

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И СТРОИТЕЛЬСТВО ДОРОГ, МЕТРОПОЛИТЕНОВ, АЭРОДРОМОВ, МОСТОВ И ТРАНСПОРТНЫХ ТОННЕЛЕЙ

УДК 624.21.01

DOI: 10.31675/1607-1859-2021-23-5-127-141

*А.В. КАРТОПОЛЬЦЕВ¹, В.М. КАРТОПОЛЬЦЕВ¹, С.А. КУХАРЕНКО²,
¹ООО «ДИАМОС»,*

²Томский государственный архитектурно-строительный университет

К ВОПРОСУ О ДИНАМИЧЕСКОМ КОЭФФИЦИЕНТЕ

Впервые рассмотрены фундаментальные условия динамики пролетных строений мостов в условиях нестационарных колебаний с учетом инерционности масс системы «пролетное строение + автомобиль». На основе анализа реального динамического напряженно-деформированного состояния пролетных строений в условиях изменяющегося воздействия временной подвижной нагрузки формулируются и обосновываются механические и энергетические принципы дополнительного динамического нагружения, характеризующие динамическим коэффициентом. Установлено, что динамический коэффициент незначительно зависит от формы колебания системы в связи с временным характером его применения. Амплитудно-частотные характеристики динамического напряженно-деформированного состояния рассматриваются авторами в режиме только стабильных колебаний. Подтверждением служат результаты теоретических и экспериментальных исследований на автодорожных мостах различной конструкции и длины, в результате которых авторами получены убедительные доказательства взаимосвязи между динамическим коэффициентом и параметрами затухания и резонанса. Установлено, что динамический коэффициент, отражающий энергетический баланс системы, позволяет рассматривать критические отношения равновесных амплитуд и показателей динамической жесткости пролетных строений в условиях изменяющегося воздействия временной подвижной нагрузки, а также наличие дефектов на проезжей части и несущих элементах пролетных строений в рамках известного критерия Гурвица.

Ключевые слова: пролетное строение; мост; балки; динамическая нагрузка; колебательный процесс.

Для цитирования: Картопольцев А.В., Картопольцев В.М., Кухаренко С.А. К вопросу о динамическом коэффициенте // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2021. Т. 23. № 5. С. 127–141. DOI: 10.31675/1607-1859-2021-23-5-127-141

A.V. KARTOPOLTSEV¹, V.M. KARTOPOLTSEV¹, S.A. KUKHARENKO²,
¹ООО "DIAMOS",
²Tomsk State University of Architecture and Building

TOWARDS THE DYNAMIC COEFFICIENT

For the first time, this paper studies the fundamental conditions of the dynamics of bridge spans under non-stationary oscillations with regard to the mass inertia of the span–vehicle system. Based on the dynamic analysis of the stress-strain state of spans under changing live load, the mechanical and energy principles of additional dynamic load characterized by the dynamic coefficient, are formulated and substantiated. It is found that the dynamic coefficient slightly depends on the system vibrations due to the temporary nature of its application. The amplitude-frequency characteristics of the dynamic stress-strain state are considered in the mode of stable oscillations only. Theoretical and experimental studies of road bridges of various designs and lengths confirm the relationship between the dynamic coefficient and the parameters of damping and resonance. It is found that the dynamic coefficient reflecting the energy balance of the system allows considering the critical ratios of the equilibrium amplitudes and dynamic stiffness of the spans under the changing effect of the live load as well as the presence of road defects and span bearing elements in terms of the well-known Hurwitz criterion.

Keywords: span; bridge; beams; dynamic load; oscillatory process.

For citation: Kartopoltsev A.V., Kartopoltsev V.M., Kukharenko S.A. K voprosu o dinamicheskom koeffitsiente [Towards the dynamic coefficient]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2021. V. 23. No. 5. Pp. 127–141.
 DOI: 10.31675/1607-1859-2021-23-5-127-141

Из исторической хронологии научных исследований известно, что первые сведения влияния динамических эффектов на изменение напряженно-деформированного состояния несущих элементов сооружений для изгибаемых или комбинированно-нагруженных относятся к началу прошлого столетия (Технические условия для расчетов мостов города С.-Петербурга – 1913; Технические условия проектирования капитальных зданий и сооружений – 1925; Стрелецкий Н.С. Курс мостов – 1931). Идеи С.А. Ильясевича, Н.А. Бернштейна, И.М. Рабиновича, М.И. Гольденבלата справедливо относятся к глубокомасштабным пионерным исследованиям в области определения динамических показателей для мостовых конструкций. В отсутствие убедительного обоснования динамический эффект от воздействия временной подвижной нагрузки проявляется в добавлении при определении максимальных усилий введением динамического коэффициента ξ , равного

$$\xi = 1 + \xi_0. \quad (1)$$

В формуле (1), по мнению автора [1], интерес представляет та часть, которая является добавкой к единице (ξ_0) и зависит от скорости движения временной нагрузки. При

$$\xi_0 = \frac{\pi \cdot V}{L \left(p - \frac{\pi \cdot V}{L} \right)}, \quad (2)$$

где p – частота собственных колебаний балки, принимается из выражения

$$L = \frac{2 \cdot P_{\text{вр}} \cdot \beta}{p(k - m \cdot \beta^2)}; \quad p = \frac{k}{m}; \quad \beta = \frac{\pi \cdot V}{L}.$$

Из первых анализов формул (1), (2) видно, что второе слагаемое (ξ_0) в формуле (1) носит энергетический характер и зависит от формы и параметров динамических колебаний, а также от длины пролета L . Ориентируясь на предположение, что влияние динамического прогиба $y_{\text{дин}}^{\text{max}}$ имеет максимум не в сечении $L/2$, чем меньше длина пролета (L), тем несовпадение $y_{\text{дин}}^{\text{max}}$ с $y_{\text{ст}}^{\text{max}}$ больше. Для пролетов больше 80 м, где $\sin \beta t = +1$, $\sin \alpha t = -1$, отмечается совпадение значений $y_{\text{дин}}^{\text{max}} = y_{\text{ст}}^{\text{max}}$. Появление первого слагаемого в формуле (1) определено решением уравнения вида

$$\xi = \frac{1}{1 - \left(\frac{\beta}{P_0}\right)^2} \left(\sin \beta t - \frac{\beta}{P_0} \sin \alpha t \right). \quad (3)$$

При $\beta \cdot t = \pi$; $t = \frac{L}{V}$; $P_0 \cdot t = 2n \cdot \pi - \beta \cdot t$ имеем

$$\xi = 1 + \frac{\pi \cdot V}{L \left(P_0 - \frac{\pi \cdot V}{L} \right)}. \quad (4)$$

Динамический коэффициент на протяжении многих десятков лет интерпретировался с рядом символов, которые в большинстве случаев даже и не связаны либо с физической сущностью процесса, либо с той символикой в обозначениях, принятых в классических трудах механики твердого тела, динамики транспортных сооружений, а также строительной механики, на основе того, что динамический коэффициент должен олицетворять изменение динамической вертикальной жесткости пролетного строения моста в зависимости от скорости движения груза [1, с. 101].

Интерпретация значения динамического коэффициента началась с введения в оборот динамической поправки μ [2, с. 201, 202], одновременно названной и динамической добавкой

$$\Delta P_{\text{max}} = \frac{P_{\text{max}} \cdot T}{2t_0}, \quad (5)$$

где $\frac{P_{\text{max}} \cdot T}{2}$ – максимальное возможное приращение возмущающей силы $P_{\text{вр}}$ за промежуток времени, равный $\frac{T}{2}$; t_0 – время, в течение которого произошло приращение.

При T – период колебаний $\rightarrow \min$ динамическая добавка (поправка) не нужна.

В то же время А.Н. Крыловым, Я.Г. Пановко символом μ обозначается уже динамический коэффициент, равный

$$\mu = 2 \sin \pi \cdot \alpha ; \quad \alpha = \frac{t_0}{T}. \quad (6)$$

С учетом внутреннего трения динамический коэффициент μ определяется из выражения

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{w^2}{p^2}\right)^2 + \frac{4w^2 \cdot n^2}{p^4}}}, \quad (7)$$

где w, p – частота вынужденных, собственных колебаний системы; $n = 1, 2, 3$.

Максимальное значение $\mu = \frac{1}{\left[1 - \frac{w^2}{p^2}\right]}$. С учетом синусоидальной формы

колебаний пролетных строений мостов $n = \lg \delta/T$ зависимость между α и μ показана в табл. 1.

Таблица 1

**Зависимость амплитудно-частотных характеристик
от динамического коэффициента**

α	0	0,01	0,02	0,03	0,05	0,25	0,5
μ	0	0,062	0,126	0,188	0,313	0,413	2,0

Таким образом, динамический коэффициент зависит от соотношения амплитудно-частотных характеристик и не зависит от длины пролета (рис. 1).

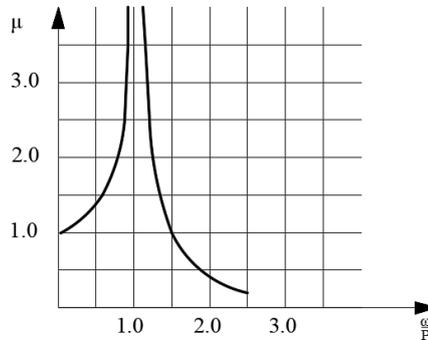


Рис. 1. Зависимость динамического коэффициента от $\frac{w}{p}$; $\frac{w}{p} = \sqrt{2}$; $\mu < 1$; $\frac{w}{p} \rightarrow \max \mu \rightarrow 0$

Также динамический коэффициент мало зависит от формы колебаний, формула (2). Такой функцией, по выражению А.Н. Крылова, может обладать динамическая поправка, а не динамический коэффициент [2, с. 201], т. к. его величина должна быть намного больше, чем большая величина μ в табл. 1. Так, в исследованиях Г.С. Шестопёрова величина динамического коэффициента

$(1 + \mu)$ находится в пределах от 2,0 до 5,0, а динамические напряжения для металлических балок в 2,6 раза выше статических [3, с. 10].

Таким же символом (μ) в работах С.П. Тимошенко, Р. Клар, Дж. Пензиен обозначен коэффициент трения (кулоново трение) и коэффициент податливости, равные отношению $\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_y}$ из диаграмм « $\sigma - \varepsilon$ » [4, с. 82; 5, с. 316]. Не пред-

ставляет трудности значение μ переписать в виде $\frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_y} = \mu$, тогда коэффициент

податливости (μ) означает равенство

$$\frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_y} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_y}. \quad (8)$$

Так как динамический коэффициент связан с отношением максимальной амплитуды вынужденной реакции системы при вынужденных колебаниях ($A_{\text{вын}}^{\max}$) к максимальному прогибу системы $y_{\text{ст}}^{\max}$ при свободных колебаниях, совершенно очевидно:

$$\mu = \frac{A_{\text{вын}}^{\max}}{y_{\text{ст}}^{\max}}. \quad (9)$$

Символическое несоответствие также отмечается подменой μ на μ_x – коэффициент пропорциональности, имеющий аналогично μ физическое значение, а именно

$$\mu_x = m_x \cdot 2\varepsilon_x, \quad (10)$$

где m_x – масса единицы длины балки; ε_x – сила трения (входящая в параметр затухания колебаний $e^{-\xi_x \cdot t}$).

Подобная идея представления динамического коэффициента отношением максимального динамического отклонения к максимальному статическому отношению в амплитудном отображении от временной нагрузки $R_{\text{вр}} \cdot \sin w \cdot t$ и максимальной восстанавливающей силы при статическом приложении нагрузки F_{\max} функционально представляется в виде [6, с. 107]:

$F_{\max} = \varphi(A_{\max}) / A_{\max} \rightarrow \varphi\left(\frac{1}{\xi_x}\right)$, тогда

$$A_{\max}^2 = \frac{4}{3}\xi_x^2 + \frac{4}{3}\xi_x \sqrt{\xi_x^2 + \frac{4}{3}}, \quad (11)$$

параметру A_{\max} соответствуют $w^2 = 1 + \frac{9}{8}A_{\max}^2$; $\varepsilon_x \approx 0,1$.

Идея вероятной обратно пропорциональной зависимости динамического коэффициента от параметра затухания нашла отражение также при анализе ре-

зонансных состояний колеблющейся системы при $\beta = \frac{w}{p} = \sqrt{1 - \xi^2} = \frac{2}{3}$,

где $\xi = 0,7$ – по С.А. Бернштейну. Тогда динамический коэффициент в стадии резонанса, по мнению авторов, равен [5, с. 56]:

$$\mu = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} = 1,005. \quad (12)$$

Таким образом, авторам исследований [5, 6] не удалось найти подтверждение того, что динамический коэффициент зависит только от состояния β и параметра затухания ξ , формула (12).

Практически противоположное мнение можно найти в работах Н.К. Снитко, считающего динамический коэффициент μ_t переменной величиной во времени, зависящей от формы колебания и амплитудно-частотных характеристик переменных во временном промежутке t [7, с. 64–65]:

$$\mu_t = \mu \left(\sin w \cdot t - \frac{w}{p} \sin p \cdot t \right), \quad (13)$$

где t – время движения транспорта по балке; $\mu = \frac{1}{1 - \frac{w^2}{p^2}}$ – динамический коэффициент вынужденных колебаний балки $\mu < \mu_t$.

Последовательно идея, высказанная Н.К. Снитко о временном характере динамического коэффициента в колебательном процессе, рассмотрена в ряде работ А. Лисовского в стадиях предрезонансного или резонансного состояния [8]. Принимая за основу выражение для динамического коэффициента в предрезонансных зонах в виде

$$Q = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{w^2}{p^2}\right)^2 + \frac{0,072 \frac{w^2}{p^2}}{n^2}}}, \quad (14)$$

где $n = \frac{2\pi}{T}$, значение максимального динамического прогиба будет равно

$$y_{\text{дин}}^{\text{max}} = y_{\text{ст}}. \quad (15)$$

В стадии резонанса $w = Q_p$ значения в формулах (14), (15) будут определяться из выражений:

$$Q_p = Q_{\text{резон}} = \frac{2\pi}{0,3T}; \quad y_{\text{дин,резон}}^{\text{max}} = y_{\text{ст}} \frac{2\pi}{0,5T}. \quad (16)$$

В дальнейшем на основе правила Л. Носпиталь А. Лисовским было предложено вводить понятие динамического коэффициента перемещения (коэффициент динамичности) при условии, что $Q_n = \frac{y_{\text{max}}}{y_{\text{ст}}}$; $y_{\text{max}} = 2y_{\text{ст}}$. Максимальный

динамический прогиб и коэффициент при $t = 0,5T = \frac{\pi}{p_1}$ целесообразно определять из выражения [8, с. 39]:

$$Q_{\max} = 1 + e^{-\frac{0,47}{n_1}}; \quad y_{\max} = y_{\text{ст}} \cdot Q_{\max}, \quad (17)$$

где $\nu = (0,016-0,08)n$; $n_1 = 0,15$; $p_1 = 0,994p$; p – круговая частота свободных незатухающих колебаний балки; p_1 – круговая частота свободных затухающих колебаний; $p = \frac{2\pi}{T}$; $\nu \cdot \pi \cong 0,47$.

Таким образом, в расчетах [8] имеют место слагаемые $1 + e^{-\frac{0,47}{n_1}}$, которые могут быть прототипами современного обозначения динамического коэффициента $1 + \mu$ (СП 35.13330.2011 «Мосты и трубы»). Аналогичного мнения придерживается В.Л. Бидерман, считающий μ энергетической характеристикой колеблющейся системы, не чем иным, как коэффициентом усиления колебаний, связанных с инерционностью системы [9]. Данное обстоятельство рассматривается важным в стадии формирования колебаний при въезде нагрузки на балку пролетного строения. В этом случае воздействие временной нагрузки считается неуравновешенным, и скорость динамического перемещения балки будет определяться выражением

$$V_{\text{дин}} = \frac{\Sigma P_{\text{вр}}}{m}, \quad (18)$$

где m – масса балки.

Воздействие временной нагрузки при $t = t_0$ следует считать импульсивно приложенным в течение короткого отрезка времени $t = 0; 0,2; 0,3; 0,5; 0,7; 1$ с. В этот промежуток времени какая-либо динамическая добавка в параметрах колебательного процесса не нужна по причине того, что усиление динамического эффекта целесообразно рассматривать только для стабильных колебаний. Подтверждением служат исследования, при которых от воздействия временной нагрузки при въезде на мостовое сооружение частотные характеристики вынужденных колебаний не совпадают по фазе с истинной реакцией опорных сечений балок на действие временной нагрузки на угол θ [5, с. 52], равный

$$\theta = tg^{-1} \frac{2 \cdot \xi \cdot \beta}{1 - \beta^2}, \quad (19)$$

где $0 < \theta < 180^\circ$.

В этом случае суммарная амплитуда реакции $A_{\text{вын}}^{\max}$, отнесенная к статическому перемещению на опоре в момент въезда нагрузки на мост, отличается всего лишь на малую величину и не может считаться динамическим эффектом:

$$\frac{A_{\text{вын}}^{\max}}{y_{\text{ст}}} = \left[(1 - \beta^2)^2 + (2\beta \cdot \xi)^2 \right]^{-1/2}, \quad (20)$$

где $\beta = 2/3$; $\xi = 0,2-0,7$.

Подтверждением служат результаты обширных экспериментальных динамических исследований ряда автодорожных мостов [10, с. 182; 11, с. 198]. В очередной раз очевидно, что динамический коэффициент в своем естественном выражении должен являться функцией, обратно пропорциональной параметру затухания (ξ) и параметру резонанса (β), который, в свою очередь, определяется из выражения

$$\beta = \frac{w}{p} = \sqrt{1 - \xi^2} \quad (21)$$

и является составляющим параметром логарифмического коэффициента затухания $\lg \delta \cong 2\pi \cdot \xi$. Конструктивный анализ в исследованиях [2, 4, 6, 8] показывает структурное содержание динамического коэффициента, который необходимо иметь на основе динамических характеристик для резонансных или предрезонансных форм колебаний в условиях, характеризующих добротность и расстройку системы. Принимая добротность колеблющейся системы в резонансной или предрезонансной зонах за отношение, обратно пропорциональное параметру затухания $\left(\frac{1}{\xi}\right)$, а расстройку из выражения $p - \frac{p_0}{q} \bar{w}$, при условии необходимого учета угла сдвига фаз в рассматриваемых зонах, необходимая частота колебаний будет определяться из выражения

$$w = \frac{P_0}{q} \bar{w} \cdot t + \theta, \quad (22)$$

где θ – угол сдвига фаз $\approx \frac{\pi}{2}$; P_0, q – некоторые взаимно простые числа; \bar{w} – круговая частота возмущающей силы (вынужденные колебания) [7, с. 203].

Рассматривая условие в предрезонансной зоне $n^2 + (m^2 - 1)^2 \neq 0$; $n, m = 1, 2, 3$ и резонансной зоне $\frac{w}{p} = 1$, считаем справедливыми выражения (Справочник проектировщика. Расчетно-теоретический. Москва, 1961. С. 1040):

$$A_{\text{вын}} = \frac{y_{\text{ст}} \cdot p}{2}.$$

Динамический коэффициент

$$\left(\frac{A_{\text{вын}}}{y_{\text{ст}}} \right) = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{w}{p}\right)^2 + 4n^2 \left(\frac{w}{p}\right)^2}}, \quad (23)$$

где n определяется из выражения $1 = \sqrt{1 - 2n^2}$.

При $\frac{w}{p} < 1$ фазы вынужденных собственных колебаний совпадают. При

$\frac{w}{p} > 1$ угол сдвига фаз в обоих случаях состояния отличается на 180° .

Однако это обстоятельство не отражается на формуле для динамического коэффициента, который является максимальным (23).

В случае биения (рис. 2) $w \cong p$, π/T увеличиваются, динамический коэффициент отличается от аналогичного резонансного состояния на величину угла смещения фаз θ , равную

$$\theta = \frac{2\pi \cdot T_{\text{вын}}}{P_{\text{вр}}}, \quad (24)$$

при $m = 1, 2, 3$ или $\theta \cong \frac{1}{4}$ цикла.

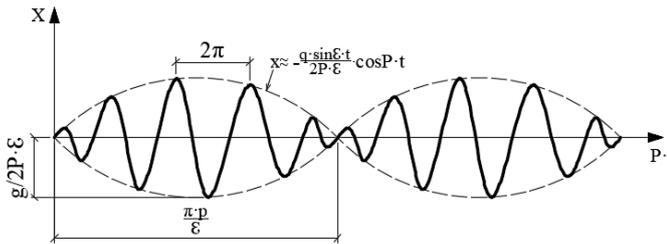


Рис. 2. Виброграмма биения для затухающих колебаний

После схода временной нагрузки с пролета балка пролетного строения находится в свободном затухающем колебании с параметрами [12, с. 107]:

$$T_{\text{вын}}^{\text{биения}} = \pi / \varepsilon; \quad \varepsilon = (0,01-0,008)w; \quad w = g / 2p \cdot \varepsilon \sin \varepsilon \cdot t.$$

В.Л. Бидерман применял коэффициент динамичности в качестве только энергетической характеристики вынужденных колебаний в рамках энергетического баланса, характеризующего ход изменений в системе «пролетное строение + автомобиль» в зависимости от отклонения энергии E , поступающей в систему, и энергии R реакций элементов системы, расходуемой на преодоление различных внутренних и внешних сопротивлений. В условиях положительного отношения равновесной амплитуды и показателей жесткости системы β равен

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{w^2}{p^2}\right)^2 + \left(\frac{\lg \delta}{\pi}\right)^2 \left(\frac{w}{p}\right)^2}}, \quad (25)$$

где $\lg \delta$ – логарифмический декремент затухания вынужденных колебаний для металлических мостов, принимается равным 0,05–0,15.

При $w \rightarrow p \rightarrow \beta \rightarrow \max$ в случае максимума равновесной амплитуды значение $\beta_{\max} \cong \frac{\pi}{\lg \delta}$. Чем меньше $\lg \delta$, тем больше добротность системы и значение равновесной амплитуды. В системе $w < p$, $w > p$ система удалена от резонанса.

В состоянии резонанса $w = p$ угол сдвига фаз $\varphi \cong \frac{\pi}{2}$ в предрезонансных зонах

рекомендуется не учитывать. Попытка подтверждения энергетической составляющей сущности динамического эффекта от воздействия подвижной временной нагрузки освещена в исследованиях А.Б. Моргаевского [13, с. 70], где в виде возможного критерия качества определяющих параметров энергетической оценки составляющих динамического коэффициента μ являются β и α .

В исследованиях А.П. Филиппова, С.С. Кохманюк усматривается попытка выявить зависимость динамического коэффициента изгибающих моментов в условиях контакта с проезжей частью мостовых конструкций [14, с. 211]. При движении временной подвижной нагрузки по неровной проезжей части происходят отскоки и соударения подрессорных масс, движущихся со средней скоростью $V_{cp} = \frac{(V_0 + V_1)}{2}$. При скорости $V_1 = V_0 \sqrt{2\nu + 1}$, с которой временная нагрузка покидает балку, формирование структуры динамического коэффициента существенно зависит от режимов взаимодействия балки и динамической нагрузки с последующим соударением в месте контакта с неровной проезжей частью на основе расчетных схем (рис. 3).

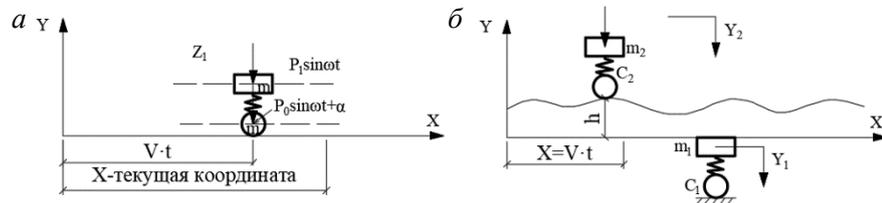


Рис. 3. Расчетная схема взаимодействия нагрузки с пролетным строением:

a – ровная проезжая часть; b – проезжая часть с неровностями, $\alpha = \frac{V_0 \cdot L}{\pi} \sqrt{\frac{F \cdot \rho}{E \cdot J}}$

Переменный характер динамического коэффициента зафиксирован в изменении максимальных в пролете перемещений и моментов в зависимости от скорости движения параметров α и $\beta = 0,5$ (рис. 3, a). Однако для динамического коэффициента важным обстоятельством является именно соотношение параметров α и β , при котором наступает отрыв нагрузки в конце пролета, сопровождаемый соударением подвижной нагрузки с балкой в зоне деформационного шва, и отличие его в середине пролета.

В фундаментальных исследованиях Ю.А. Шиманского динамический коэффициент $k_{дин}$ является затухающей периодической функцией отношения $\frac{t_t}{p}$ с предельной величиной от 1 до 2 и определяется из выражения [15, с. 78]:

$$k_{дин} = 1 + \left[\frac{p}{\pi \cdot t_t} \sin \frac{\pi \cdot t_t}{p} \right], \quad (26)$$

где $t_t = t_0 - t$ – время действия временной нагрузки; p – частота собственных колебаний; при $\frac{t_t}{p} > 6$ $k_{дин} \leq 1,05$; при $\frac{t_t}{p} > 0,5$ $k_{дин} = \frac{\pi \cdot t_t}{p} = 1$.

Состоящий из двух слагаемых динамический коэффициент $k_{\text{дин}}$ объясняется автором двухстадийным процессом нагружения динамической системы (рис. 4).

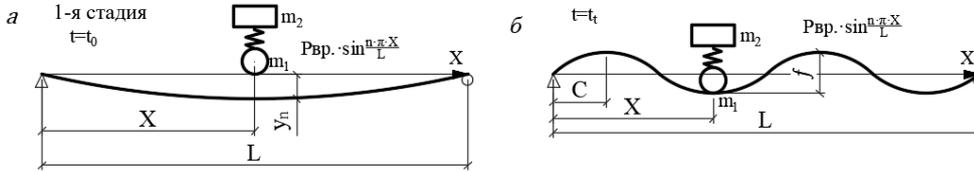


Рис. 4. Двухстадийное нагружение:
 а – стадия собственных инерционных колебаний; б – стадия вынужденных колебаний

При $t = t_0$ – время отсчета – колебания отсутствуют; $t = t_1$ – стадия свободного колебания; $t = t_t$ – стадия вынужденных колебаний; $t = t_c$ – сход временной нагрузки с пролета; $f = \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}$; $n = 2, 4, 6$.

Научную идею Ю.А. Шиманского поддержал и развил И.Г. Бондарь, в которой динамический коэффициент выступает как функция динамического прогиба и момента соответствия статическому и динамическому нагружению [16, с. 111] и соотношение масс автотранспорта и пролетного строения $\beta = \frac{m_a}{m_n} \approx 0,5-1,0$.

В дальнейшем были получены математические зависимости для прогиба и момента в сечении $L/2$ в виде

$$\left. \begin{aligned} (1 + \mu)y &= 1 + \frac{\alpha^2}{10} + \frac{g_{\text{вп}} \cdot \alpha \cdot \beta}{\pi^5} \sin \frac{w \cdot p}{\alpha \cdot V}, \\ (1 + \mu)M_d &= 1 + \frac{\alpha^2}{12} + \frac{8 \cdot \alpha \cdot l^3}{\pi^3} \sin \frac{w \cdot p}{2V}, \\ M_g^{1/2} &= \frac{F \cdot L}{4} (1 + \mu)M_d + \frac{g \cdot L^2}{8}. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

При $x = V \cdot t$; $P_{\text{вп}} = F$; g – равномерно распределенная нагрузка от собственного веса системы; $\beta = \frac{\alpha^2}{3\pi^2} - 1$; $\alpha = \frac{V}{V_{\text{кр}}} \frac{1}{\sqrt{1 + 2\beta}}$.

В более поздних фундаментальных исследованиях О.Ф. Ганиева, В.О. Кононенко было отмечено, что любая динамическая добавка μ функционально зависима от частотных характеристик p и w и встроена в ϵ_s – «расстройка частоты», указывающая на приближение к предрезонансному $w \cong p$, $p \cong w \pm \mu \cdot \epsilon_s$ или резонансному состоянию $w = p$, $p - \mu \cdot \epsilon_s < w < p + \mu \cdot \epsilon_s$.

Фактически μ как динамическая добавка и второе слагаемое динамического коэффициента в большей степени приближена к оценке влияния вынуж-

денных колебаний на динамический процесс в системе, что нашло отражение в критерии Эрлита – Гурвица в выражении [17, с. 67, 118]:

$$w \cong \mu \cdot \varepsilon_s, \quad (28)$$

где ε_s – малая по сравнению с w величина, имеющая размерность частоты, равную $\frac{1}{g} - h$; $s = 1, 2, 3$; h – коэффициент сопротивления системы при основной форме колебания, увеличение которого уменьшает ε_s и устойчивость и повышает уровень риска резонанса. При $h \geq \frac{1}{w} g_{вр}$ частотная характеристика w соответствует выражению (28).

Противоречивость и неподтвержденность фактического значения динамической добавки μ в современных исследованиях просматриваются в работах [18, с. 47; 19, с. 7]. Представляя динамическую надбавку μ как разницу между $y_{дин}^{max} - y_{ст}$ и отношения массы временной нагрузки ($m_{вр}$) к массе пролетного строения (m_{σ}), можно получить значения при различной скорости движения, а именно: при $\mu = 0,1$ $V = 70$ км/ч; при $\mu = 0,2$ $V = 80$ км/ч; при $\mu = 0,08$ $V = 100$ км/ч и более.

Такое соотношение между μ и V не может быть признано для современного класса временной подвижной нагрузки, т. к. $\mu = 0,1$ можно представить как значение ошибки при измерении колебаний приборами. Несколько позже авторами объявляются результаты исследований $1+\mu$, где значение коэффициента в зависимости от скорости от 5 до 70 км/ч $1+\mu$ составляет от 1,6 до 2,4 между предыдущими значениями от 30 до 70 %, что недопустимо для практического применения.

В современных отечественных и международных изданиях эффект от динамического воздействия временной подвижной нагрузки имеет эмпирическую ограниченную модель определения в зависимости от длины пролета L в пределах от 1,0 до 1,75 [18, с. 22]. В нормах Италии к нормативным нагрузкам вводят коэффициент динамичности μ для длины пролета (L) меньше 100 м равный

$$\mu = \frac{1 + (100 - L)^2}{250 - L}, \quad (29)$$

для $L \geq 100$ м $\mu = 1,0$.

Во французских нормативных документах динамический коэффициент μ представлен в виде

$$\mu = \frac{1 + 0,80}{1 + 0,2L}. \quad (30)$$

В регламенте на проектирование мостов в Норвегии динамический коэффициент (μ) равен от 1,4 до 1,75 в зависимости от типа временной, в основном двухосных экипажей, нагрузки и вводится в формулу для определения изгибающего момента M , равного [20, с. 415, 417]:

$$M = M_{вр} \cdot \mu. \quad (31)$$

Величина динамического коэффициента, установленная стандартом 4СН73-6204, зависит в основном от начальных условий движения временной нагрузки, конструкции и состояния проезжей части мостов. Так же, как и для стран с нормами Еврокода, за исключением Бельгии, динамический коэффициент в большинстве случаев мало отличается от 1,0, что нереально для эксплуатации мостов в современных условиях [20, с. 420].

Таким образом, всесторонний анализ динамического поведения автодорожных мостов в нашей стране и за рубежом показывает, что гамма обозначений в большинстве случаев не характеризует сущность динамического эффекта, не обоснована и не подтверждена научными исследованиями в части определения динамического коэффициента и его структуры.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Ильяевич С.А.* Основы динамического расчета балочных металлических мостов. Москва : ОНТИ. НКТП СССР, Госмашметиздат, 1934. 200 с.
2. *Пановко Я.Г.* Основы прикладной теории упругих колебаний. Москва : Машиностроение, 1967. 316 с.
3. *Шестоперов Г.С.* Некоторые задачи динамического пространственного расчета балочных мостов : автореферат диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Москва, 1969. 23 с.
4. *Тимошенко С.П., Янг Д.Х.* Колебания в инженерном деле. Москва : Машиностроение, 1985. 472 с.
5. *Клаф Р., Пензиен Д.* Динамика сооружений. Москва : Стройиздат, 1979. 320 с.
6. *Кац Я.М.* О вынужденных нелинейных колебаниях // Труды ЛИИ. 1939. № 3. С. 102–120.
7. *Снитко Н.К.* Методы расчета сооружений на вибрацию и удар. Ленинград ; Москва : Гос. изд-во лит. по стр-ву и архитектуре, 1953. 288 с.
8. *Лисовский А.* Колебания прямых стержней и рам / пер. с польского Г.Н. Вилкова ; под ред. И.Л. Корчинского. Москва : Госстройиздат, 1961. 160 с.
9. *Бидерман В.Л.* Прикладная теория механических колебаний. Москва : Высшая школа, 1972. 416 с.
10. *Картопольцев В.М., Кисов Д., Картопольцев А.В., Колмаков Б.Д.* Динамические испытания сталежелезобетонных мостов с учетом влияния дефектов проезжей части // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2016. № 5. С. 178–193.
11. *Картопольцев В.М., Сафронов В.М., Картопольцев А.В., Колмаков Б.Д.* Определение динамических напряжений и деформаций в сталежелезобетонных мостах // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2016. № 3. С. 194–204.
12. *Картопольцев В.М., Картопольцев А.В., Бочкарев Н.Н.* Автоматизированный комплекс динамических испытаний мостов // Современные техника и технологии. Труды 4-й областной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Томск, 1998. С. 106–109.
13. *Моргаевский А.Б.* О влиянии рессор на величину динамического эффекта от подвижных нагрузок // Исследования по теории сооружений. Вып. XIV. Москва : Стройиздат, 1965. С. 65–71.
14. *Филиппов А.П., Кохманюк С.С.* Расчет сооружений на подвижные нагрузки. Динамический расчет зданий и сооружений. Москва : Стройиздат, 1984. С. 205–211.
15. *Шиманский Ю.А.* Динамический расчет судовых конструкций / под общ. ред. В.И. Першина. Ленинград : Судпромгиз, 1948. 408 с.
16. *Бондарь Н.Г.* Динамический расчет на движущуюся нагрузку // Исследования по теории сооружений. Вып. VI. Москва : Стройиздат, 1954. 111 с.
17. *Ганиев, Р.Ф., Кононенко В.О.* Колебания твердых тел. Москва : Наука, 1976. 432 с.

18. Ефимов П.П. Динамическое воздействие движущихся автомобилей на мосты малых пролетов // Теоретические и экспериментальные исследования мостов и сооружений : сб. науч. трудов / СибАДИ. Омск : Зап.-Сиб. кн. изд-во, 1972. № 5. С. 46–51.
19. Ефимов П.П. Исследование некоторых свойств динамической системы «пролетное строение + нагрузка» для случая движения нагрузки по неровной проезжей части пролетных строений малой длины // Теоретические и экспериментальные исследования мостов и строительных конструкций : сб. науч. трудов / СибАДИ. Омск : Зап.-Сиб. кн. изд-во, 1971. № 4. С. 5–10.
20. Гордеев В.Н., Лантух-Лященко А.И., Пашинский В.А., Перельмутер А.В., Пичугин С.Ф. Нагрузки и воздействия на здания и сооружения / под общ. ред. А.В. Перельмутера. Москва : Изд-во АСВ. 2006. 478 с.

REFERENCES

1. Ilyashevich S.A. Osnovy dinamicheskogo rascheta balochnykh metallicheskh mostov [Basics of dynamic analysis of beam metal bridges]. Moscow: Gosmashmethizdat, 1934. 200 p. (rus)
2. Panovko Y.G. Osnovy prikladnoi teorii uprugikh kolebaniy [Basics of applied theory of elastic oscillations]. Moscow: Mashinostroenie, 1967. 316 p. (rus)
3. Shestoporov G.S. Nekotorye zadachi dinamicheskogo prostranstvennogo rascheta balochnykh mostov [Some tasks of dynamic spatial analysis of beam bridges. PhD Abstract]. Moscow, 1969. 23 p. (rus)
4. Tymoshenko S.P., Yang D.H. Kolebaniya v inzhenernom dele [Oscillations in engineering]. Moscow: Mashinostroenie, 1985. 472 p. (rus)
5. Clough R.W., Penzien J. Dinamika sooruzhenii [Dynamics of structures]. Moscow: Stroyizdat, 1979. 320 p. (transl. from Engl.)
6. Katz Y.M. O vyznuzhdennykh nelineinykh kolebaniyakh [Forced nonlinear oscillations]. Trudy LII. 1939. No. 3. Pp. 102–120. (rus)
7. Snitko N.K. Metody rascheta sooruzhenii na vibratsiyu i udar [Methods for structural analysis of vibration and blow]. Leningrad; Moscow, 1953. 288 p. (rus)
8. Lisovski A. Kolebaniya pryamykh sterzhnei i ram [Oscillations of straight rods and frames]. Moscow: Gosstroyisdat, 1961. 160 p. (transl. from Pol.)
9. Biderman V.L. Prikladnaya teoriya mekhanicheskikh kolebaniy [Applied theory of mechanical oscillations]. Moscow: Vysshaya shkola, 1972. 416 p. (rus)
10. Kartopoltsev V.M., Kisov D., Kartopoltsev A.V., Kolmakov B.D. Dinamicheskie ispytaniya stalezhelezobetonnykh mostov s uchetom vliyaniya defektov proezzhei chasti [Dynamic tests of composite bridges with pavement defects]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2016. No. 5. Pp. 178–193. (rus)
11. Kartopoltsev V.M., Safronov V.M., Kartopoltsev A.V., Kolmakov B.D. Opredelenie dinamicheskikh napryazhenii i deformatsii v stalezhelezobetonnykh mostakh [Stress-strain state of composite bridge]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2016. No. 3. Pp. 194–204. (rus)
12. Kartopoltsev V.M., Kartopoltsev A.V., Bochkarev N.N. Avtomatizirovannyi kompleks dinamicheskikh ispytaniy mostov [Automated system of dynamic tests of bridges]. In: *Sovremennye tekhnika i tekhnologii*. Trudy 4-i oblastnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii studentov, aspirantov i molodykh uchenykh (Proc. 4th Sci. Conf. of Students and Young Scientists 'Modern Engineering and Technologies'). Tomsk, 1998. Pp. 106–109. (rus)
13. Morgaevsky A.B. O vliyaniy ressor na velichinu dinamicheskogo effekta ot podvizhnykh nagruzok [Spring effect on dynamic live loads]. In: *Issledovaniya po teorii sooruzhenii* [Studies on the structural theory], vol. XIV. Moscow: Stroyzdat, 1965. Pp. 65–71. (rus)
14. Filippov A.P., Kokhmanyuk S.S. Easchet sooruzhenii na podvizhnye nagruzki. Dinamicheskii raschet zdaniy i sooruzhenii [Structural analysis of live loads. Dynamic analysis of buildings]. Moscow: Stroyzdat, 1984. Pp. 205–211. (rus)
15. Shimansky Y.A. Dinamicheskii raschet sudovykh konstruktssii [Dynamic analysis of ship structures], V.I. Pershin, Ed. Leningrad: Sudpromgiz, 1948. 408 p. (rus)
16. Bondar N.G. Dinamicheskii raschet na dvizhushchuyusya nagruzku [Dynamic analysis of live load]. In: *Issledovaniya po teorii sooruzhenii* [Studies on the theory of structures], vol. VI. Moscow: Stroyzdat, 1954. 111 p. (rus)

17. *Ganiev R.F., Kononenko V.O.* Kolebaniya tverdykh tel [Oscillations of solids]. Moscow: Nauka, 1976. 432 p. (rus)
18. *Efimov P.P.* Dinamicheskoe vozdeistvie dvizhushchikhsya avtomobiley na mosty malyykh proletoy [Dynamic impact of moving cars on small span bridges]. In: Teoreticheskie i eksperimental'nye issledovaniya mostov i sooruzhenii: sb. nauch. trudov (*Coll. Papers "Theoretical and Experimental Studies of Bridges and Structures"*). Omsk: SibADI, 1972. No. 5. Pp. 46–51. (rus)
19. *Efimov P.P.* Issledovanie nekotorykh svoystv dinamicheskoi sistemy "proletnoe stroenie + nagruzka" dlya sluchaya dvizheniya nagruzki po nerovnoi proezzhei chasti proletnykh stroenii maloi dliny [The properties of "span structure–load system for load on uneven span road of low length]. Teoreticheskie i eksperimental'nye issledovaniya mostov i stroitel'nykh konstruksii: sb. nauch. trudov (*Coll. Papers "Theoretical and Experimental Studies of Bridges and Buildings"*). Omsk: SibADI, 1971. No. 4. Pp. 5–10. (rus)
20. *Gordeev V.N., Lanthukh-Lyashchenko A.I., Pashinsky V.A., Perelmuter A.V., Pichugin S.F.* Nagruzki i vozdeistviya na zdaniya i sooruzheniya [Loads on buildings and structures], A.V. Perelmuter, Ed. Moscow: ASV, 2006. 478 p. (rus)

Сведения об авторе

Картопольцев Андрей Владимирович, канд. техн. наук, доцент, ООО «ДИАМОС», 634003, г. Томск, пер. Соляной, 24/1, diamos@mail.ru

Картопольцев Владимир Михайлович, докт. техн. наук, профессор, ООО «ДИАМОС», 634003, г. Томск, пер. Соляной, 24/1, diamos@mail.ru

Кухаренко Светлана Александровна, ст. преподаватель, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, kaf_most@mail.ru

Authors Details

Andrei V. Kartopoltsev, PhD, A/Professor, ООО "DIAMOS", 24/1, Solyanoy Alley, 634003, Tomsk, Russia, diamos@mail.ru

Vladimir M. Kartopoltsev, DSc, Professor, ООО "DIAMOS", 24/1, Solyanoy Alley, 634003, Tomsk, Russia, diamos@mail.ru

Svetlana A. Kukhachenko, Senior Lecturer, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanaya Sq., 634003, Tomsk, Russia, kaf_most@mail.ru