

СТРОИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И ИЗДЕЛИЯ

УДК 665.455:006.354

DOI: 10.31675/1607-1859-2021-23-4-79-99

О.В. МАТВИЕНКО^{1,2}, А.Е. ЛИТВИНОВА²,

¹Томский государственный архитектурно-строительный университет,

²Национальный исследовательский

Томский государственный университет

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ТЕЧЕНИЯ ВЫСОКОПАРАФИНИСТОГО БИТУМНОГО ВЯЖУЩЕГО, ОПИСЫВАЕМОГО МОДЕЛЬЮ БАЛКЛИ – ГЕРШЕЛЯ, В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ*

В работе проведено исследование течения битумного вяжущего, описываемого моделью Балкли – Гершеля, в цилиндрической трубе, определена зависимость расхода жидкости от перепада давления, получены зависимости для радиального распределения скорости и эффективной вязкости течения.

Установлено, что при низких значениях перепада давления неньютоновские свойства среды, обусловленные наличием внутренней структуры, приводят к значительному гидравлическому сопротивлению. С увеличением перепада давления гидравлическое сопротивление потока уменьшается, что связано с разрушением структуры среды.

Ключевые слова: реология; вязкопластические среды; вязкость; неньютоновские жидкости; модель Балкли – Гершеля.

Для цитирования: Матвиенко О.В., Литвинова А.Е. Исследование установившегося течения высокопарафинистого битумного вяжущего, описываемого моделью Балкли – Гершеля, в цилиндрической трубе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2021. Т. 23. № 4. С. 79–99.
DOI: 10.31675/1607-1859-2021-23-4-79-99

О.В. MATVIENKO^{1,2}, А.Е. LITVINOVA²,

¹Tomsk State University of Architecture and Building,

²Tomsk State University

STEADY FLOW OF HIGH-PARAFFIN BITUMINOUS BINDER IN CYLINDRICAL TUBE IN TERMS OF HERSCHEL–BULKLEY FLUID

This paper deals with the flow of bitumen binder in a cylindrical tube described by the Hershel-Bulkley fluid. The dependence is suggested for the fluid flow rate and the pressure

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-31-70001.

drop. Dependences are also determined for the radial velocity distribution and effective viscosity. It is found that at a low pressure drop, the non-Newtonian properties of the medium lead to a significant hydraulic resistance due to the internal structure. With an increase in the pressure drop, the hydraulic resistance of the flow decreases.

Keywords: rheology; visco-plastic media; viscosity; non-Newtonian fluids; Hershel-Bulkley fluid.

For citation: Matvienko O.V., Litvinova A.E. Issledovanie ustanovivshegosya techeniya vysokoparafinitogo bitumnogo vyazhushchego, opisываемого model'yu Balkli – Gershelya, v tsilindricheskoi trube [Steady flow of high-paraffin bituminous binder in cylindrical tube in terms of Herschel – Bulkley fluid]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2021. V. 23. No. 4. Pp. 79–99.

DOI: 10.31675/1607-1859-2021-23-4-79-99

Введение

В настоящее время в дорожном строительстве остро стоит вопрос разработки и внедрения в практику асфальтобетонных улучшенного качества, способных обеспечивать более высокую прочность, долговечность дорожных покрытий. Одним из основных материалов, применяемых в дорожном строительстве, является асфальтобетон, в состав которого входят щебень, песок, различные добавки и вяжущее вещество [1–3]. Структурообразующим компонентом асфальтобетонной смеси является битумное вяжущее, которое должно выбираться в зависимости от температуры нагрева покрытия в летний период года и температуры охлаждения в зимний период.

При низких температурах битумы ведут себя как упругие тела. С увеличением температуры, длительности действия нагрузки и ее величины модуль деформации битумов существенно увеличивается, материал приобретает упругопластические свойства [4–6]. Переход битумов из упругопластического состояния в вязкопластическое происходит в интервале температур от 30 до 50 °С. При температурах выше 70 °С битумы становятся псевдопластическими, а при температуре более 100 °С – ньютоновскими жидкостями [7, 8].

При использовании битумных вяжущих необходимо учитывать свойства и особенности структуры исходного материала с целью уменьшения неоправданного расхода ресурсов. Существенно уменьшить трудоемкость при подборе составов битумных вяжущих с заданным комплексом физико-механических свойств и оперативно принимать решения по корректировке составов позволяют методы математического моделирования [9].

Реологические свойства битумных вяжущих

В дорожном строительстве битум нагревается до тех пор, пока он не станет достаточно жидким для перемешивания с каменным материалом [3, 10]. Одним из важных параметров, используемых для проведения гидравлических расчетов, является вязкость среды [11, 12].

Отношение между напряжением сдвига, действующим на перекачиваемую жидкость, и вызванной этим напряжением скорости сдвига характеризует эффективную динамическую вязкость.

Жидкости с линейной зависимостью касательных напряжений и скорости деформации называются ньютоновскими и описываются следующим уравнением [11–14]:

$$\tau_{ij} = 2\mu\dot{\epsilon}_{ij}, \quad (1)$$

где τ_{ij} , $\dot{\epsilon}_{ij}$ – компоненты тензора напряжений и скорости деформации; μ – коэффициент динамической вязкости.

Известно, что течение битумов в диапазоне температур от 30 до 100 °С характеризуется неньютоновскими свойствами [15]. Неньютоновское поведение характеризуется зависящей от скорости деформации сдвиговой вязкостью и происходит вследствие специфической молекулярной структуры битума [16, 17].

Для построения моделей неньютоновских жидких сред нужно установить связь между девиаторами тензора скоростей деформации и тензора напряжений. В тензорно-линейных моделях такая связь задаётся соотношениями

$$\tau_{ij} = 2\mu_{eff}\dot{\epsilon}_{ij}. \quad (2)$$

В классических моделях предполагается зависимость μ_{eff} только от второго инварианта девиатора тензора скоростей деформации [18, 19]. В качестве вторых инвариантов тензоров $\dot{\epsilon}$ и τ удобно ввести

$$U = \sqrt{2\dot{\epsilon}_{ij}^D\dot{\epsilon}_{ji}^D}, \quad T = \sqrt{\tau_{ij}\tau_{ij}/2}, \quad (3)$$

где $\dot{\epsilon}_{ij}^D = \dot{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{3}\dot{\epsilon}_{kk}\delta_{ij}$ – компоненты девиатора тензора скоростей деформации.

Из соотношений (2), (3) вытекает зависимость между инвариантами

$$T = \mu_{eff}U, \quad (4)$$

где μ_{eff} – коэффициент эффективной динамической вязкости.

Для описания течения *неструктурированных* неньютоновских сред используются модели нелинейно-вязких жидкостей. Эти жидкости характеризуются наличием нелинейной зависимости между напряжениями и скоростями деформаций и отсутствием предельного напряжения сдвига [20–23]. Нелинейно-вязкие жидкости подразделяются на псевдопластичные [24] и дилатантные [25]. Для псевдопластичных сред величина эффективной вязкости μ_{eff} снижается с ростом интенсивности скоростей сдвиговых деформаций U , а для дилатантных – увеличивается. В табл. 1 приведены наиболее распространенные реологические модели нелинейно-вязких жидкостей.

К наиболее простым моделям нелинейно-вязких жидкостей относится модель Оствальда – де Вейля [26, 27]. Постоянная k называется показателем (индексом) консистенции жидкости, чем меньше ее текучесть, тем больше k . Параметр n характеризует степень неньютоновского поведения материала, чем сильнее n отличается от единицы (в большую или меньшую сторону), тем отчетливее проявляется аномалия вязкости и нелинейность кривой течения. Значениям $0 < n < 1$ отвечают псевдопластичные жидкости, эффективная вязкость которых убывает с ростом скоростей сдвига. Ньютоновская жид-

кость характеризуется параметром $n = 1$. Значениям $n > 1$ отвечают дилатантные жидкости, у которых эффективная вязкость растет с увеличением скоростей сдвига.

Таблица 1

Реологические модели нелинейно-вязких жидкостей

Модель жидкости, фамилии авторов	Реологическое уравнение
Степенная жидкость, Оствальд – де Вейль	$T = kU^n, n > 0$
Сиско	$T = \mu_*U + kU^n, n > 0$
Кросс	$T = \frac{\mu_1 + \mu_2 (U/U_*)^{1-n}}{1 + (U/U_*)^{1-n}} U$
Уильямсон	$T = \left(\frac{\sigma_Y}{U_* + U} + \mu_0 \right) U$

К недостаткам модели Оствальда – де Вейля относится нереалистичное описание реологического поведения псевдопластических сред при больших скоростях сдвига ($U \rightarrow \infty$), а дилатантных – при малых ($U \rightarrow 0$). В этих случаях эффективная вязкость становится равной нулю. Отметим, что стремление эффективной вязкости к бесконечности при $U \rightarrow 0$ в псевдопластических средах и $U \rightarrow \infty$ в дилатантных объясняется их структурированием и формированием квазитвердых зон.

Реологическая модель Сиско [28–30] позволяет преодолеть отмеченный выше недостаток модели Оствальда – де Вейля. Параметр модели μ_* в случае псевдопластических сред характеризует эффективную вязкость при бесконечной скорости сдвига ($\mu_* = \mu_\infty$), в случае дилатантных сред – при нулевой ($\mu_* = \mu_0$).

В рамках модели Кросса [19] используется концепция вязкости при нулевой и бесконечной скорости сдвига. Для псевдопластических сред ($0 < n < 1$) параметр $\mu_1 = \mu_0$ соответствует вязкости при нулевой скорости сдвига, а $\mu_2 = \mu_\infty$ – при бесконечной.

Модель Уильямсона [31] может применяться для описания движения псевдопластических жидкостей, близких по своим свойствам к структурированным средам. При малых значениях реологического параметра U_* эта модель описывает поведение вязкопластических сред. Однако в отличие от моделей структурированных сред в реологическом уравнении Уильямсона нет предельного напряжения сдвига.

Для описания деформационного поведения различных *структурированных* дисперсных сред существует множество реологических моделей, передающих в определенном диапазоне напряжений сдвига отдельные особенности реального течения [19–22, 32, 33]. В табл. 2 приведены характерные модели течения таких сред.

Таблица 2

Реологические модели структурированных сред

Модель жидкости, фамилии авторов	Реологическое уравнение
Шведова – Бингама	$\tau_{ij} = 2 \left(\mu_{pl} + \frac{\sigma_Y}{U} \right) \dot{\epsilon}_{ij}, \quad \text{если } \sigma_Y < T$ $\dot{\epsilon}_{ij} = 0, \quad \text{если } T < \sigma_Y$
Балкли – Гершеля	$\tau_{ij} = 2 \left(KU^{n-1} + \frac{\sigma_Y}{U} \right) \dot{\epsilon}_{ij}, \quad \text{если } \sigma_Y < T$ $\dot{\epsilon}_{ij} = 0, \quad \text{если } T < \sigma_Y$
Кэссона	$\sqrt{\tau_{ij}} = 2 \left(\frac{k}{\sqrt{U}} + \frac{\sqrt{\sigma_Y}}{U} \right) \dot{\epsilon}_{ij}, \quad \text{если } \sigma_Y < T$ $\dot{\epsilon}_{ij} = 0, \quad \text{если } T < \sigma_Y$
Кэссона – Шульмана	$\sqrt[n]{\tau_{ij}} = 2 \left(KU^{(1-n)/n} + \frac{\sqrt[n]{\sigma_Y}}{U} \right) \dot{\epsilon}_{ij}, \quad \text{если } \sigma_Y < T$ $\dot{\epsilon}_{ij} = 0, \quad \text{если } T < \sigma_Y$
Шульмана	$\sqrt[n]{\tau_{ij}} = 2 \left(KU^{(1-m)/m} + \frac{\sqrt[n]{\sigma_Y}}{U} \right) \dot{\epsilon}_{ij}, \quad \text{если } \sigma_Y < T$ $\dot{\epsilon}_{ij} = 0, \quad \text{если } T < \sigma_Y$

Двухпараметрическая модель Кэссона хорошо зарекомендовала себя для типографских и масляных красок, лакокрасочных композиций, крови, пищевых композиций типа шоколадных масс, неводных дисперсий пласто- и эластомеров и других дисперсных систем. Модель Шульмана обобщает большинство наиболее употребительных моделей. Из нее как частные случаи следуют модели Ньютона ($\sigma_Y = 0$, $m = n = 1$), Шведова – Бингама ($m = n = 1$) [34, 35], Балкли – Гершеля ($n = 1$) [36, 37], Оствальда – де Вейля ($\tau_Y = 0$), Кэссона ($m = n = 2$) и др. Она записывает нелинейную пластичность и аномальную вязкость и потому названа обобщенной моделью нелинейно-вязкопластичной жидкости [19].

Наибольшее практическое распространение для описания поведения вязкопластичных структурированных дисперсных систем получила реологическая модель течения неньютоновских жидкостей Шведова – Бингама [34]. Для одновременного учета нелинейности кривой течения и наличия предельного напряжения сдвига необходимо использовать реологическое уравнение Балкли – Гершеля [35], которое представляет собой степенное реологическое уравнение Оствальда – де Вейля с добавлением предела текучести.

При анализе течений сред, описываемых моделью Балкли – Гершеля, по аналогии с ньютоновской жидкостью удобно ввести в рассмотрение эффективную вязкость μ_{eff} , [36] которая может быть рассчитана как

$$\mu_{eff} = kU^{n-1} + \frac{\sigma_Y}{U}. \quad (5)$$

Первое слагаемое в (5) $\mu_{pl} = kU^{n-1}$ характеризует так называемую пластическую вязкость, ответственную за деформацию макромолекул и их ориентацию в потоке, второе – $\mu_{str} = \frac{\sigma}{U}$ структурную вязкость, связанную с необходимостью приложения напряжений, превосходящих предел текучести для разрушения структуры среды.

С точки зрения коллоидной химии битумные вяжущие представляют собой многокомпонентную коллоидную систему, т. е. жидкость, в которой взвешены мицеллы – полутвёрдые сгустки высокомолекулярных смол, асфальтенов и карбенов, нерастворимых в жидких углеводородах при обычных температурах, а также минеральных частиц и капель воды. В основном в битумах представлены парафиновые (обычно 30–35 %, реже 40–50 % по объёму) и нафтенновые (25–75 %) соединения, в меньшей степени – соединения ароматического ряда (10–20 %, реже 35 %) и смешанного, или гибридного, строения (например, парафино-нафтенновые, нафтенно-ароматические). Элементарный химический состав всех видов битума достаточно близок: 70–85 % углерода, 10–15 % водорода, 5–10 % кислорода, 1–5 % серы, до 1 % азота и незначительное количество некоторых металлов (V, Ni, Co, Fe, U) в виде сложных комплексов. Типичными для битумов являются функциональные группы: OH, -CH=CH-, COOR, COO, COOH. О качественном составе входящих в битумы углеводородов позволяет судить отношение C/H, для нафтенновых углеводородов оно выше, чем у парафиновых, для ароматических – выше, чем у нафтенновых [6].

В случае высокого содержания парафинов в вяжущем, особенно при низких температурах, дисперсная фаза образует непрерывную трехмерную коагуляционную структуру, обладающую определенной прочностью, характеризуемую предельным напряжением сдвига σ_Y . Увеличение σ_Y повышает сопротивляемость среды сдвигу и уменьшает скорость сдвиговых деформаций.

Большинство исследователей полагают, что присутствие высокоплавких парафинов в битуме негативно отражается на свойствах как самого вяжущего, так и асфальтобетона на его основе. Считается, что плавление парафинов приводит к снижению устойчивости асфальтобетона к колееобразованию, а их кристаллизация при низких температурах – к повышению склонности к низкотемпературному растрескиванию. Кроме того, с высоким содержанием твердых парафинов часто ассоциируют невысокую адгезию вяжущего с минеральным наполнителем в асфальтобетоне [38, 39]. Поэтому в российском стандарте ГОСТ 33133–2014 имеется нормирующий показатель содержания твёрдых парафинов (не более 3 %) [40].

Движение отдельных макромолекул в легких малопарафинистых вяжущих, характеризуемых невысокими значениями показателя консистенции, происходит относительно независимо друг от друга. Поэтому постоянные контакты между макромолекулами отсутствуют. Неньютоновское поведение таких сред обусловлено изменением формы их макромолекул в результате воздействия перепада давления. Увеличение показателя консистенции приводит к более частым контактам между макромолекулами и в конце концов к образованию сетки зацеплений, препятствующей сдвиговому течению.

Показатель нелинейности с точки зрения микрореологии характеризует структуру макромолекул среды. Для простейшей модели макромолекул в виде упругих шаров показатель нелинейности $n = 1$, что соответствует модели ньютоновской жидкости. С увеличением длины и разветвленности макромолекул показатель нелинейности уменьшается. При этом неньютоновские свойства среды становятся более выраженными: в средах с малыми показателями нелинейности при одном и том же перепаде давления интенсивность скоростей сдвиговых деформаций уменьшается.

Одно из возможных объяснений неньютоновского поведения высокопарафинистых вяжущих основывается на соотношении между характерным временем установления межмолекулярных зацеплений t_{str} и характерным временем деформирования t_{def} , которое может быть определено как величина, обратная интенсивности скоростей сдвиговых деформаций $t_{def} = U^{-1}$. Если $t_{str} \ll t_{def}$, то межмолекулярные связи могут рассматриваться как стабильные. Тогда среда теряет свойство текучести с увеличением t_{str} . При уменьшении t_{def} межмолекулярные связи становятся квазистабильными, и в некоторых узлах коагуляционной структуры появляется возможность проскальзывания макромолекул. Доля квазистабильных узлов увеличивается с ростом скоростей сдвига. При этом сопротивление сдвигу, а следовательно, эффективная вязкость уменьшаются. С увеличением скорости сдвига при выполнении условия $t_{def} \ll t_{str}$ структурированность среды нарушается, межмолекулярные связи становятся несущественными, молекулы ориентируются вдоль направления движения. В результате этого сопротивление среды ослабевает, что означает уменьшение эффективной вязкости. При этом реологическое поведение среды приближается к ньютоновскому.

Цикл теоретических исследований процессов течения и модифицирования битумов в технологических устройствах проведен в работах [41–46]. В работах [41, 42] приведены результаты исследования процессов модифицирования битумов в кавитационно-смесительном диспергаторе и инжекторном смесителе. В работе [43] построена модель движения пузырька в закрученном потоке неньютоновской жидкости, что дает возможность оптимизировать процесс вспенивания битума, улучшая его свойства. В работах [44, 45] исследована кавитация в кавитационно-смесительном диспергаторе. В работе [46] разработана физико-математическая модель и выполнен расчет распада струи битума в спутном закрученном потоке водной фазы. Показано, что рост за-

крутки потока приводит к интенсификации турбулентности в потоке и, следовательно, способствует более быстрому распаду струи.

Целью настоящей работы является исследование установившегося течения битумного вязущего, описываемого моделью Балкли – Гершеля, в цилиндрическом канале.

Математическая модель течения битумного вязущего

Рассмотрим установившееся осесимметричное течение битумного вязущего с высоким содержанием парафинов в прямой горизонтальной трубе круглого сечения радиусом R . Координату x , отсчитываемую вдоль оси трубы, направим вниз по потоку. При этих условиях уравнение реодинамики может быть записано в виде

$$-\frac{dp}{dx} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr}(r\tau_{rx}) = 0. \quad (6)$$

Проинтегрировав уравнение (6), получим

$$\tau_{rx} = -\frac{1}{2} \left| \frac{dp}{dx} \right| r. \quad (7)$$

Таким образом, сдвиговые напряжения линейно изменяются по сечению трубы. В центре трубы они равны нулю и достигают максимального абсолютного значения на стенке.

Характерной особенностью реологического поведения вязкопластических сред, к которым относятся жидкости Балкли – Гершеля, является наличие предела текучести σ_Y . Если интенсивность сдвиговых напряжений $T = \sqrt{\tau_{ij}\tau_{ij}/2} = |\tau_{rx}|$, возникающих в среде, не превосходит предела текучести, то среда ведет себя как твердое тело. Для возникновения сдвигового течения необходимо выполнение условия $T > \sigma_Y$.

Элементарный анализ уравнения (7) показывает, что в приосевой области $|\tau_{rx}| < \sigma_Y$. Вблизи оси формируется жесткая зона квазитвердого течения, в которой отсутствуют деформации. Во внешней части потока происходит сдвиговое течение среды. Радиальная координата границы этих зон может быть найдена из условия равенства напряжений на этой границе предельному напряжению сдвига:

$$r = r_Y : \quad |\tau_{rx}| = \frac{1}{2} \left| \frac{dp}{dx} \right| r_Y = \sigma_Y. \quad (8)$$

Таким образом, граница жесткой зоны может быть определена как

$$r_Y = 2\sigma_Y \left| \frac{\partial p}{\partial x} \right|^{-1}. \quad (9)$$

Заметим, что величина r_Y определяет условие, при котором возможно течение в канале. Течение в канале реализуется при выполнении условия $r_Y < R$, если $R \leq r_Y$, то происходит запаривание канала и течение становится невозможным.

В зоне сдвигового течения реологический закон Балкли – Гершеля для установившегося течения в канале можно записать в виде

$$\tau_{rx} = \left(kU^{n-1} + \frac{\sigma_Y}{U} \right) \frac{du}{dr}, \quad (10)$$

где $U = \left| \frac{du}{dr} \right|$ – интенсивность скоростей сдвиговых деформаций; k – консистенция среды; n – показатель нелинейности.

Поскольку величина скорости убывает по мере удаления от оси и приближении к стенке, то $\frac{du}{dr} < 0$. С учетом этого факта напряжения в сдвиговой области могут быть описаны зависимостью

$$\tau_{rx} = - \left(k \left| \frac{du}{dr} \right|^n + \sigma_Y \right). \quad (11)$$

Принимая во внимание соотношение (7), можно записать выражение

$$\frac{du}{dr} = - \left(\frac{\sigma_Y}{kr_Y} \right)^{1/n} (r - r_Y)^{1/n}. \quad (12)$$

Интегрирование уравнения (12) с учетом условия прилипания на стенке

$$r = R : \quad u = 0 \quad (13)$$

приводит к следующему результату:

$$u = \frac{n}{n+1} \left(\frac{\sigma_Y}{kr_Y} \right)^{1/n} (R - r_Y)^{(n+1)/n} \left[1 - \left(\frac{r - r_Y}{R - r_Y} \right)^{(n+1)/n} \right]. \quad (14)$$

Во внутренней области течения $r < r_Y$ среда движется как твердое тело с плоским профилем осевой скорости:

$$u = u_Y = \frac{n}{n+1} \left(\frac{\sigma_Y}{kr_Y} \right)^{1/n} (R - r_Y)^{(n+1)/n}. \quad (15)$$

Расход жидкости через поперечное сечение трубы вычисляется по формуле

$$Q = 2\pi \int_0^R ur dr = 2\pi \frac{n}{3n+1} \left(\frac{\sigma_Y}{kr_Y} \right)^{1/n} (R - r_Y)^{(n+1)/n} \times \left[\frac{1}{2} R^2 + \frac{1}{2n+1} R r_Y + \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)} r_Y^2 \right], \quad (16)$$

а среднерасходная скорость определяется как

$$\bar{u} = 2 \frac{n}{3n+1} \left(\frac{\sigma_Y}{kr_Y} \right)^{1/n} (R - r_Y)^{(n+1)/n} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2n+1} \frac{r_Y}{R} + \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)} \frac{r_Y^2}{R^2} \right]. \quad (17)$$

Эффективная вязкость жидкости Балкли – Гершеля μ_{eff} для гидродинамически стабилизированного течения в цилиндрической трубе может быть рассчитана с помощью реологического соотношения

$$\mu_{eff} = k \left| \frac{du}{dr} \right|^{n-1} + \sigma_Y \left| \frac{du}{dr} \right|^{-1}. \quad (18)$$

Для определения эффективной вязкости воспользуемся реологическим соотношением (11) с учетом радиального распределения скорости (15). В результате в зоне ($r_Y < r$) течения получим

$$\mu_{eff} = \sigma_Y \frac{r}{r_Y} \left| \frac{du}{dr} \right|^{-1} = \sigma_Y^{(n-1)/n} k^{1/n} \frac{r}{r_Y} \left(\frac{r}{r_Y} - 1 \right)^{-1/n}. \quad (19)$$

В жесткой зоне среда ведет себя как твердое тело с бесконечно большой вязкостью.

В технических расчетах принято связывать перепад давления со средне-расходной скоростью течения с использованием коэффициента сопротивления ζ . Для этого предполагается, что перепад давления должен быть пропорционален динамическому напору:

$$\left| \frac{dp}{dx} \right| = \zeta \frac{\rho \bar{u}^2}{4R}. \quad (20)$$

Подставляя в равенство (20) значения $\left| \frac{dp}{dx} \right|$ из формул (9), (16), получим выражения для коэффициента сопротивления:

$$\zeta = \frac{64}{\text{Re}} = 32 \frac{\bar{\mu}}{\rho \bar{u} R} = \frac{2}{\rho R^2} \left(\frac{3n+1}{n} \right)^2 \frac{\sigma_Y^{(n-2)/n} k^{2/n} \left(\frac{R}{r_Y} \right)^3 \left(\frac{R}{r_Y} - 1 \right)^{-2(n+1)/n}}{\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2n+1} \frac{r_Y}{R} + \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)} \frac{r_Y^2}{R^2} \right]^2}. \quad (21)$$

Равенство (21) выражает закон сопротивления для течения вязкопластической жидкости Балкли – Гершеля.

Результаты математического моделирования

Перейдем к анализу полученных результатов. Диапазон изменения параметров был выбран следующим: предельное напряжение сдвига – $\sigma_Y = 0-40$ Па, консистенция изменялась в пределах $k = 5-25$ Па·сⁿ, показатель нелинейности $n = 0,375-1$. Выбранный диапазон изменения параметров соответствует свойствам высокопарафинистых битумных вяжущих для различных температур [6–8]. Перепад давления варьировался в диапазоне $|dp/dx| = 100-5000$ Па/м. Радиус канала составлял $R = 0,1$ м.

На рис. 1 показаны радиальные распределения эффективной вязкости.

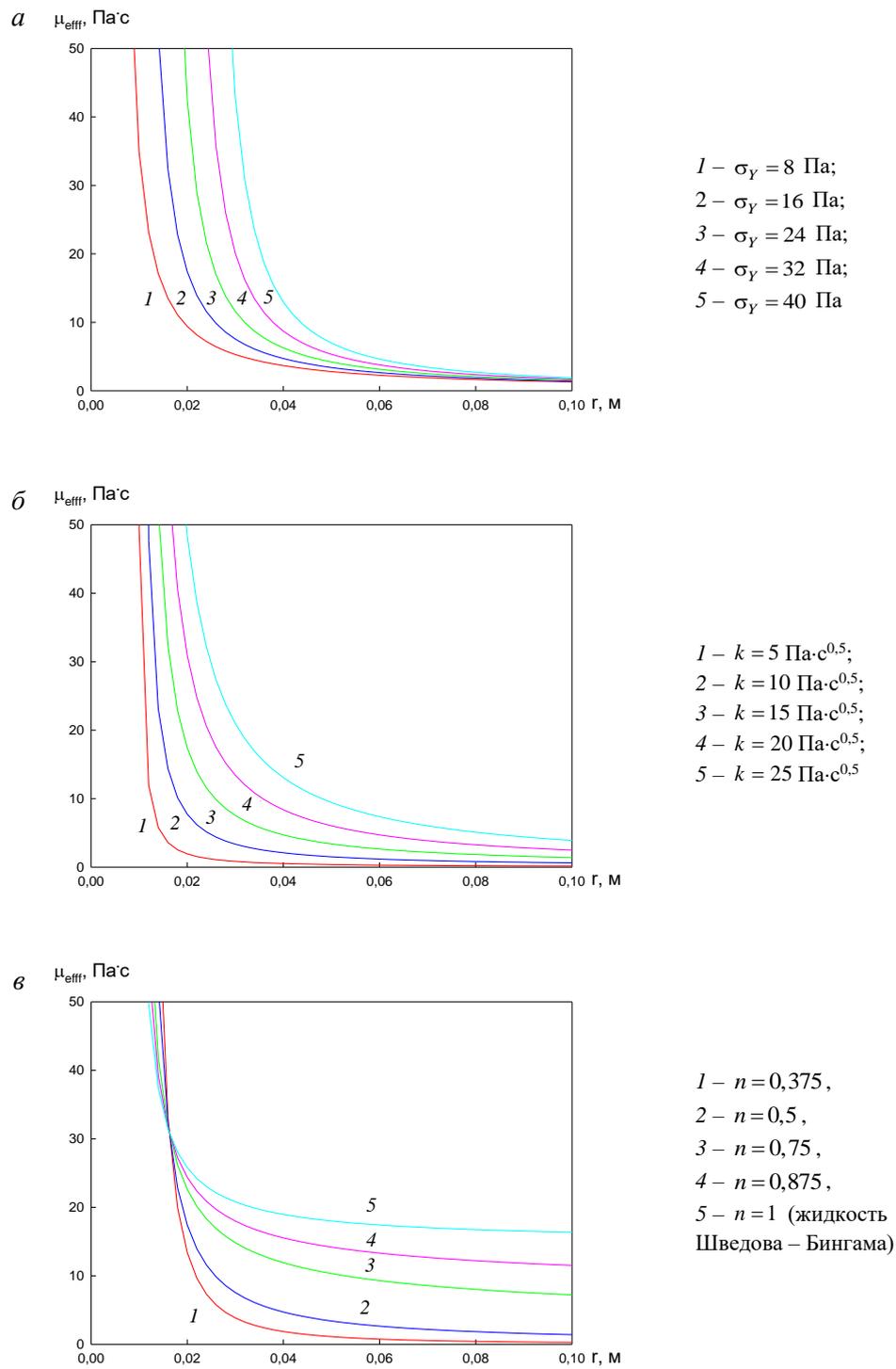


Рис. 1. Радиальное распределение эффективной вязкости μ_{eff} . $R = 0,1 \text{ м}$, $|dp/dx| = 3800 \text{ Па/м}$:
 а – $k = 15 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,5}$, $n = 0,5$; б – $\sigma_y = 16 \text{ Па}$, $n = 0,5$; в – $\sigma_y = 16 \text{ Па}$, $k = 15 \text{ Па}\cdot\text{с}^n$

Эти распределения являются типичными для вязкопластических сред и имеют вид гиперболы с вертикальной асимптотой на границе жесткой зоны. На границе жесткой зоны, где градиент скорости имеет невысокие значения, наблюдается значительный рост значений эффективной вязкости. В жесткой зоне ($r < r_Y$) среда находится в структурированном состоянии. В периферийной и пристеночной частях течения эффективная вязкость характеризуется низкими значениями.

С ростом значений предельного напряжения сдвига σ_Y происходит увеличение размеров жесткой зоны и смещение ее границы к стенкам трубы. В зоне сдвигового течения интенсивность скоростей сдвиговых деформаций уменьшается. Вблизи границы жесткой зоны происходит значительный рост значений эффективной вязкости (рис. 1, а). Однако в пристеночной области варьирование значений σ_Y не оказывает влияния на величину пластической вязкости μ_{eff} .

Вариация значений консистенции k не влияет на положение жесткой зоны. Увеличение значений консистенции k приводит к росту эффективной вязкости во всей области течения. Однако если в периферийной и пристеночной областях этот рост является незначительным, то вблизи границы жесткой зоны происходит существенное увеличение эффективной вязкости, связанное с загущением среды (рис. 1, б).

На рис. 1, в представлено радиальное распределение эффективной вязкости, рассчитанное для различных значений показателя нелинейности. Значения эффективной вязкости вблизи границы жесткой зоны ($r_Y < r < r_*$) возрастают с увеличением показателя нелинейности n . В пристеночной области ($r_* < r < R$), напротив, с увеличением n эффективная вязкость потока уменьшается. На удалении от оси течения $r = r_*$ величина показателя нелинейности не влияет на эффективную вязкость среды. Это условие выполняется, если интенсивность скоростей сдвиговых деформаций равна $U = U_* = 1 \text{ с}^{-1}$. Координата r_* с учетом зависимости (19) определится как

$$r_* = r_Y \left(1 + U_*^n \frac{k}{\sigma_Y} \right). \quad (22)$$

На рис. 2 показано изменение коэффициента гидравлического сопротивления ζ с ростом перепада давления $|dp/dx|$ для различных значений предельного напряжения сдвига σ_Y , консистенции k , показателя нелинейности n . Коэффициент гидравлического сопротивления при $|dp/dx| < 2\sigma_Y/R$ стремится к бесконечности: $\zeta \rightarrow \infty$, что свидетельствует о структурировании среды и невозможности течения. С увеличением значений $|dp/dx|$ гидравлическое сопротивление потока уменьшается, что связано с разрушением структуры среды, деформацией макромолекул и их ориентацией по потоку.

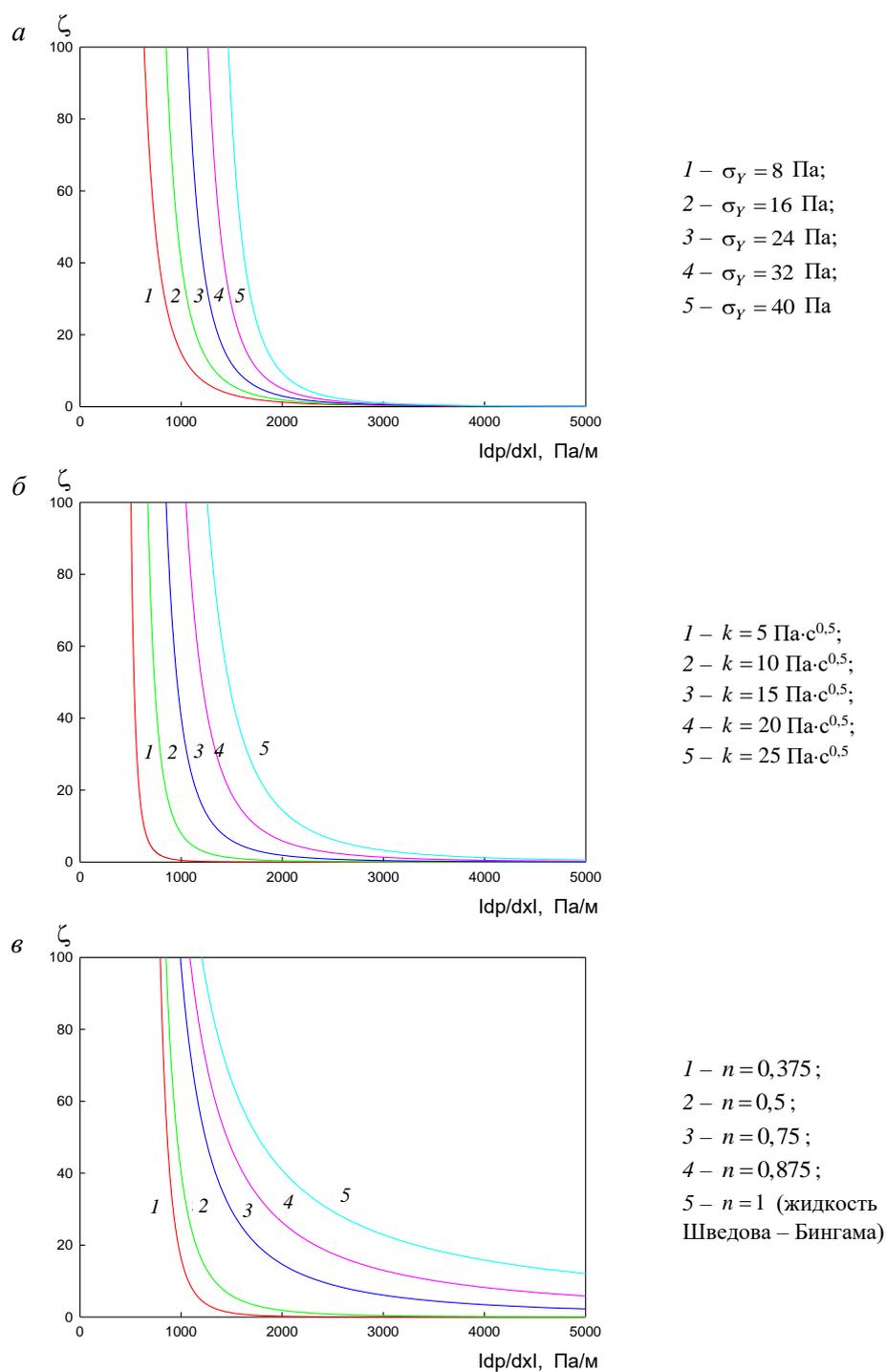


Рис. 2. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления ζ от перепада давления $|dp/dx|$: $R = 0,1 \text{ м}$:

$a - k = 15 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,5}$; $n = 0,5$; $б - \sigma_Y = 16 \text{ Па}$, $n = 0,5$; $в - \sigma_Y = 16 \text{ Па}$, $k = 15 \text{ Па}\cdot\text{с}^n$

С увеличением предельного напряжения сдвига σ_Y кривые на рис. 2, *a* сдвигаются вправо. Этот факт объясняется тем, что с ростом σ_Y вклад структурной вязкости μ_{str} в рост гидравлического сопротивления возрастает. Поэтому для возникновения течения требуется приложить больший перепад давления.

С увеличением значений параметра консистенции k возрастает диссипация механической энергии потока, что приводит к росту гидравлического сопротивления (рис. 2, *б*). При больших перепадах давления с уменьшением параметра нелинейности n происходит уменьшение среднерасходной вязкости. В результате этого неньютоновские свойства среды приводят к уменьшению гидравлического сопротивления.

Радиальное распределение скорости потока, рассчитанное для различных значений реологических параметров, представлено на рис. 3.

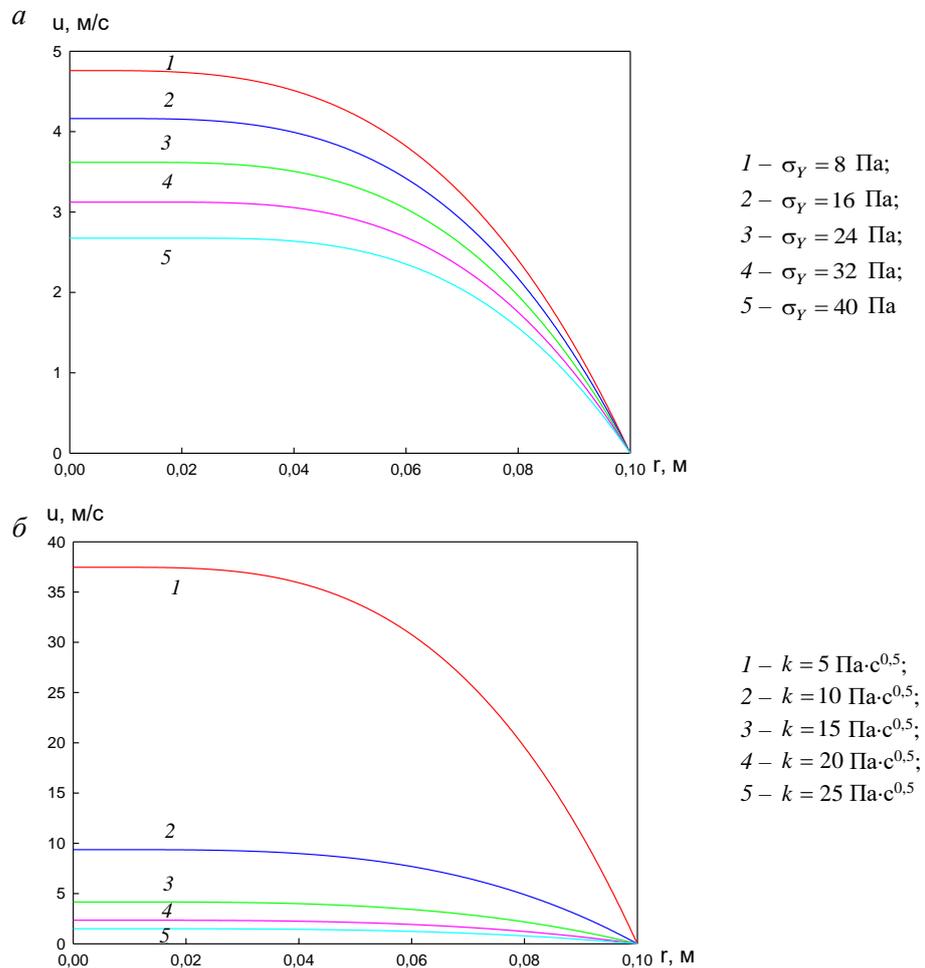


Рис. 3. Радиальное распределение скорости u : $R = 0,1 \text{ м}$, $|dp/dx| = 3800 \text{ Па/м}$ (окончание см. на с. 93):

$a - k = 15 \text{ Па} \cdot \text{с}^{0,5}$, $n = 0,5$; $b - \sigma_Y = 16 \text{ Па}$, $n = 0,5$

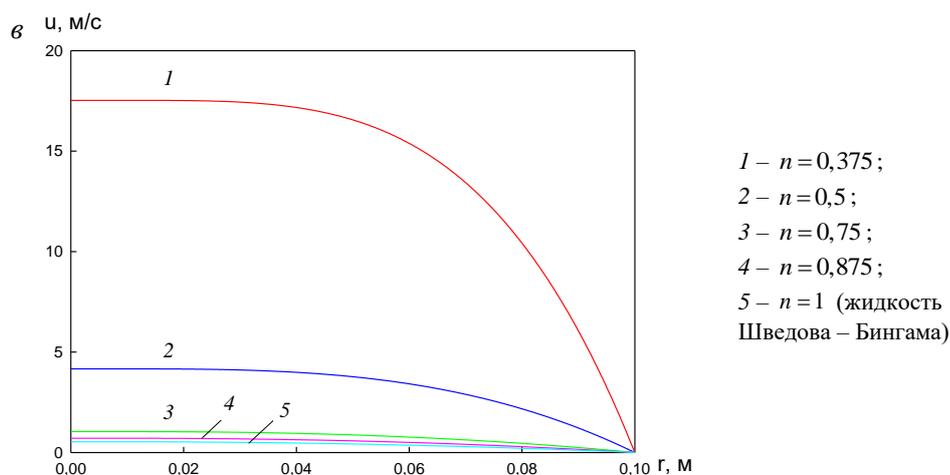


Рис. 3. Окончание (начало см. на с. 92):
 $v - \sigma_Y = 16$ Па, $k = 15$ Па·сⁿ

Характерной особенностью вязкопластических сред, наиболее заметной при низких температурах, является существование коагуляционной структуры. С ростом содержания парафинов и асфальтенов происходит увеличение предельного напряжения сдвига σ_Y , при этом увеличивается прочность коагуляционной структуры. В результате этого с ростом σ_Y расходные характеристики уменьшаются (рис. 3, а).

Содержание смол в вязущих определяет величину показателя консистенции k . Поэтому для обеспечения заданного расхода в средах, характеризующихся высокими значениями показателя консистенции, требуется приложить большой перепад давления (рис. 3, б).

Влияние нелинейности параметров среды на структуру течения иллюстрирует рис. 3, в. Результаты расчетов показывают, что с увеличением показателя нелинейности возрастает гидравлическое сопротивление, приводящее при заданном перепаде давления к уменьшению скорости потока.

Заключение

В ходе выполнения работы исследованы структура течения и гидравлические характеристики высокопарафинистого битумного вязущего и получены следующие результаты:

- структурирование среды приводит к тому, что скорость течения в ядре потока характеризуется практически однородным профилем, что свойственно пластическому течению;
- распределение эффективной вязкости имеет вид гиперболы с вертикальной асимптотой на границе жесткой зоны;
- в периферийной и пристеночной частях течения эффективная вязкость характеризуется низкими значениями; вблизи границы жесткой зоны, где градиент скорости имеет невысокие значения, наблюдается существенный рост значений эффективной вязкости;

– при низких значениях перепада давления неньютоновские свойства среды, обусловленные наличием внутренней структуры, приводят к значительному гидравлическому сопротивлению. С увеличением перепада давления гидравлическое сопротивление потока уменьшается, что связано с разрушением структуры среды.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Методические рекомендации* по проектированию жестких дорожных одежд. Москва : Информавтор, 2004.
2. *Технические рекомендации* по устройству и приемке в эксплуатацию дорожных покрытий с учетом требований международных стандартов по ровности. Москва, 2003.
3. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Веник В.Н., Базаров Р.Б., Арутюнян Э.Р. Математическое моделирование сдвигоустойчивости асфальтобетонных покрытий автомобильных дорог // *Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета*. 2017. № 4 (63). С. 158–170.
4. Бабак О.Г., Старков Г.Б. Применение модифицированных вяжущих в дорожном строительстве // *Дорожная техника и технологии*. 2001. № 5. С. 72–75.
5. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Чурилин В.С. Моделирование напряжений и деформаций дорожных покрытий // *Дороги и мосты*. 2016. № 2 (36). С. 139–153.
6. Гун Р.Б. Нефтяные битумы. Москва : Химия, 1973. 432 с.
7. Грудников И.Б. Производство нефтяных битумов. Москва : Химия, 1983. 192 с.
8. Галдина В.Д. Модифицированные битумы. Омск : СибАДИ, 2009. 228 с.
9. Галдина В.Д. Моделирование на ЭВМ подбора состава полимерно-битумного вяжущего // *Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета*. 2011. № 34. С. 132–138.
10. Горшенина Г.И., Михайлов Н.В. Полимербитумные изоляционные материалы. Москва : Недра, 1967. 210 с.
11. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Москва : Наука, 1974.
12. Матвиенко О.В., Унгер Ф.Г., Базуев В.П. Математические модели производственных процессов для приготовления битумных дисперсных систем. Томск : Изд-во ТГАСУ, 2015.
13. Матвиенко О.В. Исследование теплообмена и формирования турбулентности во внутреннем закрученном потоке жидкости при низких числах Рейнольдса // *Инженерно-физический журнал*. 2014. Т. 87. № 4. С. 908–918.
14. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Южанова Н.К. Численное исследование перехода к турбулентному режиму течения внутренних закрученных потоков битумных вяжущих // *Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета*. 2013. № 2. С. 132–143.
15. Sybilski D. Non-newtonian viscosity of polymer-modified bitumens // *Materials and Structures* 1993. V. 26. P. 15–23. DOI:10.1007/BF02472233.
16. Золотарев В.А. Дорожные битумные вяжущие и асфальтобетоны. Харьков : ХНАДУ, 2014. 180 с.
17. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Дульзон Н.К., Смирнова Н.Г., Агафонова М.В. Численное исследование структуры течения и теплообмена при закрученном течении битумно-дисперсных систем в цилиндрических каналах // *Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета*. 2014. № 2 (43). С. 80–93.
18. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Смирнова Н.Г., Пушкарева Г.В., Дульзон Н.К. Исследование смешения коаксиальных закрученных потоков для приготовления битумных дисперсных систем // *Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета*. 2014. № 3 (44). С. 123–134.
19. Малкин А.Я., Исаев А.И. Реология: концепции, методы, приложения. Санкт-Петербург : Профессия, 2007. 560 с.
20. Кутепов А.М., Полянин Л.Д., Запрянов З.Д., Вязьмин А.В., Казенин Д.А. Химическая гидродинамика : справочное пособие. Москва : Бюро Квантум, 1996.

21. *Климов Д.М., Петров А.Г., Георгиевский Д.В.* Вязкопластические течения: динамический хаос, устойчивость и перемешивание. Москва : Наука, 2005.
22. *Матвиенко О.В.* Численное исследование течения неньютоновских жидкостей в цилиндрическом канале // Известия высших учебных заведений. Физика. 2014. Т. 57. № 8-2. С. 183–189.
23. *Уилкинсон У.Л.* Неньютоновские жидкости. Москва : Мир, 1964.
24. *Матвиенко О.В., Базуев В.П., Южанова Н.К.* Математическое моделирование течения закрученного потока псевдопластической жидкости в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2011. Т. 84. № 3. С. 544–547.
25. *Матвиенко О.В., Базуев В.П., Южанова Н.К.* Математическое моделирование течения закрученного потока дилатантной жидкости в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2014. Т. 87. № 1. С. 192–199.
26. *Матвиенко О.В., Базуев В.П., Черкасов И.С., Асеева А.Е., Веник В.Н.* Течение битумного вязущего, описываемого моделью Оствальда – де Вейля, в цилиндрической трубе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2020. Т. 22. № 1. С. 171–192.
27. *Матвиенко О.В., Базуев В.П., Черкасов И.С., Литвинова А.Е.* Исследование гидравлических характеристик потока водно-песчаной суспензии в трубе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2020. Т. 22. № 2. С. 129–144.
28. *Матвиенко О.В.* Исследование установившегося течения псевдопластической жидкости, описываемой моделью Сиско, в цилиндрической трубе // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2018. № 55. С. 99–112.
29. *Moallemi N., Shafieenejad I., Novinzadeh A.B.* Exact solutions for flow of a Sisko fluid in pipe // Special Issue of the Bulletin of the Iranian Mathematical Society. 2011. V. 37. № 2. Part 1. P. 49–60.
30. *Матвиенко О.В., Асеева А.Е.* Математическое моделирование закрученного потока термовязкой псевдопластической жидкости Сиско в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2020. Т. 93. № 4. С. 857–869.
31. *Williamson R.V.* The Flow of Pseudoplastic Materials // Industrial and Engineering Chemistry. 1929. V. 21. № 11. P. 1108–1111.
32. *Матвиенко О.В., Евтюшкин Е.В.* Математическое исследование сепарации дисперсной фазы в гидроциклоне при очистке вязкопластических буровых растворов // Инженерно-физический журнал. 2011. Т. 84. № 2. С. 243–252.
33. *Matvienko O.V., Bazuev V.P., Venik V.N., Smirnova N.G.* Numerical investigation of Herschel – Bulkley fluids mixing // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering Advanced Materials in Construction and Engineering. Ser. «International Scientific Conference of Young Scientists: Advanced Materials in Construction and Engineering, TSUAB 2014». 2015. С. 012034.
34. *Матвиенко О.В., Базуев В.П., Дульзон Н.К.* Математическое моделирование течения закрученного потока вязкопластической жидкости в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2014. Т. 87. № 5. С. 1129–1137.
35. *Матвиенко О.В., Базуев В.П., Сабылина Н.Р., Асеева А.Е., Суртаева А.А.* Исследование установившегося течения вязкопластического битумного вязущего, описываемого моделью Шведова – Бингама, в цилиндрической трубе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2019. Т. 21. № 3. С. 158–177.
36. *Матвиенко О.В., Базуев В.П., Асеева А.Е.* Математическое моделирование течения закрученного потока псевдопластической жидкости Балкли – Гершеля в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2019. Т. 92. № 1. С. 215–226.
37. *Матвиенко О.В., Базуев В.П., Асеева А.Е.* Математическое моделирование течения закрученного потока дилатантной жидкости Балкли – Гершеля в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2019. Т. 92. № 6. С. 2641–2651.
38. *Колбановская А.С., Михайлов В.В.* Дорожные битумы. Москва : Транспорт, 1973. 246 с.
39. *Ширкунов А.С., Рябов В.Г., Кудинов А.В., Нечаев А.Н., Дегтянников А.С.* Взаимосвязь адгезионных свойств нефтяных дорожных битумов и содержания в них высокоплавких парафинов // Химия и технология топлив и масел. 2011. № 1. С. 36–39.

40. ГОСТ 33133–2014. Дороги автомобильные общего пользования. Битумы нефтяные дорожные вязкие. Технические требования. Москва : Стандартинформ, 2015. 11 с.
41. Базуев В.П., Матвиенко О.В., Вороненко В.Л. Моделирование процесса модифицирования битума в кавитационно-смесительном диспергаторе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2010. № 4. С. 121–128.
42. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Туркасова Н.Г., Байгулова А.И. Исследование процесса модификации битума в инжекторном смесителе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2013. № 3. С. 202–213.
43. Матвиенко О.В., Агафонцева М.В., Базуев В.П. Исследование динамики пузырька в закрученном потоке нелинейно-вязкой жидкости // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2012. № 4. С. 144–156.
44. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Веник В.Н., Смирнова Н.Г. Численное исследование процесса образования кавитационных пузырьков в смесительном устройстве // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2014. № 4 (45). С. 231–245.
45. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Веник В.Н., Смирнова Н.Г. Экспериментальное исследование процесса кавитации в технологических устройствах // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2015. № 6. С. 165–176.
46. Матвиенко О.В., Эфа А.К., Базуев В.П., Евтюшкин Е.В. Численное моделирование распада турбулентной струи в спутном закрученном потоке // Известия вузов. Физика. – 2006. Т. 49. № 6. С. 96–107.

REFERENCES

1. Metodicheskie rekomendacii po proektirovaniyu zhestkih dorozhnyh odezhd [Methodological recommendations for rigid pavements]. Moscow: Informavtodor, 2004. (rus)
2. Tehnicheskie rekomendacii po ustrojstvu i priemkev jekspluataciju dorozhnyh pokrytij s uchetom trebovanij mezhdunarodnyh standartov po rovnosti [Technical recommendations on device and acceptance for operation of pavements in accord with international standards for flatness]. Moscow, 2003. Pp. 134–03. (rus)
3. Matvienko O.V., Bazuyev V.P., Venik V.N., Bazarov R.B., Arutyunyan E.R. Matematicheskoye modelirovaniye sdvigoustoychivosti asfal'tobetonnykh pokrytij avtomobil'nykh dorog [Mathematical modelling of road pavement shear-resistance]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2017. No. 4 (63). Pp. 158–170. (rus)
4. Babak O.G., Starkov G.B. Primeneniye modifitsirovannykh vyazhushchikh v dorozhnom stroitel'stve [Application of modified binders in road construction]. *Dorozhnaya tekhnika i tekhnologii*. 2001. No. 5. Pp. 72–75. (rus)
5. Matvienko O.V., Bazuyev V.P., Churilin V.S. Modelirovaniye napryazheniy i deformatsiy dorozhnykh pokrytij [Stress-strain state modelling of road pavements]. *Dorogi i mosty*. 2016. No. 2 (36). Pp. 139–153. (rus)
6. Gun R.P. Neftyanyye bitумы [Oil bitumen]. Moscow: Khimia, 1973. 432 p. (rus)
7. Grudnikov I.B. Proizvodstvo neftyanykh bitumov [Production of oil bitumen]. Moscow: Khimia, 1983. 192 p. (rus)
8. Galdina V.D. Modifitsirovannyye bitумы [Modified bitumen]. Omsk: SibADI, 2009. 228 p. (rus)
9. Galdina V.D. Modelirovaniye na EVM podbora sostava polimerno-bitumnogo vyazhushchego. [Computer modeling of the polymer-bitumen binder compositions]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2011. No. 34. P. 132–138. (rus)
10. Gorshenina G.I., Mikhaylov N.V. Polimerbitumnyye izolyatsionnyye materialy [Polymer bitumen insulating materials]. Moscow: Nedra, 1967. 210 p. (rus)
11. Loitsyansky L.G. Mekhanika zhidkosti i gaza. [Mechanics of liquid and gas]. Moscow: Nauka, 1974. (rus)
12. Matvienko O.V., Unger F.G., Bazuev V.P. Matematicheskiye modeli proizvodstvennykh protsessov dlya prigotovleniya bitumnykh dispersnykh sistem [Mathematical models of manufacturing processes for preparation of dispersed bitumen systems]. Tomsk: TSUAB, 2015. (rus)
13. Matvienko O.V. Issledovaniye teploobmena i formirovaniya turbulentsnosti vo vnutrennem zakruchennom potoke zhidkosti pri nizkikh chislakh Reynol'dsa. [Heat transfer and formation

- of turbulence in an internal swirling fluid flow at low Reynolds numbers]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 2014. V. 87. No. 4. Pp. 908–918. (rus)
14. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Yuzhanova N.K. Chislennoye issledovaniye perekhoda k turbulentnomu rezhimu techeniya vnutrennikh zakruchennykh potokov bitumnykh vyazhushchikh. [Numerical investigation of transition to the turbulent mode of internal swirl flows of bitumen binders]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2013. No. 2. Pp. 132–143. (rus)
 15. Sybilski D. Non-Newtonian viscosity of polymer-modified bitumen. *Materials and Structures*. 1993. V. 26. Pp. 15–23. DOI: 10.1007/BF02472233
 16. Zolotarev V.A. Dorozhnyye bitumnyye vyazhushchiye i asfal'tobetonny [Road bituminous binders and asphalt concrete]. Kharkov, 2014. 180 p. (rus)
 17. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Dulzon N.K., Smirnova N.G., Agafonova M.V. Chislennoye issledovaniye struktury techeniya i teploobmena pri zakruchennom techenii bitumnodispersnykh sistem v tsilindricheskikh kanalakh [Numerical simulation of flow and heat transfer for bitumen dispersed systems in cylindrical channels]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2014. No. 2 (43). P. 80–93. (rus)
 18. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Smirnova N.G., Pushkareva G.V., Dulzon N.K. Issledovaniye smesheniya koaksial'nykh zakruchennykh potokov dlya prigotovleniya bitumnykh dispersnykh sistem [Investigation of mixing coaxial swirl flows for the preparation of dispersed bitumen systems]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2014. No. 3 (44). Pp. 123–134. (rus)
 19. Malkin A.Y., Isaev A.I. Reologiya: kontseptsii, metody, prilozheniya [Rheology: concepts, methods, applications]. Saint-Petersburg: Professia, 2007. 560 p. (rus)
 20. Kutepov A.M., Polyagin L.D., Zapryanov Z.D. Vyaz'min A.V., Kazenin D.A. Khimicheskaya gidrodinamika: spravochnoye posobiye [Chemical hydrodynamics: handbook]. Moscow: Byuro Kvantum, 1996. (rus)
 21. Klimov D.M., Petrov A.G., Georgievsky D.V. Vyazkoplachesticheskiye techeniya: dinamicheskiy khaos, ustoychivost' i peremeshivaniye [Visco-plastic flows: dynamic chaos, stability and mixing]. Moscow: Nauka, 2005. (rus)
 22. Matvienko O.V. Chislennoye issledovaniye techeniya nen'yutonovskikh zhidkostey v tsilindricheskom kanale. [Numerical investigation of the flow of non-Newtonian fluids in a cylindrical channel]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Fizika*. 2014. V. 57. No. 8-2. Pp. 183–189. (rus)
 23. Wilkinson W.L. Nen'yutonovskie zhidkosti [Non-Newtonian fluids]. Moscow: Mir, 1964. (transl. from Engl.)
 24. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Yuzhanova N.K. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka psevdoplasticheskoy zhidkosti v tsilindricheskom kanale [Mathematical modeling of swirling flow of a pseudoplastic fluid in a cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 2011. V. 84. No. 3. Pp. 544–547. (rus)
 25. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Yuzhanova N.K. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka dilatantnoy zhidkosti v tsilindricheskom kanale. [Mathematical modeling of swirling flow of a dilatant fluid in a cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 2014. V. 87. No. 1. Pp. 192–199. (rus)
 26. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Cherkasov I.S., Litvinova A.E. Techenie bitumnogogo vyazhushchego, opisyvaemogo model'yu Ostval'da–de Veilya, v tsilindricheskoj trube [Liquid asphalt binders in cylindrical tube in terms of the Ostwald – de Waele model]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture*. 2020. V. 22. No. 1. Pp. 129–144. (rus)
 27. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Cherkasov I.S., Aseeva A.E. Issledovaniye gidravlicheskikh kharakteristik potoka vodno-peschanoi suspenzii v trube [Hydraulic properties of sand slurry flow in a pipe]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture*. 2020. V. 22. No. 2. Pp. 171–192. (rus)
 28. Matvienko O.V. Issledovaniye ustanovivshegosya techeniya psevdoplasticheskoy zhidkosti, opisyvayemoy model'yu Sisko, v tsilindricheskoj trube. [Investigation of the steady state flow of pseudoplastic fluid described by the Sisco model in a cylindrical tube]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*. 2018. No. 55. Pp. 99–112. (rus)

29. Moallemi N., Shafteenejad I., Novinzadeh A.B. Exact solutions for flow of a Sisko fluid in pipe. *Special Issue of the Bulletin of the Iranian Mathematical Society*. 2011. V. 37 No. 2. Part 1. Pp. 49–60.
30. Matvienko O.V., Aseeva A.E. Matematicheskoye modelirovaniye zakruchennogo potoka termovyazkoy psevdoplasticheskoy zhidkosti Sisko v tsilindricheskom kanale. [Mathematical simulation of swirling flow of thermo-viscous, pseudoplastic Sisko fluid in cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 2020. V. 93. No. 4. Pp. 827–838. (rus)
31. Williamson R.V. The flow of pseudoplastic materials. *Industrial and Engineering Chemistry*. 1929. V. 21. No. 11. Pp. 1108–1111.
32. Matvienko O.V., Evtyushkin E.V. Matematicheskoye issledovaniye separatsii dispersnoy fazy v gidrotsiklone pri ochistke vyazkoplasticheskikh burovykh rastvorov. [Mathematical investigation of dispersed phase separation in hydrocyclone in cleaning of visco-plastic mud]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 2011. V. 84. No. 2. Pp. 243–252. (rus)
33. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Venik V.N., Smirnova N.G. Numerical investigation of Herschel-Bulkley fluids mixing. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering Advanced Materials in Construction and Engineering. Ser. "International Scientific Conference of Young Scientists: Advanced Materials in Construction and Engineering 2014"*. 2015. 012034.
34. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Dulzon N.K. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka vyazkoplasticheskoy zhidkosti v tsilindricheskom kanale [Mathematical modeling of swirling flow of pseudoplastic fluid in cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 2014. V. 87. No. 5. Pp. 1129–1137. (rus)
35. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Sabylina N.R., Aseeva A.E., Surtaeva A.A. Issledovanie ustanovivshegosya techeniya vyazkoplasticheskogo bitumnogo vyazhushchego, opisyvaemogo model'yu Shvedova – Bingama, v tsilindricheskoi tube [Shvedov-Bingham model of steady flow of visco-plastic bitumen binder in cylindrical tube]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturnostroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture*. 2019. V. 20. No. 3. Pp. 158–177. (rus)
36. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Aseeva A.E. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka psevdoplasticheskoy zhidkosti Balkli – Gershelya v tsilindricheskom kanale. [Mathematical modeling of the swirling flow of pseudoplastic Bulkley – Herschel fluid in cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 2019. V. 92. No. 1. Pp. 215–226. (rus)
37. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Aseeva A.E. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka dilatantnoy zhidkosti Balkli–Gershelya v tsilindricheskom kanale [Mathematical simulation of the swirling flow of dilatant Bulkley–Herschel fluid in cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 2019. V. 92. No. 6. Pp. 2641–2651. (rus)
38. Kolbanovskaya A.S., Mikhaylov V.V. Dorozhnyye bitумы [Road bitumen]. Moscow: Transport, 1973. 246p. (rus)
39. Shirkunov A.S., Ryabov V.G., Kudinov A.V., Nechayev A.N., Degtyannikov A.S. Vzaimosvyaz' adgezionnykh svoystv neftyanykh dorozhnykh bitumov i sodержaniya v nikh vysokoplavkikh parafinov. [Relationship between adhesive properties of oil road bitumen and content of high-melting paraffins]. *Khimiya i tekhnologiya topliv i masel*. 2011. No. 1. Pp. 36–39. (rus)
40. GOST 33133–2014. Dorogi avtomobil'nyye obshchego pol'zovaniya. Bitумы neftyanyye dorozhnyye vyazkiye. Tekhnicheskiye trebovaniya. [Automobile roads for general use. Viscous oil road bitumen. Technical requirements]. Moscow: Standartinform, 2015. 11 p. (rus)
41. Bazuev V.P., Matvienko O.V., Voronenko V.L. Modelirovaniye protsessa modifitsirovaniya bituma v kavitatsionno-smesitel'nom dispergatore. [Modeling of bitumen modifying process in cavitation mixing disperser]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2010. No. 4. Pp. 121–128. (rus)
42. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Turkasova N.G., Baygulova A.I. Issledovaniye protsessa modifikatsii bituma v inzhektorom smesitele. [The process for modifying bitumen in injector mixer]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2013. No. 3. Pp. 202–213. (rus)
43. Matvienko O.V., Agafontseva M.V., Bazuev V.P. Issledovaniye dinamiki puzyr'ka v zakruchennom potoke nelineyno-vyazkoy zhidkosti. [Bubble dynamics in swirling flow of nonlinear viscous fluid]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2012. No. 4. Pp. 144–156. (rus)

44. *Matvienko O.V., Bazuev V.P., Venik V.N., Smirnova N.G.* Chislennoye issledovaniye protsessa obrazovaniya kavitatsionnykh puzyr'kov v smesitel'nom ustroystve. [Numerical investigation of formation of cavitation bubbles in a mixing device]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2014. No. 4 (45). Pp. 231–245. (rus)
45. *Matvienko O.V., Bazuev V.P., Venik V.N., Smirnova N.G.* Eksperimental'noye issledovaniye protsessa kavitatsii v tekhnologicheskikh ustroystvakh. [Experimental study of the cavitation process using technological devices]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2015. No. 6. Pp. 165–176. (rus)
46. *Matvienko O.V., Efa A.K., Bazuev V.P., Evtyushkin E.V.* Chislennoye modelirovaniye raspada turbulentnoy strui v sputnom zakruchennom potoke. [Numerical simulation of turbulent jet decay in wake swirling flow]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Fizika*. 2006. V. 49. No. 6. Pp. 96–107. (rus)

Сведения об авторах

Матвиенко Олег Викторович, докт. физ.-мат. наук, профессор, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2; Национальный исследовательский Томский государственный университет, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.

Литвинова Алёна Евгеньевна, аспирант, Национальный исследовательский Томский государственный университет, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.

Authors Details

Oleg V. Matvienko, DSc, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanaya Sq., 6340036 Tomsk, Russia; National Research Tomsk State University, 36, Lenin Ave., 634050, Tomsk, Russia.

Alyona E. Aseeva, Research Assistant, National Research Tomsk State University, 36, Lenin Ave., 634050, Tomsk, Russia.