

# СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ, ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ

УДК 624.045.04

DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-2-76-86

*Г.И. ГРЕБЕНЮК<sup>1</sup>, В.И. МАКСАК<sup>1</sup>, М.С. ВЕШКИН<sup>2</sup>,*

*<sup>1</sup>Томский государственный архитектурно-строительный университет,*

*<sup>2</sup>Новосибирский государственный  
архитектурно-строительный университет*

## **ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОБОБЩЕННЫХ ПЕРЕМЕННЫХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ В ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ**

Выполнен сравнительный анализ трудоёмкости задачи оптимизации многоэлементной стержневой системы, нагруженной статической и импульсной нагрузками, при переменном числе параметров проектирования.

Показано, что конструктивный принцип обобщения переменных проектирования позволяет значительно понизить трудоёмкость решения задачи оптимизации, но существенно снижает качество оптимального решения.

Предложены подходы к обобщению многомерного вектора параметров проектирования к двумерному случаю при активных ограничениях по максимальному эквивалентному напряжению и перемещению. Решен пример оптимизации рамной конструкции, иллюстрирующий эффективность предложенных подходов.

**Ключевые слова:** стержневая система; импульсные нагрузки; расчет; оптимизация; параметры проектирования; направленное обобщение.

**Для цитирования:** Гребенюк Г.И., Максак В.И., Вешкин М.С. Оценка эффективности использования обобщенных переменных проектирования в задаче оптимизации стержневых систем при импульсном нагружении // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2022. Т. 24. № 2. С. 76–86.

DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-2-76-86

*G.I. GREBENYUK<sup>1</sup>, V.I. MAKSAK<sup>1</sup>, M.S. VESHKIN<sup>2</sup>,*

*<sup>1</sup>Tomsk State University of Architecture and Building,*

*<sup>2</sup>Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering*

## **GENERALIZED DESIGN VARIABLES IN ROD SYSTEM OPTIMIZATION UNDER PULSE LOAD**

The paper presents the comparative analysis of optimization of the multi-element rod system under static and pulse loads at a variable number of design parameters. It is shown that the

design concept of generalization of design variables can significantly reduce not only the complexity of solving the optimization problem, but also the quality of the optimum solution. Approaches are proposed for generalizing the multidimensional design parameters for the two-dimensional case at the restrictions of the maximum equivalent stress and strain. The proposed optimization of the frame structure proves the effectiveness of these approaches.

**Keywords:** rod system; pulse load; design calculation; optimization, design parameters, generalization.

**For citation:** Grebenyuk G.I., Maksak V.I., Veshkin M.S. Otsenka effektivnosti ispol'zovaniya obobshchennykh peremennykh proektirovaniya v zadache optimizatsii sterzhnevyykh sistem pri impul'snom nagruzhении [Generalized design variables in rod system optimization under pulse loading]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2022. V. 24. No. 2. Pp. 76–86.

DOI: 10.31675/1607-1859-2022-24-2-76-86

### **Введение**

В большинстве первых работ в области оптимального проектирования конструкций задачи оптимизации конструкций (задачи ОК) ставились при статическом нагружении и решались на основе алгоритма прочностного перерасчета [1–3]. В дальнейшем появилось множество работ, в которых задачи ОК ставились и решались как задачи математического программирования (задачи МП) как при статическом, так и при динамическом нагружениях [4–8 и многие другие].

По-видимому, в силу того, что постановка и разработка алгоритмов решения задач ОК при динамическом нагружении значительно сложнее, чем постановка и решение аналогичных задач при статическом нагружении, число исследований в этом направлении сравнительно невелико. Попытки использования хорошо разработанных алгоритмов оптимизации статически нагруженных систем в задачах ОК при динамическом воздействии часто приводили к неудачам в силу разных причин, в том числе в силу накопления ошибок счёта. Во многих работах по проблемам ОК при динамическом нагружении основное внимание было уделено разработке алгоритмов, позволяющих избежать в оптимальной конструкции резонанса с заданными вибрационными нагрузками [9–11]. Значительно меньше внимания в исследованиях уделено рассмотрению задач ОК при нестационарных динамических нагрузках (в том числе импульсных). Здесь можно отметить более ранние работы [6, 7], а также недавние работы [12–14] авторов настоящей статьи и, например, статью [15].

Основным недостатком алгоритмов оптимизации динамических нагруженных систем, в случае постановки задач ОК как задач МП, является их высокая трудоемкость при большом числе варьируемых параметров и ограничений, что характерно для сложных многоэлементных систем. Это связано с повышенной трудоемкостью динамического расчёта по сравнению со статическим, а также необходимостью построения аппроксимаций параметров состояния системы в рамках итерационного процесса оптимизации [7]. При использовании процесса ОК без построения аппроксимаций параметров состояния системы, в рамках выбранного метода решения условно экстремальной задачи МП (что

используется в данной работе), трудоемкость решения значительно повышается при большом числе варьируемых параметров.

К наиболее эффективным приемам снижения трудоемкости задач ОК относится направленное обобщение переменных проектирования с использованием каких-либо критериев (конструктивных либо физических), а также рациональная декомпозиция исходной задачи ОК путём разделения её на этапы, с наиболее эффективным выполнением отдельных этапов в итерационном процессе поиска оптимального решения.

Вопросы рациональной декомпозиции исходных задач оптимизации, поставленных как задачи МП при статическом нагружении, рассматривались в [16, 17]. Целью настоящей работы является рассмотрение актуальных вопросов понижения трудоемкости задач оптимизации многопараметрических динамически нагруженных систем (в частности, при импульсном нагружении) путем введения обобщенных параметров проектирования и рационального сочетания методики перерасчёта с решением формируемых задач МП в пространстве обобщённых переменных проектирования.

### 1. Общая структура поэтапного итерационного процесса ОК при динамическом нагружении

Предлагаемая структура итерационного процесса оптимизации динамически нагруженных систем показана на рис. 1. Как следует из рис. 1, весь процесс ОК на итерации разделён на два этапа.

На этапе 1 поэлементной оптимизации проводится первый перерасчет динамически нагруженной системы при заданных исходных значениях  $X_i^{0,k}$  на итерации  $k$ . Далее, при фиксированных значениях параметров состояния  $P(X^{0,k})$  либо переопределяются геометрические параметры элементов системы при заданной форме сечения путем подбора их из условия прочности, либо, если этих параметров сечений несколько, они определяются на этапе 1 путем решения задач МП для каждой группы ОЭ при условно фиксированных параметрах состояния системы  $P(X) = P(X^{0,k})$ .

В результате определяется новый вектор варьируемых параметров  $\bar{X}^{0,k}$  на этапе 1 итерации  $k$  и проводится перерасчёт системы при  $X = \bar{X}^{0,k}$ . На заключительном шаге 2б этапа 1 проводится разделение групп ОЭ, а следовательно, и варьируемых параметров групп ОЭ на обобщённые группы.

На этапе 2 оптимизации всей системы проводится формирование и решение условно экстремальной задачи ОК при варьировании обобщенных параметров  $Y_1, Y_2$  на итерации  $k$ . При этом аппроксимации зависимостей для составляющих вектора параметров состояния  $\bar{P}^k(Y_1, Y_2)$  не проводятся, а задача МП для всей системы решается в рамках выбранных методов поиска решения условно экстремальной задачи, когда при каждом необходимом изменении вектора  $\{Y_1, Y_2\}^T$  в процессе поиска проводится перерасчёт динамически нагруженной системы.

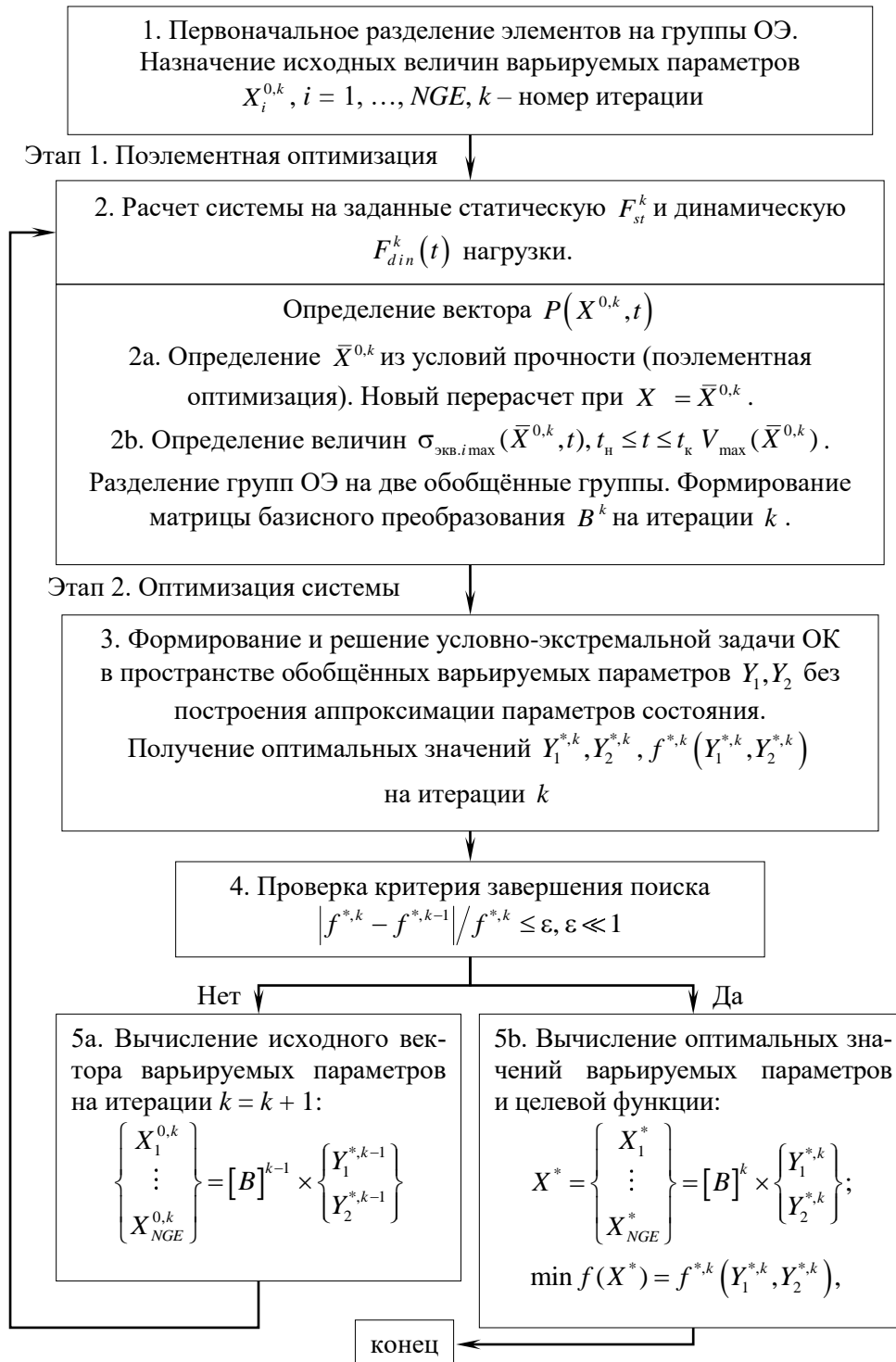


Рис. 1. Блок-схема алгоритма оптимизации

## 2. Приёмы обобщения переменных проектирования

### 2.1. Конструктивное обобщение

Этот приём рационально применять при наличии многоэлементных групп унификации. В настоящей работе при рассмотрении примера оптимизации плоской рамной системы использовалось конструктивное разделение всех несущих элементов каркаса на две группы (колонны, ригели), а также поэтажное разделение колонн и ригелей каркаса на 15 групп ОЭ (см. пример расчёта).

### 2.2. Направленное разделение групп ОЭ на обобщённые группы с использованием принятых физических критериев

С формальной точки зрения процедура обобщения переменных проектирования на итерации  $k$  состоит в определении соотношения

$$X^k = B^k \cdot Y, \quad (1)$$

где  $X^k \in E^n$  – исходный вектор переменных проектирования;  $Y \in E^r$  – вектор обобщенных параметров проектирования;  $r \ll n$ ;  $B^k$  – матрица базисного преобразования на итерации  $k$ .

Нетрудно заметить, что наиболее эффективным с точки зрения трудоёмкости решения задачи МП на этапе оптимизации системы (см. рис. 1) будет случай, когда  $r = 2$ , т. е. все группы ОЭ разделяются на две обобщенные группы. Ниже предлагаются подходы для подобного разделения с использованием физически обоснованных критериев.

Пусть на итерации  $k$  активным является ограничение по прочности. С учетом найденных значений составляющих вектора параметров состояния  $P(\bar{X}^{0,k}, t)$  (усилий в сечениях элементов групп) в циклах по элементам групп при расчетном сочетании нагрузок и в заданном интервале действия динамической нагрузки находятся величины максимальных эквивалентных напряжений в группах ОЭ согласно выбранной теории прочности:

$$\max \sigma_{\text{экв},i}(\bar{X}^{0,k}, t), \quad i = 1, \dots, \bar{n}; \quad t_{\text{н}} \leq t \leq t_{\text{к}}, \quad (2)$$

где  $\bar{n}$  – число групп ОЭ;  $[t_{\text{н}}, t_{\text{к}}]$  – интервал времени, на котором анализируется работа динамически нагруженной системы.

Далее находится среднее значение:

$$\sigma_{\text{экв},m}(\bar{X}^{0,k}) = \frac{1}{\bar{n}} \sum_{i=1}^{\bar{n}} \max \sigma_{\text{экв},i}(\bar{X}^{0,k}, t). \quad (3)$$

Разделение групп ОЭ на обобщенные группы проводится согласно соотношениям:

$$\text{если} \quad \max \sigma_{\text{экв},i}(\bar{X}^{0,k}, t) > \sigma_{\text{экв},m}(\bar{X}^{0,k}), \quad i \in I_1; \quad t_{\text{н}} \leq t \leq t_{\text{к}}, \quad (4)$$

$$\text{если} \quad \max \sigma_{\text{экв},i}(\bar{X}^{0,k}, t) < \sigma_{\text{экв},m}(\bar{X}^{0,k}), \quad i \in I_2; \quad t_{\text{н}} \leq t \leq t_{\text{к}}, \quad (5)$$

где  $I_1, I_2$  – множества номеров более или менее нагруженных групп ОЭ.

В таком случае матрица базисного преобразования на итерации  $k$  имеет вид

$$B = \begin{bmatrix} b_{1,1}^k & b_{1,2}^k \\ \vdots & \vdots \\ b_{n,1}^k & b_{n,2}^k \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где  $b_{i,1}^k = \bar{X}_i^{0,k}$ ;  $b_{i,2}^k = 0$ , если  $i \in I_1$ ,  $b_{i,1}^k = 0$ ;  $b_{i,2}^k = \bar{X}_i^{0,k}$ , если  $i \in I_2$ .

Описанный подход соответствует разделению варьируемых параметров групп ОЭ на две обобщенные группы, т. е. наиболее оптимальному случаю обобщения исходных переменных проектирования.

При активном ограничении на перемещение  $\delta_r$  критерием разделения групп ОЭ на обобщенные группы могут служить удельные величины  $u_i(\bar{X}^{0,k})$  вкладов в активное перемещение, связанные с деформированием групп ОЭ. Используя метод Мора и считая нагрузку на стержневую систему узловой, получим

$$u_i(\bar{X}^{0,k}) = \frac{\sum_{j \in I_1} \bar{\delta}^T(\bar{X}^{0,k}) a^{(j)T} \cdot S^{(j)}(\bar{X}^{0,k}, t_{\text{оп}}^{r,k})}{G_i(\bar{X}^{0,k})}, \quad (7)$$

где  $\bar{\delta}^T(\bar{X}^{0,k})$  – вектор перемещений узлов стержневой системы от единичного воздействия в направлении активного перемещения;  $S^{(j)}(\bar{X}^{0,k}, t_{\text{оп}}^{r,k})$  – вектор концевых усилий  $j$ -го элемента  $i$ -й группы, вычисляемый на основе динамического расчёта в опасный (по величине активного перемещения  $\delta_r$ ) момент времени  $t_{\text{оп}}^{r,k}$ ;  $a^{(j)T}$  – матрица, на основе которой учитываются жесткостные характеристики  $j$ -го элемента;  $G_i(\bar{X}^{0,k})$  – суммарный объём элементов  $i$ -й группы ОЭ.

В дальнейшем процедура разделения на обобщенные группы аналогична (1) – (6).

Интересен случай, когда ограничения по прочности и жесткости одновременно близки к активным. В этом случае также можно разделить группы ОЭ на две обобщенные группы согласно нижеследующему алгоритму.

1. Определяются массивы номеров групп ОЭ более и менее нагруженных и удельно-деформированных  $I_{1\sigma}, I_{2\sigma}$ ;  $I_{1\epsilon}, I_{2\epsilon}$ .

2. Проводится разделение на две обобщенные группы, формируется матрица  $B$  базисного преобразования при соблюдении следующих условий:

$$\text{если } i \in I_{1\sigma}, I_{1\epsilon}, b_{i,1}^k = \bar{X}_i^{0,k}; b_{i,2}^k = 0; \quad (8)$$

$$\text{если } i \in I_{2\sigma}, I_{2\epsilon}, b_{i,1}^k = 0; b_{i,2}^k = \bar{X}_i^{0,k}; \quad (9)$$

$$\text{если } i \in I_{1\sigma}, I_{2\epsilon} \text{ или } i \in I_{2\sigma}, I_{1\epsilon}, b_{i,1}^k = b_{i,2}^k = \frac{1}{2} \bar{X}_i^{0,k}. \quad (10)$$

### 3. Анализ результатов решения тестовой задачи. Основные выводы

В качестве тестовой использована ранее рассмотренная задача расчета и оптимизации пятиэтажной двухпролетной плоской рамы [14]. Схема рамы, форма сечений элементов, а также форма импульсной нагрузки во времени приведены на рис. 2–4.

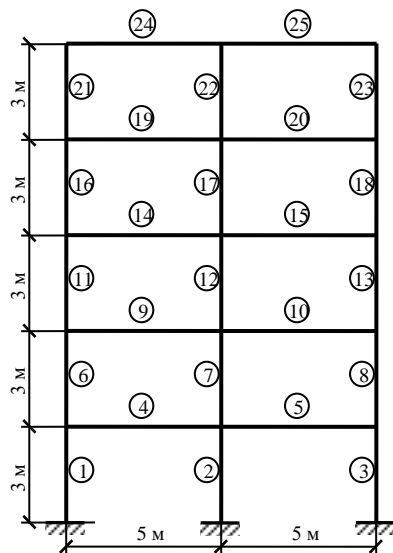


Рис. 2. Схема рамы

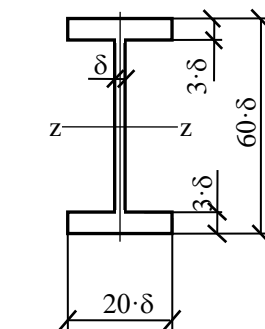


Рис. 3. Форма сечения

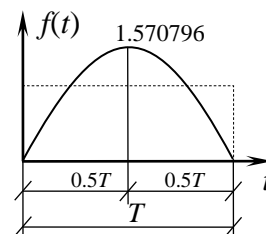


Рис. 4. Форма импульса

В качестве целевой функции принят объём элементов рамы. Так как форма сечений всех элементов рамы одинакова, варьируемыми являются параметры  $x_i = \delta_i$ ,  $i = 1, \dots, \bar{n}$ . Учитываются ограничения по прочности и жесткости.

Условия прочности имеют вид:  $\max \sigma_{\text{экв},i} \leq 200 \text{ МПа}$ ,  $i = 1, \dots, 25$ .

Условие жёсткости наложено на максимальное горизонтальное перемещение верхних узлов рамы (не должно превышать величины  $1/500H = 0,03 \text{ м}$  либо  $1/1000H = 0,015 \text{ м}$ ,  $H = 15 \text{ м}$  – высота рамы).

Рассмотрены проекты при следующих вариантах обобщения групп ОЭ:

1. Конструктивное обобщение на две группы (колонны, ригели).
2. Обобщение по нагруженности при 25 исходных группах ОЭ (каждый элемент – отдельная группа ОЭ).
3. Комбинированное обобщение при 15 конструктивных группах ОЭ (на каждом из пяти этажей по три группы ОЭ – 2 крайние колонны, одна средняя колонна, 2 ригеля). В данном случае комбинируются конструктивное обобщение и обобщение по нагруженности конструктивных групп ОЭ.

В таблице представлены результаты решения задачи оптимизации объёма элементов рамы без использования и с использованием обобщения групп ОЭ по нагруженности.

## Результаты решения задачи оптимизации объёма элементов рамы

Число групп унификации	Результаты без использования обобщения по нагруженности		Результаты с использованием обобщения по нагруженности		Расхождение результатов
	Значение целевой функции, м <sup>3</sup>	Значения параметров $X_i$ , мм	Значение целевой функции, м <sup>3</sup>	Значения параметров $X_i$ , мм	
2	0,7486	7,38; 6,08	—	—	—
15	0,5733	5,12–7,51	0,5636	4,20–7,41	1,69 %
25	0,5713	5,16–7,48	0,5605	4,18–7,42	1,89 %

Как показали результаты расчётов, конструктивное разделение элементов рамы на две группы (колонны, ригели), выгодное с позиции трудоемкости возведения каркаса рамы, при заданной целевой функции (минимум объёма элементов рамы) приводит к перерасходу материала элементов рамы примерно на 22,9 % по сравнению с оптимальными проектами, использующими обобщение групп ОЭ по нагруженности.

Проект, найденный без использования обобщения по нагруженности при 15 конструктивных группах ОЭ, и проект без конструктивного обобщения и обобщения по нагруженности (в пространстве исходных переменных  $x \in E^{25}$ ) оказались весьма близки по значениям целевой функции. При этом проект, соответствующий большему числу групп ОЭ ( $NGE = 25$ ), несколько лучше, что подтверждает постулат теории оптимизации. Однако условная трудоёмкость получения оптимальных решений без использования обобщения по нагруженности оказалась весьма значительной (8000–10 000 перерасчетов динамически нагруженной системы).

Сравнивая оптимальные проекты, полученные без обобщения и с обобщением пространства проектирования по нагруженности групп ОЭ, можно отметить, что по значению целевой функции они очень близки. Расхождение результатов оптимизации для случая  $NGE = 15$  составляет 1,69 %, а для случая  $NGE = 25$  – 1,89 %. Это говорит о высокой эффективности данного физического критерия обобщения. При этом условная трудоёмкость получения оптимального решения с использованием обобщения по нагруженности оказалась весьма незначительной и составила в данном тестовом примере 76–100 перерасчетов динамически нагруженной системы.

Менее значительным, но также весьма существенным (с позиции трудоёмкости решения задачи оптимизации) ожидается эффект использования приёма обобщения групп ОЭ по удельной деформированности при активном ограничении по жёсткости системы.

Это прогнозируется в связи с усложнением процедуры обобщения, необходимостью проведения дополнительных статических расчётов системы и вычисления значений удельной деформированности групп ОЭ при динамическом нагружении.



Обобщая всё вышеизложенное, можно сделать следующие выводы:

1. Предложены эффективные приёмы направленного обобщения переменных проектирования в задачах оптимизации упругих стержневых систем при произвольном (в том числе импульсном) динамическом нагружении.

2. Приведённый пример оптимизации рамной стержневой системы, нагруженной статической и импульсной нагрузками, свидетельствует о высокой эффективности предложенных приёмов декомпозиции динамически нагруженных систем.

3. Выполненная теоретическая разработка и программная реализация расчёта и оптимизации могут служить для расширения и углубления теоретических исследований по вопросам развития методов многопараметрической оптимизации упругих стержневых систем при динамическом (в том числе импульсном) нагружении.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Сергеев Н.Д., Богатырев А.Н.* Проблемы оптимального проектирования конструкций. Москва : Стройиздат, 1971. 136 с.
2. *Рейтман М.И., Шапиро Г.С.* Методы оптимального проектирования деформируемых тел. Москва : Наука, 1976.
3. *Belsare S.V., Arora J.S.* An algorithm for Engineering design Optimization // Int. jomal for Numer. Meth in Engeneer. 1983. V. 19. P. 841–858.
4. *Schmit L.A.* Stuctural Optimization. Some Key Ideas and Insights // New Directions in Optimum structures Design / Ed. Atreck et Al. Cichester : Wiley, 1984. P. 1–45.
5. *Баничук Н.В.* Введение в оптимизацию. Москва : Наука, 1986. 302 с.
6. *Feng T.T., Arora J.S., Hang E.J.* Optimum Structural Design Under Dynamic Loads // Int. j. Numerical Methods in Ing. 1977. V. 11. № 1. P. 39–52.
7. *Хог Э., Арора Я.* Прикладное и оптимальное проектирование. Механические системы и конструкции. Москва : Мир, 1983. 478 с.
8. *Лазарев И.Б.* Основы оптимального проектирования конструкций. Задачи и методы. Новосибирск : СГУПС, 1995. 295 с.
9. *Ляхович Л.С., Малиновский А.П.* Оптимизация по несущей способности и частоте колебаний // Проектирование конструкций в Красноярском крае. 1979. № 12. С. 103–113.
10. *Ляхович Л.С., Платошин А.Н.* Оптимизация жесткостей упругих связей при ограничении на величину первой частоты собственных колебаний // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1986. № 7. С. 26–29.
11. *Гербер Ю.А., Себешиев В.Г.* Особенности расчета надежности динамически нагруженных систем с учетом эффекта нелинейности амплитудно-частотных характеристик в резонансных зонах // Изв. вузов. Строительство. 2017. № 5. С. 5–16.
12. *Гребенюк Г.И., Роев В.И., Вешкин М.С.* Оптимизация стержневых систем при действии импульсных нагрузок // Проблемы оптимального проектирования сооружений : доклады IV Всероссийского семинара. Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2002. С. 108–118.
13. *Гребенюк Г.И., Вешкин М.С.* Дискретные модели расчета и оптимизации стержневых конструкций при импульсном нагружении // Известия Алтайского ГУ. 2012. № 1 1 (73). С. 36–38.
14. *Гребенюк Г.И., Вешкин М.С.* Разработка алгоритмов численного расчёта и оптимизации стержневых систем при действии импульсных нагрузок // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2014. № 4 (45). С. 106–116.
15. *Соболев В.И., Нгуен Фу Туан.* Обеспечение минимального значения амплитуд собственных колебаний упругих систем при воздействии мгновенного импульса // Системы. Методы. Технологии. 2013. № 3 (19). С. 34–38.

16. Гребенюк Г.И. Преобразование исходной задачи конечномерной оптимизации при проектировании конструкций // Прочность и устойчивость инженерных сооружений. Барнаул : АПИ, 1987. С. 15–22.
17. Гребенюк Г.И. Эффективный метод декомпозиции задач оптимизации конструкций // Проблемы фундаментальных наук : труды II Межд. конф. Москва, 1994.

## REFERENCES

1. *Sergeev N.D., Bogatyrev A.N.* Problemy optimal'nogo proektirovaniya konstrukcij [Optimum structural design problems]. Moscow: Stroiizdat, 1971. 136 p. (rus)
2. *Rejtman M.I., Shapiro G.S.* Metody optimal'nogo proektirovaniya deformiruemykh tel [Optimum design solutions for deformable bodies]. Moscow: Nauka, 1976. (rus)
3. *Belsare S.V., Arora J.S.* An algorithm for Engineering design Optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1983, V. 19. Pp. 841–858.
4. *Schmit L.A.* Structural optimization some key ideas and insights. In: *New Directions in Optimum Structural Design*. E. Atrek et al., eds, Chichester: Wiley, 1984. Pp. 1–45.
5. *Banichuk N.V.* Vvedenie v optimizatsiyu [Introduction to optimization]. Moscow: Nauka, 1986. 302 p. (rus)
6. *Feng T.T., Arora J.S., Haug E.J.* Optimal structural design under dynamic loads. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1977. V. 11. No. 1. Pp. 39–52.
7. *Hog E.J., Arora J.* Prikladnoe i optimal'noe proektirovanie. Mekhanicheskie sistemy i konstrukcii [Applied and optimal design: Mechanical systems and structures]. Moscow: Mir, 1983, 478 p. (transl. from Engl.)
8. *Lazarev I.B.* Osnovy optimal'nogo proektirovaniya konstruksii. Zadachi i metody [Bases of optimum design. Tasks and methods]. Novosibirsk, 1995. 295 p. (rus)
9. *Lyakhovich L.S., Malinovskii A.P.* Optimizatsiya nesushchei sposobnosti po ustoichivosti i chastote kolebaniy [Optimization of bearing capacity of stability and frequency]. In: *Proektirovanie konstruksii v Krasnoyarskom krae [Spatial structures in the Krasnoyarsk Krai]*. 1979. No. 12. Pp. 103–113. (rus)
10. *Lyakhovich L.S., Plakhotin A.N.* Kriterii optimal'nosti svyazei v zadachakh ustoichivosti i sobstvennykh kolebaniy uprugikh sistem [Optimum junction criteria of stability and eigen-frequency of elastic systems]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo i arkhitektura*. 1986. No. 7. Pp. 26–29. (rus)
11. *Gerber Yu.A., Sebeshev V.G.* Osobennosti rascheta nadezhnosti dinamicheski nagruzhennykh sistem s uchedom effekta nelineynosti amplitudno-chastotnykh harakteristik v rezonansnykh zonakh [Strength analysis of dynamically loaded systems with non-linearity effect of frequency-response curves in resonance zones]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo*. 2017. No. 5. Pp. 5–16. (rus)
12. *Grebenyuk G.I., Roev V.I., Veshkin M.S.* Optimizatsiya sterzhnevyykh sistem pri deystvii impul'snykh nagruzok. [Optimization of rod systems under pulse loads]. In: *Problemy optimal'nogo proektirovaniya sooruzhenii: doklady IV-go Vserossiiskogo seminara (Proc. 4th All-Russ. Sem. 'Problems of Optimum Design of Structures')*. Novosibirsk, 2002. Pp. 108–118. (rus)
13. *Grebenyuk G.I., Veshkin M.S.* Diskretnye modeli rascheta i optimizatsii sterzhnevyykh konstruksii pri impul'snom nagruzhении [Discrete models of rod design calculation and optimization under pulse load]. *Izvestiya Altaiskogo GU*. 2012. No. 1. Pp. 36–38. (rus)
14. *Grebenyuk G.I., Veshkin M.S.* Razrabotka algoritmov chislennogo raschyota i optimizatsii sterzhnevyykh sistem pri deystvii impul'snykh nagruzok [Logical design of numerical calculation and optimization of bar systems under dynamic loads]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2014. No. 4 (45). Pp. 106–116. (rus)
15. *Sobolev V.I., Nguen Fu Tuan.* Obespechenie minimal'nogo znacheniya amplitud sobstvennykh kolebaniy uprugikh sistem pri vozdeystvii mgnoven'nogo impul'sa [Ensuring the minimum value of peak eigen-frequency of elastic systems under instantaneous pulse load]. *Sistemy. Metody. Tekhnologii*. 2013. No. 3 (19). Pp. 34–38. (rus)
16. *Grebenyuk G.I.* Preobrazovanie iskhodnoy zadachi konechnomernoy optimizatsii pri proektirovanii konstrukcij [Transformation of initial finite-dimensional optimization problem in structural design]. In: *Prochnost' i ustojchivost' inzhenernykh sooruzhenij [Strength and stability of engineering structures]*. Barnaul: API, 1987. Pp. 15–22. (rus)

17. *Grebenyuk G.I.* Effektivnyi metod dekompozicii zadach optimizacii konstrukcii [Effective method of decomposition of structural optimization problems]. In: Problemy fundamental'nykh nauk: trudy II Mezhd. konf (Proc. 2nd Int. Sci. Conf. 'Problems of Basic Research'). Moscow, 1994. (rus)

#### **Сведения об авторах**

*Гребенюк Григорий Иванович*, докт. техн. наук, профессор, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, greb@sibstrin.ru

*Максак Виталий Иванович*, докт. техн. наук, профессор, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2.

*Вешкин Максим Сергеевич*, ст. преподаватель, Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), 630008, г. Новосибирск, ул. Ленинградская, 113, max.vs@list.ru

#### **Authors Details**

*Grigori I. Grebenyuk*, DSc, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solanaya Str., 634002, Tomsk, Russia greb@sibstrin.ru

*Vitali I. Maksak*, DSc, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solanaya Str., 634002, Tomsk, Russia.

*Maksim S. Veshkin*, Senior Lecturer, Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering, 113, Leningradskaya Str., 630008, Novosibirsk, Russia, max.vs@list.ru