq \varepsilon_{bt1}$	$\sigma_{bt} = \varepsilon_{bt} \cdot E'_{bt}$	$E'_{bt} = \frac{R_{bt}}{\varepsilon_{bt1,red}}$
$\varepsilon_{b1} < \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b2}$	$\sigma_b = R_b$	$E'_b = \frac{R_b}{\varepsilon_b}$	$\varepsilon_{bt1} < \varepsilon_{bt} \leq \varepsilon_{bt2}$	$\sigma_{bt} = R_{bt}$	$E'_{bt} = \frac{R_{bt}}{\varepsilon_{bt}}$
$\varepsilon_{b2} < \varepsilon_b$	$\sigma_b = 0$	$E'_b = 0$	$\varepsilon_{bt2} < \varepsilon_{bt}$	$\sigma_{bt} = 0$	$E'_{bt} = 0$

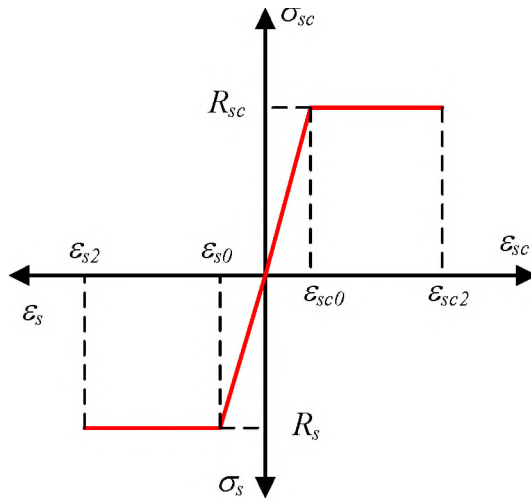


Рис. 2. Диаграммы деформированного состояния арматуры

В табл. 2 представлены расчетные формулы для напряжений и модулей арматуры в зависимости от деформаций.

Таблица 2

## Напряжения и модули в арматуре

При сжатии			При растяжении		
$\varepsilon$	$\sigma$	$E$	$\varepsilon$	$\sigma$	$E$
$0 < \varepsilon_{sc} < \varepsilon_{sc0}$	$\sigma_{sc} = \varepsilon_{sc} \cdot E'_{sc}$	$E'_{sc} = \frac{R_{sc}}{\varepsilon_{sc0}}$	$0 < \varepsilon_s < \varepsilon_{s0}$	$\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E'_s$	$E'_s = \frac{R_s}{\varepsilon_{s0}}$
$\varepsilon_{sc0} \leq \varepsilon_{sc} \leq \varepsilon_{sc2}$	$\sigma_{sc} = R_{sc}$	$E'_{sc} = \frac{R_{sc}}{\varepsilon_{sc}}$	$\varepsilon_{s0} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{s2}$	$\sigma_s = R_s$	$E'_s = \frac{R_s}{\varepsilon_s}$
$\varepsilon_{sc2} < \varepsilon_{sc}$	$\sigma_{sc} = 0$	$E'_{sc} = 0$	$\varepsilon_{s2} < \varepsilon_s$	$\sigma_s = 0$	$E'_s = 0$

При этом  $\varepsilon_{sc0} = \frac{R_{sc}}{E_{sc}}$ ;  $\varepsilon_{sc2} = 25 \cdot 10^{-3}$ ;  $\varepsilon_{s0} = \frac{R_s}{E_s}$ ;  $\varepsilon_{s2} = 25 \cdot 10^{-3}$ .



Последующая итерация начинается с определения модуля упругости (модуля деформаций) в зависимости от величины деформаций в элементарных (малых) участках сечения и нового положения нейтральной линии.

Итерационные вычисления заканчиваются тогда, когда будут установлены максимальная величина кривизны и соответствующие ей деформации в контролируемых точках нормального сечения. Контролируемыми точками являются крайняя сжатая фибра (бетон) и крайняя растянутая фибра (арматура) нормального сечения.

### 1.3. Алгоритм расчёта второго метода

Второй деформационный метод основан на использовании теории расчета, приведенной в СП 63.13330.2018, где кривизна определяется с помощью матрицы жесткостных характеристик поперечного сечения. Порядок расчета второго метода представлен на рис. 4.

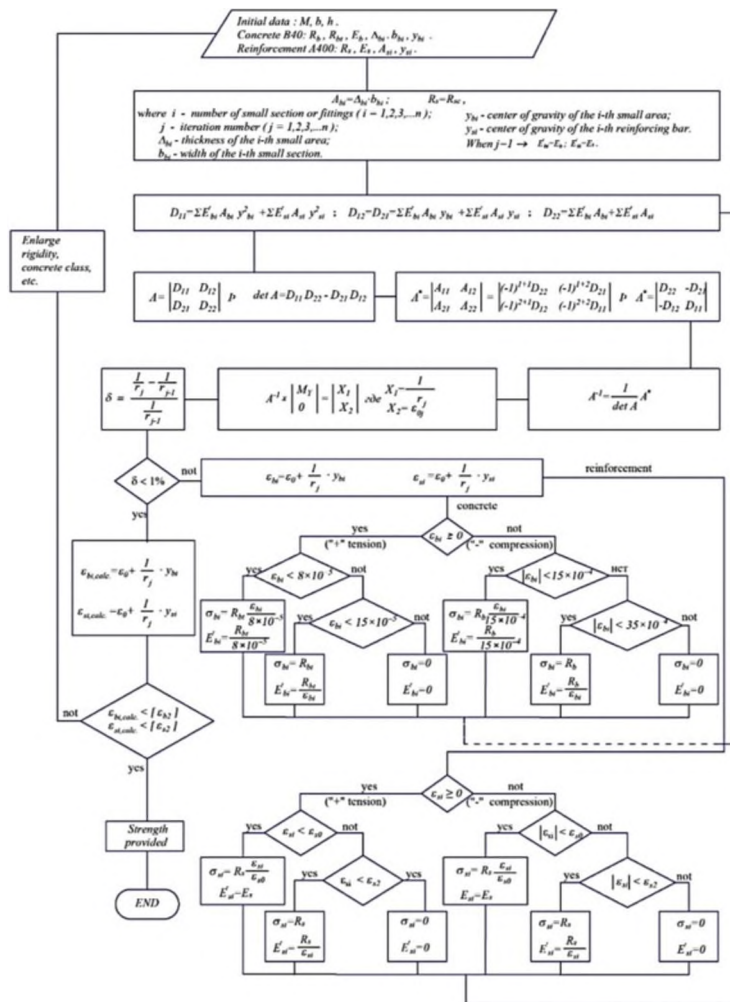


Рис. 4. Блок-схема второго метода

## 2. Пример расчета

Исходные данные:

класс бетона В40:  $R_b = 22$  МПа,  $R_{bt} = 1,4$  МПа,  $E_b = 36000$  МПа.

Диаграммы состояния бетона и арматуры представлены на рис. 5 и 6.

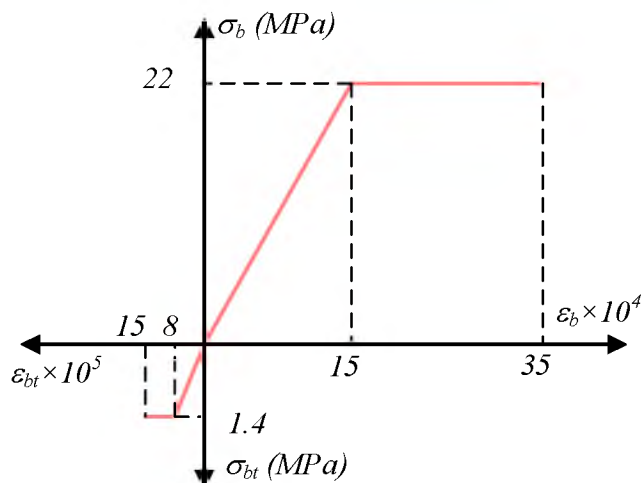


Рис. 5. Диаграммы состояния бетона класса В40

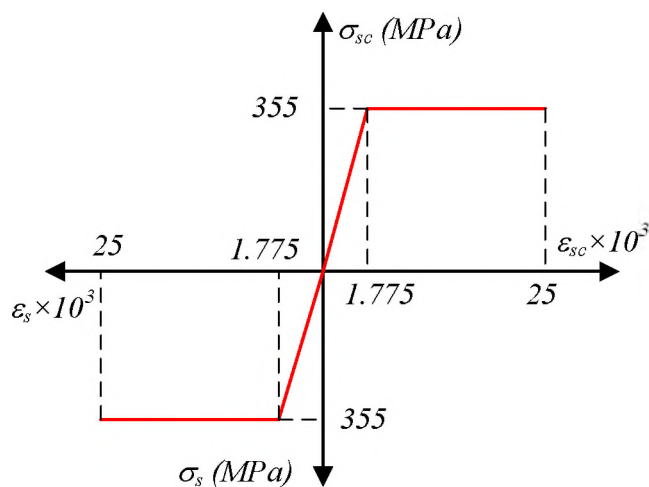


Рис. 6. Диаграммы состояния арматуры класса А400

Продольная арматура класса А400:  $R_s = 355$  МПа,  $R_{sc} = 355$  МПа,  $E_s = 2 \cdot 10^5$  МПа.

Поперечное сечение  $570 \times 450$  мм, длина ригеля 5400 мм (рис. 7). В сечении действует изгибающий момент, равный  $M = 430 \cdot 10^6$  Нмм.

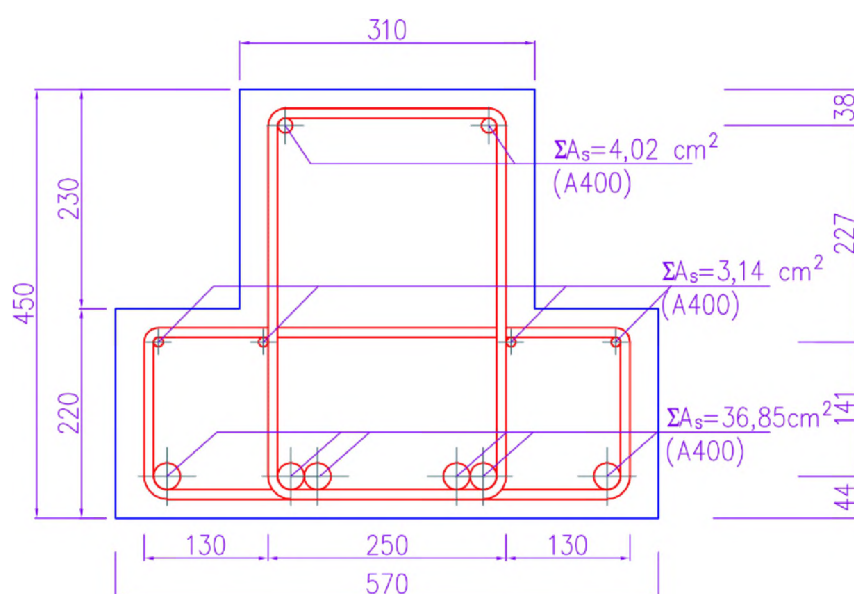


Рис. 7. Поперечное сечение ригеля

Аналитические расчеты проводились с использованием программы Matlab, полученные результаты которых представлены на рис. 11–18.

На рис. 8 представлены исходные данные для примера.

$$M \text{ (N.mm)} = 430000000.000$$

Class concrete: B40

Rb	Rbt	Eb
(MPa)	(MPa)	(MPa)
22.000	1.400	36000.000

Class stell: A-III

Rs	Rst	Es
(MPa)	(MPa)	(MPa)
355.000	355.000	200000.000

Рис. 8. Исходные данные материала и значение момента

Перед началом итерационных расчетов предварительно необходимо произвольно сделать разбивку поперечного сечения на элементарные малые участки. В нашем случае количество малых участков поперечного сечения составило 13 (рис. 9).

На рис. 10 представлены количество слоев и расчетные параметры поперечного сечения ригеля.



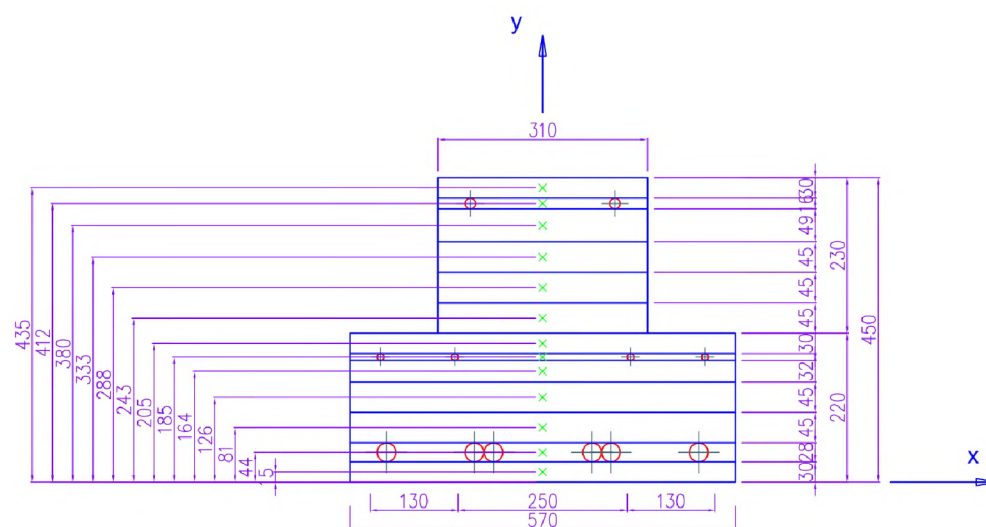


Рис. 9. Разбивка поперечного сечения

i	delta_bi (mm)	bbi (mm)	ybi(i) (mm)	Abi (mm <sup>2</sup> )	ysi (mm)	Asi (mm <sup>2</sup> )
1.0	30.000	570.000	15.000	17100.000	0.000	0.000
2.0	28.000	570.000	44.000	12275.000	44.000	3685.000
3.0	45.000	570.000	80.500	25650.000	0.000	0.000
4.0	45.000	570.000	125.500	25650.000	0.000	0.000
5.0	32.000	570.000	164.000	18240.000	0.000	0.000
6.0	10.000	570.000	185.000	5306.000	185.000	314.000
7.0	30.000	570.000	205.000	17100.000	0.000	0.000
8.0	45.000	310.000	242.500	13950.000	0.000	0.000
9.0	45.000	310.000	287.500	13950.000	0.000	0.000
10.0	45.000	310.000	332.500	13950.000	0.000	0.000
11.0	49.000	310.000	379.500	15190.000	0.000	0.000
12.0	16.000	310.000	412.000	4558.000	412.000	402.000
13.0	30.000	310.000	435.000	9300.000	0.000	0.000

Рис. 10. Основные параметры слоев по сечению:

$i$  – порядковый номер малого участка;  $\delta_{bi}$ ,  $y_{bi}(i)$ ,  $b_{bi}$ ,  $A_{bi}$  – соответственно высота, расстояние от крайнего волокна нижней растянутой зоны до центра тяжести, ширина и площадь;  $y_{si}$ ,  $A_{si}$  – соответственно расстояние от внешнего края нижней пристройки до центра тяжести и площадь арматуры

С целью сокращения объема статьи ниже приводятся только первая, вторая и последняя итерации (рис. 11–16).

### 3. Результаты

#### 3.1. Пример расчета по первому методу $M_1$

Приведены:  $j$  – итерация;  $ynl(1, j)$  – расстояние от нейтральной оси до крайнего края растянутой зоны сечения;  $a = l/r$  – расчётная кривизна;  $\delta$  – относительное отклонение кривизны;  $\epsilon_b(i, j)$ ,  $\sigma_b(i, j)$ ,  $E_{ph_b}(i, j)$  – соответственно значения деформаций, напряжений и модуля бетона  $i$ -го слоя при  $j$ -й итерации;  $\epsilon_{b\_calc}(i, j)$ ,  $\sigma_{b\_calc}(i, j)$  – соответственно расчетные значения деформаций, напряжений бетона  $i$ -го слоя при  $j$ -й итерации;  $\epsilon_s(i, j)$ ,  $\sigma_s(i, j)$ ,  $E_{ph_s}(i, j)$  – соответственно значения деформаций, напряжений и мо-

дуля арматуры  $i$ -го слоя при  $j$ -й итерации;  $eps\_scal(i, j)$ ,  $sig\_scal(i, j)$  – соответственно расчетные значения деформаций, напряжений арматуры  $i$ -го слоя при  $j$ -й итерации;  $Mscal$  – расчетный момент.

#### а) Первая итерация

На рис. 11 и 12 представлены первая итерация и эпюры деформаций и напряжений в поперечном сечении.

j =	1.0						
ynl(1,j) =	180.109						
a = 1/r =	0.00003881950						
delta =	0.010000000000						
i	yh(i) (mm)	eps_b(i,j)	sig_b(i,j) (N/mm2)	Eph_b(i,j) (N/mm2)	eps_s(i,j)	sig_s(i,j) (N/mm2)	Eph_s(i,j) (N/mm2)
1.0	15.000	0.000640944909	0.000	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000
2.0	44.000	0.000528368369	0.000	30600.000	0.000528368369	105.674	200000.000
3.0	80.500	0.000386677205	0.000	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000
4.0	125.500	0.000211989470	0.000	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000
5.0	164.000	0.000062534408	1.094	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000
6.0	185.000	-0.000018986536	-0.278	30600.000	-0.000018986536	-3.797	200000.000
7.0	205.000	-0.000096625529	-1.417	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000
8.0	242.500	-0.000242198642	-3.552	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000
9.0	287.500	-0.000416886377	-6.114	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000
10.0	332.500	-0.000591574113	-8.676	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000
11.0	379.500	-0.000774025748	-11.352	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000
12.0	412.000	-0.000900189112	-13.203	30600.000	-0.000900189112	-180.038	200000.000
13.0	435.000	-0.000989473955	-14.512	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000

Рис. 11. Первая итерация

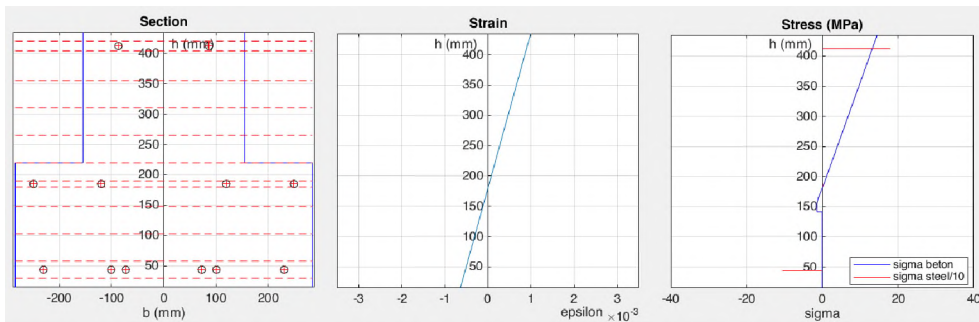


Рис. 12. Эпюры деформаций и напряжений в поперечном сечении первой итерации

#### б) Вторая итерация

На рис. 13 и 14 представлены результаты второй итерации.

j =	2.0						
ynl(1,j) =	211.535						
a = 1/r =	0.000009576264						
delta =	1.466869614156						
i	yh(i) (mm)	eps_b(i,j)	sig_b(i,j) (N/mm2)	Eph_b(i,j) (N/mm2)	eps_s(i,j)	sig_s(i,j) (N/mm2)	Eph_s(i,j) (N/mm2)
1.0	15.000	0.001882067049	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
2.0	44.000	0.001604355402	0.000	0.000	0.001604355402	320.871	200000.000
3.0	80.500	0.001254821777	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
4.0	125.500	0.000823889911	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
5.0	164.000	0.000455203758	0.000	17500.000	0.000000000000	0.000	200000.000
6.0	185.000	0.000254102220	0.000	14666.667	0.000254102220	50.820	200000.000
7.0	205.000	0.000062576947	1.095	14666.667	0.000000000000	0.000	200000.000
8.0	242.500	-0.000296532942	-4.349	14666.667	0.000000000000	0.000	200000.000
9.0	287.500	-0.000727464809	-10.669	14666.667	0.000000000000	0.000	200000.000
10.0	332.500	-0.001158396675	-16.998	14666.667	0.000000000000	0.000	200000.000
11.0	379.500	-0.001608481069	-22.000	14666.667	0.000000000000	0.000	200000.000
12.0	412.000	-0.001919709639	-22.000	14666.667	-0.001919709639	-355.000	200000.000
13.0	435.000	-0.002139963704	-22.000	14666.667	0.000000000000	0.000	200000.000

Рис. 13. Вторая итерация

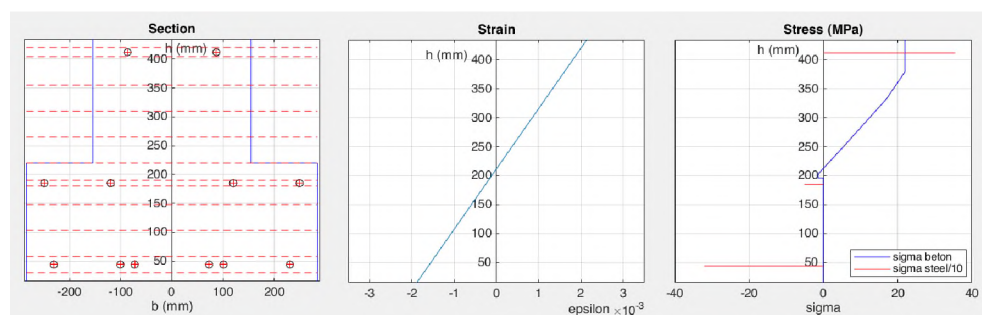


Рис. 14. Эпюра деформаций и напряжений второй итерации

## с) Двадцать вторая итерация

На рис. 15 и 16 представлены эпюры деформаций и напряжений двадцать второй итерации.

j = 22.0							
ynl(1,j) = 215.876							
a = 1/r = 0.000013961269							
delta = 0.010557864333							
i	y <sub>b</sub> (i) (mm)	eps_b(i,j)	sig_b(i,j) (N/mm <sup>2</sup> )	eph_b(i,j) (N/mm <sup>2</sup> )	eps_s(i,j)	sig_s(i,j) (N/mm <sup>2</sup> )	eph_s(i,j) (N/mm <sup>2</sup> )
1.0	15.000	0.002804481409	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
2.0	44.000	0.002399604603	0.000	0.000	0.002399604603	355.000	149892.104
3.0	80.500	0.001890018279	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
4.0	125.500	0.001261761166	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
5.0	164.000	0.000724252303	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
6.0	185.000	0.000431065650	0.000	0.000	0.000431065650	86.213	200000.000
7.0	205.000	0.000151840267	0.000	9716.179	0.000000000000	0.000	200000.000
8.0	242.500	-0.000371707327	-5.452	14666.667	0.000000000000	0.000	200000.000
9.0	287.500	-0.00099964439	-14.666	14666.667	0.000000000000	0.000	200000.000
10.0	332.500	-0.001628221552	-22.000	13602.288	0.000000000000	0.000	200000.000
11.0	379.500	-0.002284401203	-22.000	9705.743	0.000000000000	0.000	200000.000
12.0	412.000	-0.002738142451	-22.000	8101.042	-0.002738142451	-355.000	130721.367
13.0	435.000	-0.003059251642	-22.000	7252.458	0.000000000000	0.000	200000.000
Mcalc (kN.m) = 425.318							
x (mm) = 234.124							

Рис. 15. Двадцать вторая итерация

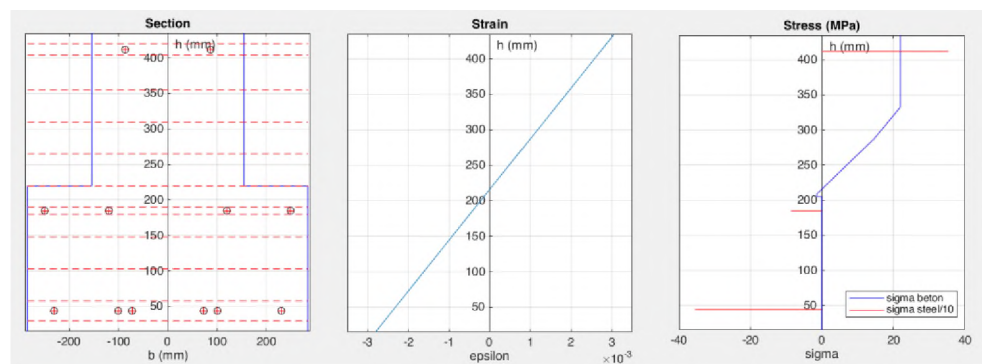


Рис. 16. Эпюры деформаций и напряжений двадцать второй итерации

3.2. Пример расчета по второму методу M<sub>2</sub>

В связи с тем, что результаты расчетов второго метода показывают абсолютно такие же численные значения, как и в первом методе, ниже, на

рис. 17 и 18, представлены результаты только первой и последней итераций в табличной форме.

На рис. 17 и 18 представлены первая и двадцать вторая итерации.

j =	1.0						
1/r =	0.000003881950						
eps_0 =	-0.000699174154						
delta =	0.010000000000						
i	yh(i) (mm)	esp_b(i,j)	sig_b(i,j) (N/mm2)	Eph_b(i,j) (N/mm2)	eps_s(i,j)	sig_s(i,j) (N/mm2)	Eph_s(i,j) (N/mm2)
1.0	15.000	0.000640944909	0.000	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000
2.0	44.000	0.000528368369	0.000	30600.000	0.000528368369	105.674	200000.000
3.0	80.500	0.000386677205	0.000	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000
4.0	125.500	0.000211989470	0.000	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000
5.0	164.000	0.000062534408	1.094	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000
6.0	185.000	-0.000018986536	-0.278	30600.000	-0.000018986536	-3.797	200000.000
7.0	205.000	-0.000096625529	-1.417	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000
8.0	242.500	-0.000242198642	-3.552	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000
9.0	287.500	-0.000416886377	-6.114	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000
10.0	332.500	-0.000591574113	-8.676	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000
11.0	379.500	-0.000774025748	-11.352	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000
12.0	412.000	-0.000900189112	-13.203	30600.000	-0.000900189112	-180.038	200000.000
13.0	435.000	-0.000989473955	-14.512	30600.000	0.000000000000	0.000	200000.000

Рис. 17. Первая итерация

j =	22.0						
1/r =	0.000013961269						
eps_0 =	-0.003013900447						
delta =	0.010557864333						
i	yh(i) (mm)	esp_b(i,j)	sig_b(i,j) (N/mm2)	Eph_b(i,j) (N/mm2)	eps_s(i,j)	sig_s(i,j) (N/mm2)	Eph_s(i,j) (N/mm2)
1.0	15.000	0.002804481409	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
2.0	44.000	0.002396604603	0.000	0.000	0.002396604603	355.000	149892.104
3.0	80.500	0.001890018279	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
4.0	125.500	0.001261761166	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
5.0	164.000	0.000724252303	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
6.0	185.000	0.000431065650	0.000	0.000	0.000431065650	06.213	200000.000
7.0	205.000	0.000151840267	0.000	9716.179	0.000000000000	0.000	200000.000
8.0	242.500	-0.000371707327	-5.452	14666.667	0.000000000000	0.000	200000.000
9.0	287.500	-0.000999664439	-14.666	14666.667	0.000000000000	0.000	200000.000
10.0	332.500	-0.001628221552	-22.000	13602.288	0.000000000000	0.000	200000.000
11.0	379.500	-0.002284401203	-22.000	9705.743	0.000000000000	0.000	200000.000
12.0	412.000	-0.002738142451	-22.000	8101.042	-0.002738142451	-355.000	130721.367
13.0	435.000	-0.003059251642	-22.000	7252.458	0.000000000000	0.000	200000.000

Рис. 18. Двадцать вторая итерация

Минимальное относительное отклонение расчётов, равное  $\delta = 1,05\%$ , показывает двадцать вторая итерация в обоих случаях.

В табл. 3 в зависимости от рис. 15 (метод 1) и 18 (метод 2) представлен деформационный критерий прочности по [23]. Полученные расчетные деформации первого и второго методов показывают абсолютно одинаковые значения.

Таблица 3

#### Деформации в контролируемых точках

Деформационный критерий прочности в контролируемых точках			
В сжатой зоне $\varepsilon_b$ (max)	$\varepsilon_b \leq [\varepsilon_b] = 3,5 \cdot 10^{-3}$ [23]	В растянутой зоне $\varepsilon_s$ (max)	$\varepsilon_s \leq [\varepsilon_s] = 25 \cdot 10^{-3}$ [23]
$3,059 \cdot 10^{-3}$	Условие выполняется	$2,399 \cdot 10^{-3}$	Условие выполняется

#### 4. Сравнительный расчет предлагаемой методики с зарубежными стандартами

Для оценки возможностей предложенных деформационных методов ниже приводится сравнительный расчет с результатами расчетов, выполненных по нормам зарубежных стран. Согласно источнику [18], изгибаемый железобетонный элемент представляет собой балку типа SS, армированную нержавеющей арматурной сталью класса 1.4311 (304LN) с геометрическими размерами 150×280×2950 (рис. 19). Рассмотрены элементы с классом бетона С30 (В30). Арматурные стержни принимаются 2φ12 ( $A_s = 226,08 \text{ мм}^2$ ) и на сжатие 2φ8 ( $A_s = 100,48 \text{ мм}^2$ ) с расчетным сопротивлением  $R_s = 480 \text{ МПа}$  (условный предел текучести). Расстояние от краевой поверхности балки до центра тяжести натянутой арматуры  $a' = 29 \text{ мм}$ .

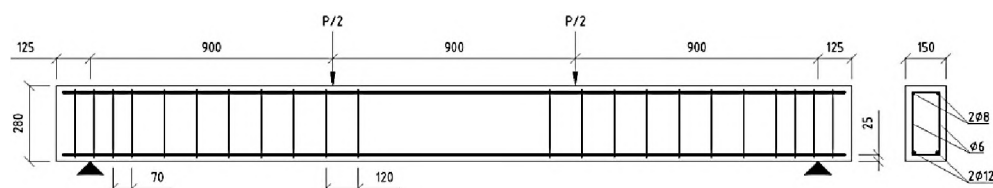


Рис. 19. Железобетонная балка (304LN)

Согласно пункту 8.1.9 в работе [23], в случае  $\xi = \frac{x}{h_0} \leq \xi_R$  предельный момент  $M_{LS}$  определяется по формуле

$$M_{LS} = R_b \cdot b \cdot x (h_0 - 0,5 \cdot x) + R_{sc} \cdot A'_s (h_0 - a') ;$$

$$x = \frac{R_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A'_s}{R_b \cdot b} .$$

Соответственно для балок из бетона В30:

- высота сжатой зоны: 23,64 мм;
- предельный момент:  $M_{LS} = 24,91 \text{ кН·м}$ .

На рис. 20 представлены количество слоев и расчетные параметры поперечного сечения железобетонной балки.

Parameters of section layers						
i	delta_bi (mm)	bbi (mm)	ybi(i) (mm)	Abi (mm <sup>2</sup> )	ysi (mm)	Asi (mm <sup>2</sup> )
1.0	25.000	150.000	12.500	3750.000	0.000	0.000
2.0	12.000	150.000	31.000	1573.920	31.000	226.080
3.0	35.000	150.000	54.500	5250.000	0.000	0.000
4.0	35.000	150.000	89.500	5250.000	0.000	0.000
5.0	35.000	150.000	124.500	5250.000	0.000	0.000
6.0	35.000	150.000	159.500	5250.000	0.000	0.000
7.0	35.000	150.000	194.500	5250.000	0.000	0.000
8.0	35.000	150.000	229.500	5250.000	0.000	0.000
9.0	8.000	150.000	251.000	1099.520	251.000	100.480
10.0	25.000	150.000	267.500	3750.000	0.000	0.000

Рис. 20. Расчетные параметры поперечного сечения балки

а) На рис. 21 и 22 представлена последняя 54-я итерация первого метода, при котором относительное отклонение составило  $\delta = 0,99 \%$ .

j =	54.0
ynl(1,j) =	223.542
a = 1/r =	0.00036440877
delta =	0.009941508907

i	y <sub>b</sub> (i) (mm)	eps_bcalc	sig_bcalc (N/mm <sup>2</sup> )	Eph_b(i,j) (N/mm <sup>2</sup> )	eps_scalc	sig_scalc (N/mm <sup>2</sup> )	Eph_s(i,j) (N/mm <sup>2</sup> )
1.0	12.500	0.007690560189	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
2.0	31.000	0.007016403958	0.000	0.000	0.007016403958	480.000	69140.936
3.0	54.500	0.006160043340	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
4.0	89.500	0.004884612632	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
5.0	124.500	0.003609181925	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
6.0	159.500	0.002333751217	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
7.0	194.500	0.001058320510	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
8.0	229.500	-0.000217110198	-2.461	11333.333	0.000000000000	0.000	200000.000
9.0	251.000	-0.001000589061	-11.340	11333.333	-0.001000589061	-200.118	200000.000
10.0	267.500	-0.001601863537	-17.000	10684.495	0.000000000000	0.000	200000.000

Mcalc (kN.m) = 24.668  
x (mm) = 56.458

Рис. 21. Деформации и напряжения

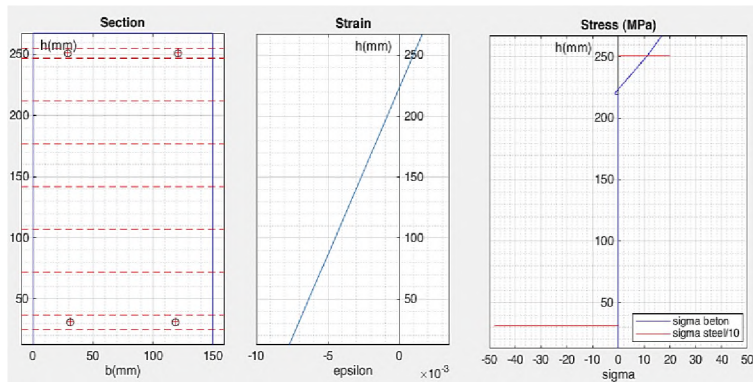


Рис. 22. Эпюры деформаций и напряжений

б) На рис. 23 и 24 представлены результаты расчётов второго метода.

j =	54.0
1/r =	0.00036440877
eps_0 =	-0.008146071156
delta =	0.009941508907

i	y <sub>b</sub> (i) (mm)	eps_bcalc	sig_bcalc (N/mm <sup>2</sup> )	Eph_b(i,j) (N/mm <sup>2</sup> )	eps_scalc	sig_scalc (N/mm <sup>2</sup> )	Eph_s(i,j) (N/mm <sup>2</sup> )
1.0	12.500	0.007690560189	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
2.0	31.000	0.007016403958	0.000	0.000	0.007016403958	480.000	69140.936
3.0	54.500	0.006160043340	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
4.0	89.500	0.004884612632	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
5.0	124.500	0.003609181925	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
6.0	159.500	0.002333751217	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
7.0	194.500	0.001058320510	0.000	0.000	0.000000000000	0.000	200000.000
8.0	229.500	-0.000217110198	-2.461	11333.333	0.000000000000	0.000	200000.000
9.0	251.000	-0.001000589061	-11.340	11333.333	-0.001000589061	-200.118	200000.000
10.0	267.500	-0.001601863537	-17.000	10684.495	0.000000000000	0.000	200000.000

Рис. 23. Результаты расчета

Полученные численные значения деформаций и напряжений в обоих методах абсолютно одинаковы, и коэффициент отклонения составляет  $\delta = 0,99 \%$ .



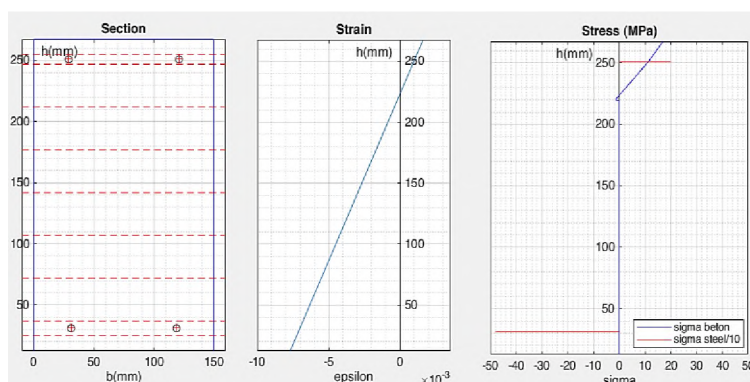


Рис. 24. Эпюры деформаций и напряжений

с) Сравнение результатов расчета изгибаемой балки 1.4311 (304LN) методами № 1 и № 2.

В табл. 4 в зависимости от рис. 21 (метод 1) и 23 (метод 2) представлен деформационный критерий прочности. Полученные расчетные деформации первого и второго методов показывают абсолютно одинаковые значения.

Таблица 4

#### Деформации в контролируемых точках

Деформационный критерий прочности в контролируемых точках			
В сжатой зоне $\varepsilon_b(\max)$	$\varepsilon_b \leq [\varepsilon_b] = 3,5 \cdot 10^{-3}$ [23]	В растянутой зоне $\varepsilon_s(\max)$	$\varepsilon_s \leq [\varepsilon_s] = 25 \cdot 10^{-3}$ [23]
$1,602 \cdot 10^{-3}$	Условие выполняется	$7,016 \cdot 10^{-3}$	Условие выполняется

В табл. 5 приведены сравнения изгибающих моментов.

Таблица 5

#### Изгибающие моменты

Results according to [18] table 4				[23]	DM	$M_{EC2}/M_1$ (%)	$M_{AM}/M_1$ (%)	$M_{FE}/M_1$ (%)	$M_{SM}/M_1$ (%)
$M_{EC2}$ (кН·м)	$M_{AM}$ (кН·м)	$M_{FE}$ (кН·м)	$M_{SM}$ (кН·м)	$M_{LS}$ (кН·м)	$M_1 = M_2$ (кН·м)				
26,15	31,95	39,56	30,20	24,91	24,668	6,01	29,45	60,37	22,43

Здесь  $M_{EC2}$  – момент по Еврокод-2;  $M_{AM}$  – полный аналитический момент;  $M_{FE}$  – численный момент Abaqus;  $M_{SM}$  – упрощенный аналитический момент;  $M_{LS}$  – предельный момент по СП 63.13330.2018; DM – деформационная модель;  $M_1, M_2$  – методы 1 и 2.

Численные значения моментов согласно [18], представленные в табл. 5, показывают хорошую сходимость деформационных методов ( $M_1, M_2$ ) с результатами расчётов по Еврокод-2 ( $M_{EC2}$ ), и погрешность составляет порядка 6 %.

Достаточно большое расхождение (60 %) между методами  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_{EC2}$  и Abaqus объясняется с тем, что в первом случае использовано расчетное сопротивление стали  $\sigma_{0,2}$ , а во втором в численном методе – предельное сопротивление  $\sigma_u$ .

При этом, согласно напряженно-деформированному состоянию, представленному на рис. 23 и 24, экспериментальная балка 1.4311 (304LN) по [18] проектирована неэффективно, т. к. высота сжатой зоны достаточно мала, а значит, и жесткость недостаточна.

### Выводы

По результатам предложенных методов аналитического расчета с использованием программного комплекса Matlab можно сделать следующие выводы:

1. Применение полученных алгоритмов эффективно при проверке надежности проектных расчетов, в том числе при проектировании зданий и сооружений с заранее известными расчетными параметрами (класс бетона, арматура, геометрические характеристики, усилия) элементов конструкций из комбинированных строительных материалов.

2. Предложенные методы применимы к поперечному сечению балки «Т-образной» и прямоугольной балки и могут быть адаптированы для более сложных форм поперечного сечения.

3. Окончательные результаты сохраняются в виде таблиц и графически отображаются в рабочем пространстве программного пакета Matlab, что обеспечивает взаимодействие с другими текстовыми редакторами.

4. Эти методы практичны и обладают достаточно высокой скоростью вычислений за счет использования матричной записи систем уравнений.

5. Представленные две модели деформации дают идентичные численные результаты, которые показывают адекватность методов.

6. Метод 1 имеет преимущества перед методом 2, т. к. в первом случае легко определить положение нейтральной линии и высоту сжатой зоны.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Michal D., Jacek Š. Design Aspects of the Safe Structuring of Reinforcement in Reinforced Concrete Bending Beams // Procedia Engineering. 2017. V. 172. P. 211–217. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.02.051
2. Herranz J.P., Maria H.S., Gutiérrez S., Riddell R. Optimal Strut-and-tie models using full homogenization optimization method // ACI Structural Journal. 2012. V. 109(5). P. 605–613. DOI:10.14359/51684038
3. Garstecki A., Glema A., Ścigallo J. Optimal design of reinforced concrete beams and frames // Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences. 1996. V. 3 (3). P. 223–231.
4. Amin A., Gilbert R.I. Instantaneous Crack Width Calculation for Steel Fiber-Reinforced Concrete Flexural Members // Aci Structural Journal. 2018. V. 115. № 2. P. 535–542. DOI:10.14359/51701116
5. Szeptyński P. Comparison and experimental verification of simplified one-dimensional linear elastic models of multilayer sandwich beams // Composite Structures. 2020. V. 214. P. 1–13. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112088
6. Gao D.Y., Gu Z. qiang, Wu C. Bending Behavior and Deflection Prediction of High-Strength SFRC Beams under Fatigue Loading // Journal of Materials Research and Technology. 2020. V. 9. P. 6143–6159. DOI: 10.1016/j.jmrt.2020.04.017



7. Wu Z., Shi C., He W., Wu L. Effects of steel fiber content and shape on mechanical properties of ultra high-performance concrete // *Construction and Building Materials*. 2016. V. 103. P. 8–14. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2015.11.028
8. Yoo D.Y., Banthia N., Yoon Y.S. Impact resistance of reinforced ultra-high-performance concrete beams with different steel fibers // *ACI Structural Journal*. 2017. V. 114 (1). P. 113–124. DOI:10.14359/51689430
9. Ulzurrin G.S.D., Zamy C. Enhancement of impact performance of reinforced concrete beams without stirrups by adding steel fibers // *Construction and Building Materials*. 2017. V. 145. P. 166–182. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2017.04.005
10. Gali S., Subramaniam K.V.L. Investigation of the dilatant behavior of cracks in the shear response of steel fiber reinforced concrete beams // *Engineering Structures*. 2017. V. 152. P. 832–842. DOI:10.1016/j.engstruct.2017.09.050
11. Li Q., Huang B., Xu S., Zhou B., Yu R.C. Compressive fatigue damage and failure mechanism of fiber reinforced cementitious material with high ductility // *Cement and Concrete Research*. 2016. V. 90. P. 174–183. DOI:10.1016/j.cemconres.2016.09.019
12. Butean C., Heghes B. Cost Efficiency of a Two Layer Reinforced Concrete Beam // *Procedia Manufacturing*. 2020. V. 46. P. 103–109. DOI:10.1016/j.promfg.2020.03.016
13. Glowacki M., Kowalski R. An experimental approach to the estimation of stiffness changes in RC elements exposed to bending and high temperature // *Engineering Structures*. 2020. V. 217. P. 1–15. DOI:10.1016/j.engstruct.2020.110720
14. Zhu H., Cheng S., Gao D., Neaz S.M., Li C. Flexural behavior of partially fiber-reinforced high-strength concrete beams reinforced with FRP bars // *Construction and Building Materials*. 2018. V. 161. Pp. 587–597. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2017.12.003
15. Song A., Wan S., Jiang Z., Xu J. Residual deflection analysis in negative moment regions of steel-concrete composite beams under fatigue loading // *Construction and Building Materials*. 2018. V. 158. P. 50–60. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2017.09.075
16. Fava G., Carvelli V., Pisani M.A. Remarks on bond of GFRP rebars and concrete // *Composites Part B: Engineering*. 2016. V. 93. P. 210–220. DOI:10.1016/j.compositesb.2016.03.012
17. Aulia T.B., Rinaldi. Bending capacity analysis of high-strength reinforced concrete beams using environmentally friendly synthetic fiber composites // *Procedia Engineering*. 2015. V. 125. P. 1121–1128. DOI:10.1016/j.proeng.2015.11.136
18. Rabi M., Cashell K.A., Shamass R. Flexural analysis and design of stainless steel reinforced concrete beams // *Engineering Structures*. 2019. V. 198. P. 1–13. DOI:10.1016/j.engstruct.2019.109432
19. Cramer S.D., Covino B.S., Bullard S.J., Holcomb G.R., Russell J.H., Nelson F.J., Laylor H.M., Soltesz S.M. Corrosion prevention and remediation strategies for reinforced concrete coastal bridges // *Cement and Concrete Composites*. 2002. V. 24. P. 101–117. DOI:10.1016/S0958-9465(01)00031-2
20. Briz E., Biezma M.V., Bastidas D.M. Stress corrosion cracking of new 2001 lean-duplex stainless steel reinforcements in chloride contained concrete pore solution: An electrochemical study // *Construction and Building Materials*. 2018. V. 192. P. 1–8. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2018.10.108
21. Yadollahi A., Shamsaei N., Thompson S.M., Elwany A., Bian L. Effects of building orientation and heat treatment on fatigue behavior of selective laser melted 17-4 PH stainless steel // *International Journal of Fatigue*. 2017. V. 94. P. 218–235. DOI:10.1016/j.ijfatigue.2016.03.014
22. Hou Z., Chen S., Sun Q., Wei X., Lv W. Experimental research on fatigue characteristics of X12Cr13 stainless steel // *Journal of Materials Research and Technology*. 2020. V. 9. P. 3230–3240. DOI:10.1016/j.jmrt.2020.01.070
23. Opbul E.K., Dmitriev D.A., Vedernikova A.A. Calculation of Bending of Steel-Fiber-Reinforced Concrete Members by a Nonlinear Deformation Model with the Use of Iteration Procedures // *Mechanics of Composite Materials*. 2018. V. 54 № 5. P. 1–24. DOI:10.1007/s11029-018-9769-x
24. Онбул Э.К., Ондар Э.Э., Калдар-оол А-Х.Б. Расчет прочности фиброжелезобетонных изгибаемых элементов с использованием трехлинейной диаграммы деформирования растянутой зоны // *Научное обозрение*. 2016. № 14. С. 100–106.

25. Онбул Э.К., Ондар Э.Э., Калдар-оол А-Х.Б. Деформационные модели расчета прочности изгибаемых железобетонных элементов // Вестник Туvinского государственного университета. Технические и физико-математические науки. 2020. № 1 (58). С. 6–22.
26. Онбул Э.К., Калдар-оол А.Х.Б. Практическое применение нелинейной деформационной модели в расчёте коротких железобетонных элементов, находящихся в косом внецентренном сжатии // Вестник Туvinского государственного университета. Технические и физико-математические науки. 2022. № 1 (90). С. 34–48.
27. Munshi J.A. Design of prestressed flexural sections by the Unified Design Approach // PCI Journal. 1999. V. 46. P. 76–87. DOI:10.15554/pci.09011999.72.81
28. Orozco C.E. Strain limits vs. reinforcement ratio limits - A collection of new and old formulas for the design of reinforced concrete sections // Case Studies in Structural Engineering. 2015. V. 4. P. 1–13. DOI:10.1016/j.csse.2015.05.001
29. ACI 318. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (ACI 318M-11). 2011. ISBN:9780870312649.
30. Panfilov D.A., Pischulev A.A., Romanchikov V.V. The Methodology for Calculating Deflections of Statically Indeterminate Reinforced Concrete Beams (Based on Nonlinear Deformation Model) // Procedia Engineering. 2016. V. 153. P. 531–536. DOI:10.1016/j.proeng.2016.08.183
31. Gilbert R.I. The serviceability limit states in reinforced concrete design // Procedia Engineering. 2011. V. 14. P. 385–395. DOI:10.1016/j.proeng.2011.07.048
32. Wróblewski R., Ignatowicz R., Gierczak J. Influence of Shrinkage and Temperature on a Composite Pretensioned - Reinforced Concrete Structure // Procedia Engineering. 2017. V. 193. P. 96–103. DOI:10.1016/j.proeng.2017.06.191

#### REFERENCES

1. Michal D., Jacek Š. Design aspects of the safe structuring of reinforcement in reinforced concrete bending beams. *Procedia Engineering*. 2017. V. 172. Pp. 211–217. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.02.051
2. Herranz J.P., Maria H.S., Gutiérrez S., Riddell R. Optimal strut-and-tie models using full homogenization optimization method. *ACI Structural Journal*. 2012. V. 109. No. 5. Pp. 605–613. DOI:10.14359/51684038
3. Garstecki A., Glema A., Ścigallo J. Optimal design of reinforced concrete beams and frames. *Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences*. 1996. V. 3. No. 3. Pp. 223–231.
4. Amin A., Gilbert R.I. Instantaneous crack width calculation for steel fiber-reinforced concrete flexural members. *ACI Structural Journal*. 2018. V. 115. No. 2. Pp. 535–542. DOI:10.14359/51701116
5. Szeptyński P. Comparison and experimental verification of simplified one-dimensional linear elastic models of multilayer sandwich beams. *Composite Structures*. 2020. V. 214. Pp. 1–13. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112088
6. Gao D.Y., Gu Z., Qiang, Wu C. Bending behavior and deflection prediction of high-strength SFRC beams under fatigue loading. *Journal of Materials Research and Technology*. 2020. V. 9. Pp. 6143–6159. DOI: 10.1016/j.jmrt.2020.04.017
7. Wu Z., Shi C., He W., Wu L. Effects of steel fiber content and shape on mechanical properties of ultra high-performance concrete. *Construction and Building Materials*. 2016. V. 103. Pp. 8–14. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2015.11.028
8. Yoo D.Y., Banthia N., Yoon Y.S. Impact resistance of reinforced ultra-high-performance concrete beams with different steel fibers. *ACI Structural Journal*. 2017. V. 114 No. 1. Pp. 113–124. DOI:10.14359/51689430
9. Ulzurrun G.S.D., Zamuy C. Enhancement of impact performance of reinforced concrete beams without stirrups by adding steel fibers. *Construction and Building Materials*. 2017. V. 145. Pp. 166–182. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2017.04.005
10. Gali S., Subramaniam K.V.L. Investigation of the dilatant behavior of cracks in the shear response of steel fiber reinforced concrete beams. *Engineering Structures*. 2017. V. 152. Pp. 832–842. DOI:10.1016/j.engstruct.2017.09.050

11. Li Q., Huang B., Xu S., Zhou B., Yu R.C. Compressive fatigue damage and failure mechanism of fiber reinforced cementitious material with high ductility. *Cement and Concrete Research*. 2016. V. 90. Pp. 174–183. DOI:10.1016/j.cemconres.2016.09.019
12. Butean C., Heghes B. Cost Efficiency of a two layer reinforced concrete beam. *Procedia Manufacturing*. 2020. V. 46. Pp. 103–109. DOI:10.1016/j.promfg.2020.03.016
13. Glowacki M., Kowalski R. An experimental approach to the estimation of stiffness changes in RC elements exposed to bending and high temperature. *Engineering Structures*. 2020. V. 217. Pp. 1–15. DOI:10.1016/j.engstruct.2020.110720
14. Zhu H., Cheng S., Gao D., Neaz S.M., Li C. Flexural behavior of partially fiber-reinforced high-strength concrete beams reinforced with FRP bars. *Construction and Building Materials*. 2018. V. 161. Pp. 587–597. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2017.12.003
15. Song A., Wan S., Jiang Z., Xu J. Residual deflection analysis in negative moment regions of steel-concrete composite beams under fatigue loading. *Construction and Building Materials*. 2018. V. 158. Pp. 50–60. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2017.09.075
16. Fava G., Carvelli V., Pisani M.A. Remarks on bond of GFRP rebars and concrete. *Composites Part B: Engineering*. 2016. V. 93. Pp. 210–220. DOI:10.1016/j.compositesb.2016.03.012
17. Aulia T.B., Rinaldi. Bending capacity analysis of high-strength reinforced concrete beams using environmentally friendly synthetic fiber composites. *Procedia Engineering*. 2015. V. 125. Pp. 1121–1128. DOI:10.1016/j.proeng.2015.11.136
18. Rabi M., Cashell K.A., Shamass R. Flexural analysis and design of stainless steel reinforced concrete beams. *Engineering Structures*. 2019. V. 198. Pp. 1–13. DOI:10.1016/j.engstruct.2019.109432
19. Cramer S.D., Covino B.S., Bullard S.J., Holcomb G.R., Russell J.H., Nelson F.J., Laylor H.M., Soltesz S.M. Corrosion prevention and remediation strategies for reinforced concrete coastal bridges. *Cement and Concrete Composites*. 2002. V. 24. Pp. 101–117. DOI:10.1016/S0958-9465(01)00031-2
20. Briz E., Biezma M.V., Bastidas D.M. Stress corrosion cracking of new 2001 lean-duplex stainless steel reinforcements in chloride contained concrete pore solution: An electrochemical study. *Construction and Building Materials*. 2018. V. 192. Pp. 1–8. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2018.10.108
21. Yadollahi A., Shamsaei N., Thompson S.M., Elwany A., Bian L. Effects of building orientation and heat treatment on fatigue behavior of selective laser melted 17-4 PH stainless steel. *International Journal of Fatigue*. 2017. V. 94. Pp. 218–235. DOI:10.1016/j.ijfatigue.2016.03.014
22. Hou Z., Chen S., Sun Q., Wei X., Lv W. Experimental research on fatigue characteristics of X12Cr13 stainless steel. *Journal of Materials Research and Technology*. 2020. V. 9. Pp. 3230–3240. DOI:10.1016/j.jmrt.2020.01.070
23. Opbul E.K., Dmitriev D.A., Vedernikova A.A. Calculation of bending of steel-fiber-reinforced concrete members by a nonlinear deformation model with the use of iteration procedures. *Mechanics of Composite Materials*. 2018. V. 54 No. 5. Pp. 1–24. DOI:10.1007/s11029-018-9769-x
24. Opbul E.K., Ondar E.E., Kaldar-ool A-Kh.B. Raschet prochnosti fibrozhelezobetonnykh iz-gibaemykh elementov s ispol'zovaniem trekhlineinoy diagrammy deformirovaniya rastyantoi zony [Strength analysis of fiber-reinforced concrete bending elements using three-line stress-strain diagram of tension region]. *Nauchnoe obozrenie*. 2016. No. 14. Pp. 100–106. (rus)
25. Opbul E.K., Ondar E.E., Kaldar-ool A-Kh.B. Deformatsionnye modeli rascheta prochnosti iz-gibaemykh zhelezobetonnykh elementov [Deformation models of strength of bending steel elements]. *Vestnik Tuvinskogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie i fiziko-matematicheskie nauki*. 2020. No. 1 (58). Pp. 6–22. (rus)
26. Opbul E.K., Kaldar-ool A.Kh.B. Prakticheskoe primeneniye nelineinoy deformatsionnoy modeli v raschete korotkikh zhelezobetonnykh elementov, nakhodyashchikhsya v kosom vnetsentrennom szhatii [Application of nonlinear deformation model for strength analysis of short reinforced concrete elements under oblique eccentric compression]. *Vestnik Tuvinskogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie i fiziko-matematicheskie nauki*. 2022. No. 1 (90). Pp. 34–48. (rus)
27. Munshi J.A. Design of prestressed flexural sections by the unified design approach. *PCI Journal*. 1999. V. 46. Pp. 76–87. DOI:10.15554/pci.09011999.72.81

28. Orozco C.E. Strain limits vs. reinforcement ratio limits – A collection of new and old formulas for the design of reinforced concrete sections. *Case Studies in Structural Engineering*. 2015. V. 4. Pp. 1–13. DOI:10.1016/j.csse.2015.05.001
29. ACI 318. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (ACI 318M-11). 2011. ISBN:9780870312649.
30. Panfilov D.A., Pischulev A.A., Romanchkov V.V. The methodology for calculating deflections of statically indeterminate reinforced concrete beams (based on nonlinear deformation model). *Procedia Engineering*. 2016. V. 153. Pp. 531–536. DOI:10.1016/j.proeng.2016.08.183
31. Gilbert R.I. The serviceability limit states in reinforced concrete design. *Procedia Engineering*. 2011. V. 14. Pp. 385–395. DOI:10.1016/j.proeng.2011.07.048
32. Wróblewski R., Ignatowicz R., Gierczak J. Influence of shrinkage and temperature on a composite pretensioned - Reinforced concrete structure. *Procedia Engineering*. 2017. V. 193. Pp. 96–103. DOI:10.1016/j.proeng.2017.06.191

#### **Сведения об авторах**

Опбул Эрес Кечил-оолович, канд. техн. наук, зав. лабораторией, Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, 190005, г. Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., 4, fduenufce@mail.ru

Калдар-оол Анай-Хаак Бугалдаевна, канд. техн. наук, ст. преподаватель, Тувинский государственный университет, 667000, Республика Тыва, г. Кызыл, ул. Ленина, 36, oorzhaka-h@mail.ru

Ле Куанг Хюу, аспирант, Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, 190005, г. Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., 4, lqh189@lqdtu.edu.vn

#### **Authors Details**

Eres K. Opbul, PhD, Laboratory Head, Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering 4, 2nd Krasnoarmeiskaya Str., 190005, Saint-Petersburg, Russia, fduenufce@mail.ru

Anai-Khaak B. Kaldar-ool, PhD, Senoir Lecturer, Tuvan State University, 36, Lenin Str., 667000, Kyzyl, Russia, oorzhaka-h@mail.ru

Le Quang Huy, Research Assistant, Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering 4, 2nd Krasnoarmeiskaya Str., 190005, Saint-Petersburg, Russia, lqh189@lqdtu.edu.vn