

# СТРОИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И ИЗДЕЛИЯ

УДК 665.455:006.354

DOI: 10.31675/1607-1859-2021-23-4-79-99

*О.В. МАТВИЕНКО<sup>1,2</sup>, А.Е. ЛИТВИНОВА<sup>2</sup>,*

*<sup>1</sup>Томский государственный архитектурно-строительный университет,*

*<sup>2</sup>Национальный исследовательский*

*Томский государственный университет*

## **ИССЛЕДОВАНИЕ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ТЕЧЕНИЯ ВЫСОКОПАРАФИНИСТОГО БИТУМНОГО ВЯЖУЩЕГО, ОПИСЫВАЕМОГО МОДЕЛЬЮ БАЛКЛИ – ГЕРШЕЛЯ, В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ\***

В работе проведено исследование течения битумного вяжущего, описываемого моделью Балкли – Гершеля, в цилиндрической трубе, определена зависимость расхода жидкости от перепада давления, получены зависимости для радиального распределения скорости и эффективной вязкости течения.

Установлено, что при низких значениях перепада давления неньютоновские свойства среды, обусловленные наличием внутренней структуры, приводят к значительному гидравлическому сопротивлению. С увеличением перепада давления гидравлическое сопротивление потока уменьшается, что связано с разрушением структуры среды.

**Ключевые слова:** реология; вязкопластические среды; вязкость; неньютоновские жидкости; модель Балкли – Гершеля.

**Для цитирования:** Матвиенко О.В., Литвинова А.Е. Исследование установившегося течения высокопарафинистого битумного вяжущего, описываемого моделью Балкли – Гершеля, в цилиндрической трубе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2021. Т. 23. № 4. С. 79–99.  
DOI: 10.31675/1607-1859-2021-23-4-79-99

*O.V. MATVIENKO<sup>1,2</sup>, A.E. LITVINOVA<sup>2</sup>,*

*<sup>1</sup>Tomsk State University of Architecture and Building,*

*<sup>2</sup>Tomsk State University*

## **STEADY FLOW OF HIGH-PARAFFIN BITUMINOUS BINDER IN CYLINDRICAL TUBE IN TERMS OF HERSCHEL–BULKLEY FLUID**

This paper deals with the flow of bitumen binder in a cylindrical tube described by the Hershel-Bulkley fluid. The dependence is suggested for the fluid flow rate and the pressure

---

\*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-31-70001.

drop. Dependences are also determined for the radial velocity distribution and effective viscosity. It is found that at a low pressure drop, the non-Newtonian properties of the medium lead to a significant hydraulic resistance due to the internal structure. With an increase in the pressure drop, the hydraulic resistance of the flow decreases.

**Keywords:** rheology; visco-plastic media; viscosity; non-Newtonian fluids; Herschel-Bulkley fluid.

**For citation:** Matvienko O.V., Litvinova A.E. Issledovanie ustanovivshegosya techeniya vysokoparafinistogo bitumnogo vyazhushchego, opisyvaемого model'yu Balkli – Gershelya, v tsilindricheskoi trube [Steady flow of high-paraffin bituminous binder in cylindrical tube in terms of Herschel – Bulkley fluid]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2021. V. 23. No. 4. Pp. 79–99.

DOI: 10.31675/1607-1859-2021-23-4-79-99

### Введение

В настоящее время в дорожном строительстве остро стоит вопрос разработки и внедрения в практику асфальтобетонных улучшенного качества, способных обеспечивать более высокую прочность, долговечность дорожных покрытий. Одним из основных материалов, применяемых в дорожном строительстве, является асфальтобетон, в состав которого входят щебень, песок, различные добавки и вяжущее вещество [1–3]. Структурообразующим компонентом асфальтобетонной смеси является битумное вяжущее, которое должно выбираться в зависимости от температуры нагрева покрытия в летний период года и температуры охлаждения в зимний период.

При низких температурах битумы ведут себя как упругие тела. С увеличением температуры, длительности действия нагрузки и ее величины модуль деформации битумов существенно увеличивается, материал приобретает упругопластические свойства [4–6]. Переход битумов из упругопластического состояния в вязкопластическое происходит в интервале температур от 30 до 50 °С. При температурах выше 70 °С битумы становятся псевдопластическими, а при температуре более 100 °С – ньютоновскими жидкостями [7, 8].

При использовании битумных вяжущих необходимо учитывать свойства и особенности структуры исходного материала с целью уменьшения неоправданного расхода ресурсов. Существенно уменьшить трудоемкость при подборе составов битумных вяжущих с заданным комплексом физико-механических свойств и оперативно принимать решения по корректировке составов позволяют методы математического моделирования [9].

### Реологические свойства битумных вяжущих

В дорожном строительстве битум нагревается до тех пор, пока он не станет достаточно жидким для перемешивания с каменным материалом [3, 10]. Одним из важных параметров, используемых для проведения гидравлических расчетов, является вязкость среды [11, 12].

Отношение между напряжением сдвига, действующим на перекачиваемую жидкость, и вызванной этим напряжением скорости сдвига характеризует эффективную динамическую вязкость.

Жидкости с линейной зависимостью касательных напряжений и скорости деформации называются ньютоновскими и описываются следующим уравнением [11–14]:

$$\tau_{ij} = 2\mu \dot{\epsilon}_{ij}, \quad (1)$$

где  $\tau_{ij}$ ,  $\dot{\epsilon}_{ij}$  – компоненты тензора напряжений и скорости деформации;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости.

Известно, что течение битумов в диапазоне температур от 30 до 100 °C характеризуется неньютоновскими свойствами [15]. Неньютоновское поведение характеризуется зависящей от скорости деформации сдвиговой вязкостью и происходит вследствие специфической молекулярной структуры битума [16, 17].

Для построения моделей неньютоновских жидких сред нужно установить связь между девиаторами тензора скоростей деформации и тензора напряжений. В тензорно-линейных моделях такая связь задаётся соотношениями

$$\tau_{ij} = 2\mu_{eff} \dot{\epsilon}_{ij}. \quad (2)$$

В классических моделях предполагается зависимость  $\mu_{eff}$  только от второго инварианта девиатора тензора скоростей деформации [18, 19]. В качестве вторых инвариантов тензоров  $\dot{\epsilon}$  и  $\tau$  удобно ввести

$$U = \sqrt{2\dot{\epsilon}_{ij}^D \dot{\epsilon}_{ji}^D}, \quad T = \sqrt{\tau_{ij} \tau_{ij} / 2}, \quad (3)$$

где  $\dot{\epsilon}_{ij}^D = \dot{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \dot{\epsilon}_{kk} \delta_{ij}$  – компоненты девиатора тензора скоростей деформации.

Из соотношений (2), (3) вытекает зависимость между инвариантами

$$T = \mu_{eff} U, \quad (4)$$

где  $\mu_{eff}$  – коэффициент эффективной динамической вязкости.

Для описания течения *неструктурированных* неньютоновских сред используются модели нелинейно-вязких жидкостей. Эти жидкости характеризуются наличием нелинейной зависимости между напряжениями и скоростями деформаций и отсутствием предельного напряжения сдвига [20–23]. Нелинейно-вязкие жидкости подразделяются на псевдопластичные [24] и дилатантные [25]. Для псевдопластичных сред величина эффективной вязкости  $\mu_{eff}$  снижается с ростом интенсивности скоростей сдвиговых деформаций  $U$ , а для дилатантных – увеличивается. В табл. 1 приведены наиболее распространенные реологические модели нелинейно-вязких жидкостей.

К наиболее простым моделям нелинейно-вязких жидкостей относится модель Оствальда – де Вейля [26, 27]. Постоянная  $k$  называется показателем (индексом) консистенции жидкости, чем меньше ее текучесть, тем больше  $k$ . Параметр  $n$  характеризует степень неньютоновского поведения материала, чем сильнее  $n$  отличается от единицы (в большую или меньшую сторону), тем отчетливее проявляется аномалия вязкости и нелинейность кривой течения. Значениям  $0 < n < 1$  отвечают псевдопластичные жидкости, эффективная вязкость которых убывает с ростом скоростей сдвига. Ньютоновская жид-

кость характеризуется параметром  $n = 1$ . Значениям  $n > 1$  отвечают дилатантные жидкости, у которых эффективная вязкость растет с увеличением скоростей сдвига.

Таблица 1

Реологические модели нелинейно-вязких жидкостей

Модель жидкости, фамилии авторов	Реологическое уравнение
Степенная жидкость, Оствальд – де Вейль	$T = kU^n, n > 0$
Сиско	$T = \mu_* U + kU^n, n > 0$
Кросс	$T = \frac{\mu_1 + \mu_2 (U/U_*)^{1-n}}{1 + (U/U_*)^{1-n}} U$
Уильямсон	$T = \left( \frac{\sigma_Y}{U_* + U} + \mu_0 \right) U$

К недостаткам модели Оствальда – де Вейля относится нереалистичное описание реологического поведения псевдопластических сред при больших скоростях сдвига ( $U \rightarrow \infty$ ), а дилатантных – при малых ( $U \rightarrow 0$ ). В этих случаях эффективная вязкость становится равной нулю. Отметим, что стремление эффективной вязкости к бесконечности при  $U \rightarrow 0$  в псевдопластических средах и  $U \rightarrow \infty$  в дилатантных объясняется их структурированием и формированием квазитвердых зон.

Реологическая модель Сиско [28–30] позволяет преодолеть отмеченный выше недостаток модели Оствальда – де Вейля. Параметр модели  $\mu_*$  в случае псевдопластических сред характеризует эффективную вязкость при бесконечной скорости сдвига ( $\mu_* = \mu_\infty$ ), в случае дилатантных сред – при нулевой ( $\mu_* = \mu_0$ ).

В рамках модели Кросса [19] используется концепция вязкости при нулевой и бесконечной скорости сдвига. Для псевдопластических сред ( $0 < n < 1$ ) параметр  $\mu_1 = \mu_0$  соответствует вязкости при нулевой скорости сдвига, а  $\mu_2 = \mu_\infty$  – при бесконечной.

Модель Уильямсона [31] может применяться для описания движения псевдопластических жидкостей, близких по своим свойствам к структурированным средам. При малых значениях реологического параметра  $U_*$  эта модель описывает поведение вязкопластичных сред. Однако в отличие от моделей структурированных сред в реологическом уравнении Уильямсона нет предельного напряжения сдвига.

Для описания деформационного поведения различных *структурированных* дисперсных сред существует множество реологических моделей, передающих в определенном диапазоне напряжений сдвига отдельные особенности реального течения [19–22, 32, 33]. В табл. 2 приведены характерные модели течения таких сред.

Таблица 2

## Реологические модели структурированных сред

Модель жидкости, фамилии авторов	Реологическое уравнение
Шведова – Бингама	$\tau_{ij} = 2 \left( \mu_{pl} + \frac{\sigma_Y}{U} \right) \dot{\epsilon}_{ij}, \quad \text{если } \sigma_Y < T$ $\dot{\epsilon}_{ij} = 0, \quad \text{если } T < \sigma_Y$
Балкли – Гершеля	$\tau_{ij} = 2 \left( KU^{n-1} + \frac{\sigma_Y}{U} \right) \dot{\epsilon}_{ij}, \quad \text{если } \sigma_Y < T$ $\dot{\epsilon}_{ij} = 0, \quad \text{если } T < \sigma_Y$
Кэссона	$\sqrt{\tau_{ij}} = 2 \left( \frac{k}{\sqrt{U}} + \frac{\sqrt{\sigma_Y}}{U} \right) \dot{\epsilon}_{ij}, \quad \text{если } \sigma_Y < T$ $\dot{\epsilon}_{ij} = 0, \quad \text{если } T < \sigma_Y$
Кэссона – Шульмана	$\sqrt[n]{\tau_{ij}} = 2 \left( KU^{(1-n)/n} + \frac{\sqrt[n]{\sigma_Y}}{U} \right) \dot{\epsilon}_{ij}, \quad \text{если } \sigma_Y < T$ $\dot{\epsilon}_{ij} = 0, \quad \text{если } T < \sigma_Y$
Шульмана	$\sqrt[n]{\tau_{ij}} = 2 \left( KU^{(1-m)/m} + \frac{\sqrt[n]{\sigma_Y}}{U} \right) \dot{\epsilon}_{ij}, \quad \text{если } \sigma_Y < T$ $\dot{\epsilon}_{ij} = 0, \quad \text{если } T < \sigma_Y$

Двухпараметрическая модель Кэссона хорошо зарекомендовала себя для типографских и масляных красок, лакокрасочных композиций, крови, пищевых композиций типа шоколадных масс, неводных дисперсий пласто- и эластомеров и других дисперсных систем. Модель Шульмана обобщает большинство наиболее употребительных моделей. Из нее как частные случаи следуют модели Ньютона ( $\sigma_Y = 0$ ,  $m = n = 1$ ), Шведова – Бингама ( $m = n = 1$ ) [34, 35], Балкли – Гершеля ( $n = 1$ ) [36, 37], Оствальда – де Вейля ( $\tau_Y = 0$ ), Кэссона ( $m = n = 2$ ) и др. Она записывает нелинейную пластичность и аномальную вязкость и потому названа обобщенной моделью нелинейно-вязкопластичной жидкости [19].

Наибольшее практическое распространение для описания поведения вязкопластичных структурированных дисперсных систем получила реологическая модель течения неньютоновских жидкостей Шведова – Бингама [34]. Для одновременного учета нелинейности кривой течения и наличия предельного напряжения сдвига необходимо использовать реологическое уравнение Балкли – Гершеля [35], которое представляет собой степенное реологическое уравнение Оствальда – де Вейля с добавлением предела текучести.

При анализе течений сред, описываемых моделью Балкли – Гершеля, по аналогии с ньютоновской жидкостью удобно ввести в рассмотрение эффективную вязкость  $\mu_{eff}$ , [36] которая может быть рассчитана как

$$\mu_{eff} = kU^{n-1} + \frac{\sigma_Y}{U}. \quad (5)$$

Первое слагаемое в (5)  $\mu_{pl} = kU^{n-1}$  характеризует так называемую пластическую вязкость, ответственную за деформацию макромолекул и их ориентацию в потоке, второе –  $\mu_{str} = \frac{\sigma}{U}$  структурную вязкость, связанную с необходимостью приложения напряжений, превосходящих предел текучести для разрушения структуры среды.

С точки зрения коллоидной химии битумные вяжущие представляют собой многокомпонентную коллоидную систему, т. е. жидкость, в которой взвешены мицеллы – полутвёрдые сгустки высокомолекулярных смол, асфальтенов и карбенов, нерастворимых в жидких углеводородах при обычных температурах, а также минеральных частиц и капель воды. В основном в битумах представлены парафиновые (обычно 30–35 %, реже 40–50 % по объёму) и нафтеновые (25–75 %) соединения, в меньшей степени – соединения ароматического ряда (10–20 %, реже 35 %) и смешанного, или гибридного, строения (например, парафино-нафтеновые, нафтенно-ароматические). Элементарный химический состав всех видов битума достаточно близок: 70–85 % углерода, 10–15 % водорода, 5–10 % кислорода, 1–5 % серы, до 1 % азота и незначительное количество некоторых металлов (V, Ni, Co, Fe, U) в виде сложных комплексов. Типичными для битумов являются функциональные группы: OH, -CH=CH-, COOR, COO, COOH. О качественном составе входящих в битумы углеводородов позволяет судить отношение C/H, для нафтеновых углеводородов оно выше, чем у парафиновых, для ароматических – выше, чем у нафтеновых [6].

В случае высокого содержания парафинов в вяжущем, особенно при низких температурах, дисперсная фаза образует непрерывную трехмерную коагуляционную структуру, обладающую определенной прочностью, характеризующую предельным напряжением сдвига  $\sigma_Y$ . Увеличение  $\sigma_Y$  повышает сопротивляемость среды сдвигу и уменьшает скорость сдвиговых деформаций.

Большинство исследователей полагают, что присутствие высокоплавких парафинов в битуме негативно отражается на свойствах как самого вяжущего, так и асфальтобетона на его основе. Считается, что плавление парафинов приводит к снижению устойчивости асфальтобетона к колееобразованию, а их кристаллизация при низких температурах – к повышению склонности к низкотемпературному растрескиванию. Кроме того, с высоким содержанием твердых парафинов часто ассоциируют невысокую адгезию вяжущего с минеральным наполнителем в асфальтобетоне [38, 39]. Поэтому в российском стандарте ГОСТ 33133–2014 имеется нормирующий показатель содержания твёрдых парафинов (не более 3 %) [40].

Движение отдельных макромолекул в легких малопарафинистых вяжущих, характеризуемых невысокими значениями показателя консистенции, происходит относительно независимо друг от друга. Поэтому постоянные контакты между макромолекулами отсутствуют. Неньютоновское поведение таких сред обусловлено изменением формы их макромолекул в результате воздействия перепада давления. Увеличение показателя консистенции приводит к более частым контактам между макромолекулами и в конце концов к образованию сетки зацеплений, препятствующей сдвиговому течению.

Показатель нелинейности с точки зрения микрореологии характеризует структуру макромолекул среды. Для простейшей модели макромолекул в виде упругих шаров показатель нелинейности  $n = 1$ , что соответствует модели ньютоновской жидкости. С увеличением длины и разветвленности макромолекул показатель нелинейности уменьшается. При этом неньютоновские свойства среды становятся более выраженными: в средах с малыми показателями нелинейности при одном и том же перепаде давления интенсивность скоростей сдвиговых деформаций уменьшается.

Одно из возможных объяснений неньютоновского поведения высокопарафинистых вяжущих основывается на соотношении между характерным временем установления межмолекулярных зацеплений  $t_{str}$  и характерным временем деформирования  $t_{def}$ , которое может быть определено как величина, обратная интенсивности скоростей сдвиговых деформаций  $t_{def} = U^{-1}$ . Если  $t_{str} \ll t_{def}$ , то межмолекулярные связи могут рассматриваться как стабильные. Тогда среда теряет свойство текучести с увеличением  $t_{str}$ . При уменьшении  $t_{def}$  межмолекулярные связи становятся квазистабильными, и в некоторых узлах коагуляционной структуры появляется возможность проскальзывания макромолекул. Доля квазистабильных узлов увеличивается с ростом скоростей сдвига. При этом сопротивление сдвигу, а следовательно, эффективная вязкость уменьшаются. С увеличением скорости сдвига при выполнении условия  $t_{def} \ll t_{str}$  структурированность среды нарушается, межмолекулярные связи становятся несущественными, молекулы ориентируются вдоль направления движения. В результате этого сопротивление среды ослабевает, что означает уменьшение эффективной вязкости. При этом реологическое поведение среды приближается к ньютоновскому.

Цикл теоретических исследований процессов течения и модифицирования битумов в технологических устройствах проведен в работах [41–46]. В работах [41, 42] приведены результаты исследования процессов модифицирования битумов в кавитационно-смесительном диспергаторе и инжекторном смесителе. В работе [43] построена модель движения пузырька в закрученном потоке неньютоновской жидкости, что дает возможность оптимизировать процесс вспенивания битума, улучшая его свойства. В работах [44, 45] исследована кавитация в кавитационно-смесительном диспергаторе. В работе [46] разработана физико-математическая модель и выполнен расчет распада струи битума в спутном закрученном потоке водной фазы. Показано, что рост за-

крутки потока приводит к интенсификации турбулентности в потоке и, следовательно, способствует более быстрому распаду струи.

Целью настоящей работы является исследование установившегося течения битумного вязущего, описываемого моделью Балкли – Гершеля, в цилиндрическом канале.

### Математическая модель течения битумного вязущего

Рассмотрим установившееся осесимметричное течение битумного вязущего с высоким содержанием парафинов в прямой горизонтальной трубе круглого сечения радиусом  $R$ . Координату  $x$ , отсчитываемую вдоль оси трубы, направим вниз по потоку. При этих условиях уравнение реодинамики может быть записано в виде

$$-\frac{dp}{dx} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr}(r\tau_{rx}) = 0. \quad (6)$$

Проинтегрировав уравнение (6), получим

$$\tau_{rx} = -\frac{1}{2} \left| \frac{dp}{dx} \right| r. \quad (7)$$

Таким образом, сдвиговые напряжения линейно изменяются по сечению трубы. В центре трубы они равны нулю и достигают максимального абсолютного значения на стенке.

Характерной особенностью реологического поведения вязкопластических сред, к которым относятся жидкости Балкли – Гершеля, является наличие предела текучести  $\sigma_Y$ . Если интенсивность сдвиговых напряжений  $T = \sqrt{\tau_{ij}\tau_{ij}/2} = |\tau_{rx}|$ , возникающих в среде, не превосходит предела текучести, то среда ведет себя как твердое тело. Для возникновения сдвигового течения необходимо выполнение условия  $T > \sigma_Y$ .

Элементарный анализ уравнения (7) показывает, что в приосевой области  $|\tau_{rx}| < \sigma_Y$ . Вблизи оси формируется жесткая зона квазитвердого течения, в которой отсутствуют деформации. Во внешней части потока происходит сдвиговое течение среды. Радиальная координата границы этих зон может быть найдена из условия равенства напряжений на этой границе предельному напряжению сдвига:

$$r = r_Y : \quad |\tau_{rx}| = \frac{1}{2} \left| \frac{dp}{dx} \right| r_Y = \sigma_Y. \quad (8)$$

Таким образом, граница жесткой зоны может быть определена как

$$r_Y = 2\sigma_Y \left| \frac{\partial p}{\partial x} \right|^{-1}. \quad (9)$$

Заметим, что величина  $r_Y$  определяет условие, при котором возможно течение в канале. Течение в канале реализуется при выполнении условия  $r_Y < R$ , если  $R \leq r_Y$ , то происходит заграждение канала и течение становится невозможным.



В зоне сдвигового течения реологический закон Балкли – Гершеля для установившегося течения в канале можно записать в виде

$$\tau_{rx} = \left( k U^{n-1} + \frac{\sigma_Y}{U} \right) \frac{du}{dr}, \quad (10)$$

где  $U = \left| \frac{du}{dr} \right|$  – интенсивность скоростей сдвиговых деформаций;  $k$  – консистенция среды;  $n$  – показатель нелинейности.

Поскольку величина скорости убывает по мере удаления от оси и приближении к стенке, то  $\frac{du}{dr} < 0$ . С учетом этого факта напряжения в сдвиговой области могут быть описаны зависимостью

$$\tau_{rx} = - \left( k \left| \frac{du}{dr} \right|^n + \sigma_Y \right). \quad (11)$$

Принимая во внимание соотношение (7), можно записать выражение

$$\frac{du}{dr} = - \left( \frac{\sigma_Y}{k r_Y} \right)^{1/n} (r - r_Y)^{1/n}. \quad (12)$$

Интегрирование уравнения (12) с учетом условия прилипания на стенке

$$r = R : \quad u = 0 \quad (13)$$

приводит к следующему результату:

$$u = \frac{n}{n+1} \left( \frac{\sigma_Y}{k r_Y} \right)^{1/n} (R - r_Y)^{(n+1)/n} \left[ 1 - \left( \frac{r - r_Y}{R - r_Y} \right)^{(n+1)/n} \right]. \quad (14)$$

Во внутренней области течения  $r < r_Y$  среда движется как твердое тело с плоским профилем осевой скорости:

$$u = u_Y = \frac{n}{n+1} \left( \frac{\sigma_Y}{k r_Y} \right)^{1/n} (R - r_Y)^{(n+1)/n}. \quad (15)$$

Расход жидкости через поперечное сечение трубы вычисляется по формуле

$$Q = 2\pi \int_0^R u r dr = 2\pi \frac{n}{3n+1} \left( \frac{\sigma_Y}{k r_Y} \right)^{1/n} (R - r_Y)^{(n+1)/n} \times \\ \times \left[ \frac{1}{2} R^2 + \frac{1}{2n+1} R r_Y + \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)} r_Y^2 \right], \quad (16)$$

а среднерасходная скорость определяется как

$$\bar{u} = 2 \frac{n}{3n+1} \left( \frac{\sigma_Y}{k r_Y} \right)^{1/n} (R - r_Y)^{(n+1)/n} \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2n+1} \frac{r_Y}{R} + \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)} \frac{r_Y^2}{R^2} \right]. \quad (17)$$

Эффективная вязкость жидкости Балкли – Гершеля  $\mu_{eff}$  для гидродинамически стабилизированного течения в цилиндрической трубе может быть рассчитана с помощью реологического соотношения

$$\mu_{eff} = k \left| \frac{du}{dr} \right|^{n-1} + \sigma_Y \left| \frac{du}{dr} \right|^{-1}. \quad (18)$$

Для определения эффективной вязкости воспользуемся реологическим соотношением (11) с учетом радиального распределения скорости (15). В результате в зоне ( $r_Y < r$ ) течения получим

$$\mu_{eff} = \sigma_Y \frac{r}{r_Y} \left| \frac{du}{dr} \right|^{-1} = \sigma_Y^{(n-1)/n} k^{1/n} \frac{r}{r_Y} \left( \frac{r}{r_Y} - 1 \right)^{-1/n}. \quad (19)$$

В жесткой зоне среда ведет себя как твердое тело с бесконечно большой вязкостью.

В технических расчетах принято связывать перепад давления со средне-расходной скоростью течения с использованием коэффициента сопротивления  $\zeta$ . Для этого предполагается, что перепад давления должен быть пропорционален динамическому напору:

$$\left| \frac{dp}{dx} \right| = \zeta \frac{\rho \bar{u}^2}{4R}. \quad (20)$$

Подставляя в равенство (20) значения  $\left| \frac{dp}{dx} \right|$  из формул (9), (16), получим выражения для коэффициента сопротивления:

$$\zeta = \frac{64}{Re} = 32 \frac{\bar{\mu}}{\rho \bar{u} R} = \frac{2}{\rho R^2} \left( \frac{3n+1}{n} \right)^2 \frac{\sigma_Y^{(n-2)/n} k^{2/n} \left( \frac{R}{r_Y} \right)^3 \left( \frac{R}{r_Y} - 1 \right)^{-2(n+1)/n}}{\left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2n+1} \frac{r_Y}{R} + \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)} \frac{r_Y^2}{R^2} \right]^2}. \quad (21)$$

Равенство (21) выражает закон сопротивления для течения вязкопластической жидкости Балкли – Гершеля.

### Результаты математического моделирования

Перейдем к анализу полученных результатов. Диапазон изменения параметров был выбран следующим: предельное напряжение сдвига –  $\sigma_Y = 0-40$  Па, консистенция изменялась в пределах  $k = 5-25$  Па·с<sup>n</sup>, показатель нелинейности  $n = 0,375-1$ . Выбранный диапазон изменения параметров соответствует свойствам высокопарафинистых битумных вяжущих для различных температур [6–8]. Перепад давления варьировался в диапазоне  $|dp/dx| = 100-5000$  Па/м. Радиус канала составлял  $R = 0,1$  м.

На рис. 1 показаны радиальные распределения эффективной вязкости.

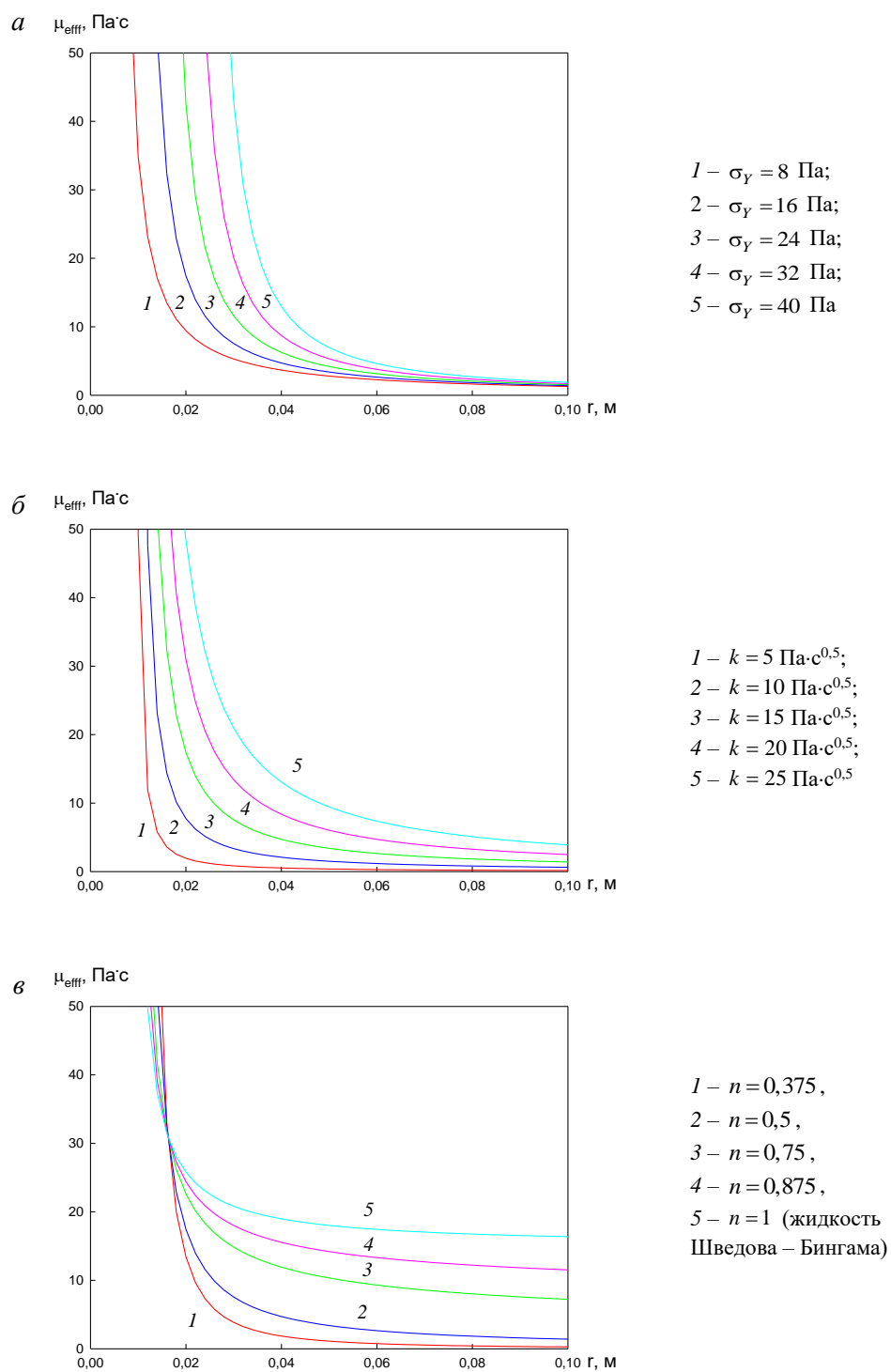


Рис. 1. Радиальное распределение эффективной вязкости  $\mu_{\text{eff}}$ :  $R = 0,1 \text{ м}$ ,  $|dp/dx| = 3800 \text{ Па/м}$ :  
 а –  $k = 15 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0,5}$ ,  $n = 0,5$ ; б –  $\sigma_Y = 16 \text{ Па}$ ,  $n = 0,5$ ; в –  $\sigma_Y = 16 \text{ Па}$ ,  $k = 15 \text{ Па}\cdot\text{с}^n$

Эти распределения являются типичными для вязкопластических сред и имеют вид гиперболы с вертикальной асимптотой на границе жесткой зоны. На границе жесткой зоны, где градиент скорости имеет невысокие значения, наблюдается значительный рост значений эффективной вязкости. В жесткой зоне ( $r < r_Y$ ) среда находится в структурированном состоянии. В периферийной и пристеночной частях течения эффективная вязкость характеризуется низкими значениями.

С ростом значений предельного напряжения сдвига  $\sigma_Y$  происходит увеличение размеров жесткой зоны и смещение ее границы к стенкам трубы. В зоне сдвигового течения интенсивность скоростей сдвиговых деформаций уменьшается. Вблизи границы жесткой зоны происходит значительный рост значений эффективной вязкости (рис. 1, а). Однако в пристеночной области варьирование значений  $\sigma_Y$  не оказывает влияния на величину пластической вязкости  $\mu_{eff}$ .

Вариация значений консистенции  $k$  не влияет на положение жесткой зоны. Увеличение значений консистенции  $k$  приводит к росту эффективной вязкости во всей области течения. Однако если в периферийной и пристеночной областях этот рост является незначительным, то вблизи границы жесткой зоны происходит существенное увеличение эффективной вязкости, связанное с загущением среды (рис. 1, б).

На рис. 1, в представлено радиальное распределение эффективной вязкости, рассчитанное для различных значений показателя нелинейности. Значения эффективной вязкости вблизи границы жесткой зоны ( $r_Y < r < r_*$ ) возрастают с увеличением показателя нелинейности  $n$ . В пристеночной области ( $r_* < r < R$ ), напротив, с увеличением  $n$  эффективная вязкость потока уменьшается. На удалении от оси течения  $r = r_*$  величина показателя нелинейности не влияет на эффективную вязкость среды. Это условие выполняется, если интенсивность скоростей сдвиговых деформаций равна  $U = U_* = 1 \text{ с}^{-1}$ . Координата  $r_*$  с учетом зависимости (19) определится как

$$r_* = r_Y \left( 1 + U_*^n \frac{k}{\sigma_Y} \right). \quad (22)$$

На рис. 2 показано изменение коэффициента гидравлического сопротивления  $\zeta$  с ростом перепада давления  $|dp/dx|$  для различных значений предельного напряжения сдвига  $\sigma_Y$ , консистенции  $k$ , показателя нелинейности  $n$ . Коэффициент гидравлического сопротивления при  $|dp/dx| < 2\sigma_Y/R$  стремится к бесконечности:  $\zeta \rightarrow \infty$ , что свидетельствует о структурировании среды и невозможности течения. С увеличением значений  $|dp/dx|$  гидравлическое сопротивление потока уменьшается, что связано с разрушением структуры среды, деформацией макромолекул и их ориентацией по потоку.

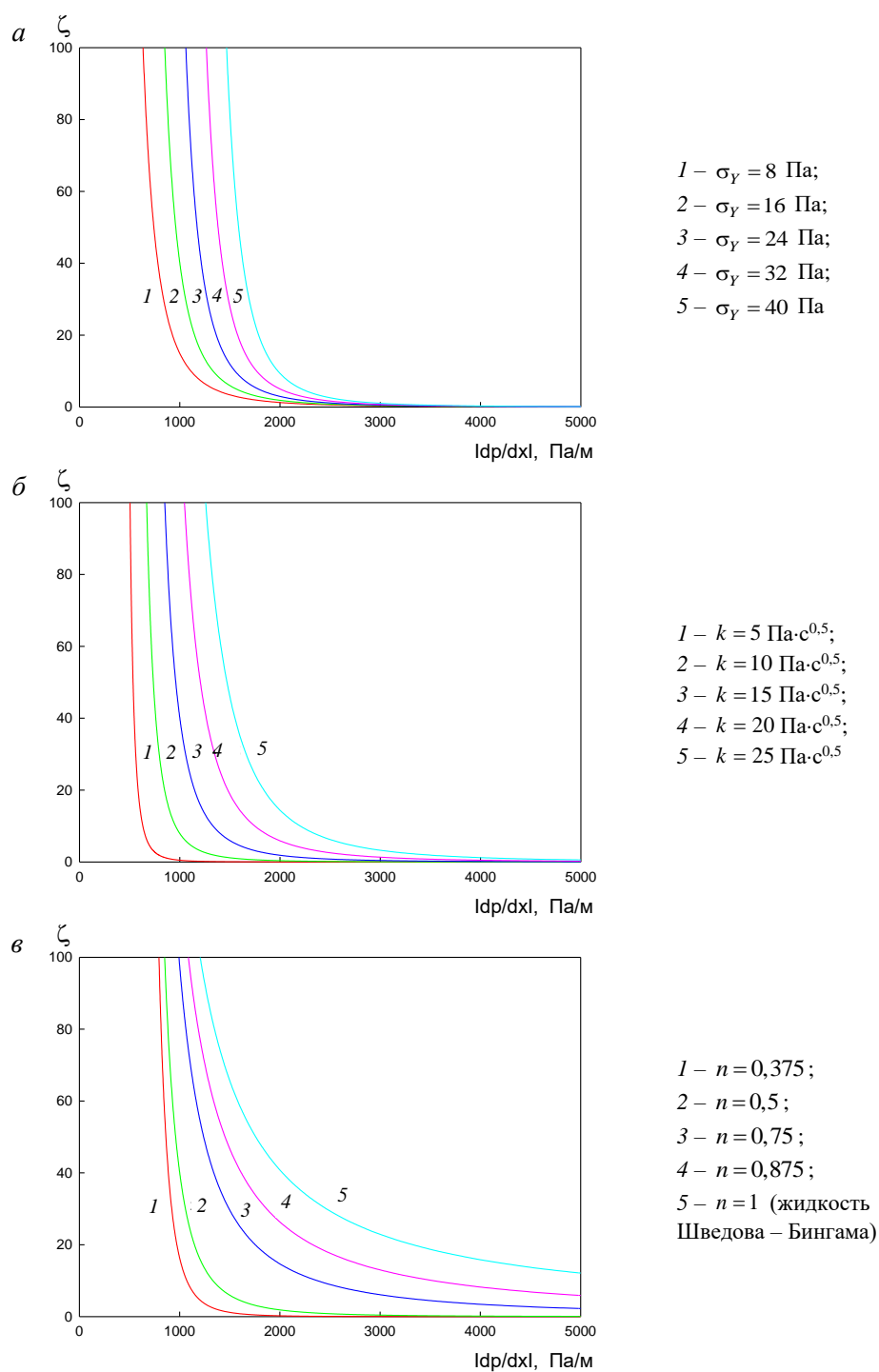


Рис. 2. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления  $\zeta$  от перепада давления  $|dp/dx|$ :  $R = 0,1 \text{ м}$ :

$a - k = 15 \text{ Па} \cdot \text{с}^{0,5}; n = 0,5$ ;  $б - \sigma_Y = 16 \text{ Па}, n = 0,5$ ;  $в - \sigma_Y = 16 \text{ Па}, k = 15 \text{ Па} \cdot \text{с}^n$

С увеличением предельного напряжения сдвига  $\sigma_Y$  кривые на рис. 2, а сдвигаются вправо. Этот факт объясняется тем, что с ростом  $\sigma_Y$  вклад структурной вязкости  $\mu_{str}$  в рост гидравлического сопротивления возрастает. Поэтому для возникновения течения требуется приложить больший перепад давления.

С увеличением значений параметра консистенции  $k$  возрастает диссипация механической энергии потока, что приводит к росту гидравлического сопротивления (рис. 2, б). При больших перепадах давления с уменьшением параметра нелинейности  $n$  происходит уменьшение среднерасходной вязкости. В результате этого неньютоновские свойства среды приводят к уменьшению гидравлического сопротивления.

Радиальное распределение скорости потока, рассчитанное для различных значений реологических параметров, представлено на рис. 3.

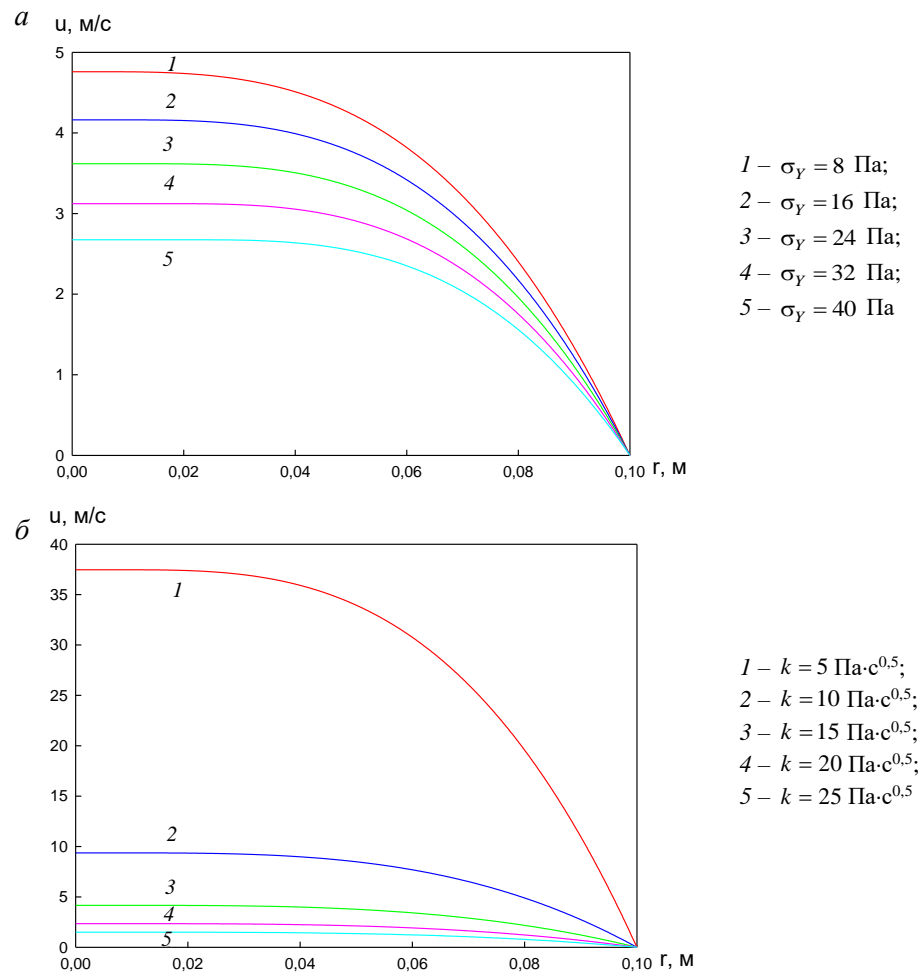


Рис. 3. Радиальное распределение скорости  $u$ :  $R = 0,1 \text{ м}$ ,  $|dp/dx| = 3800 \text{ Па/м}$  (окончание см. на с. 93):

а –  $k = 15 \text{ Па} \cdot \text{с}^{0,5}$ ,  $n = 0,5$ ; б –  $\sigma_Y = 16 \text{ Па}$ ,  $n = 0,5$

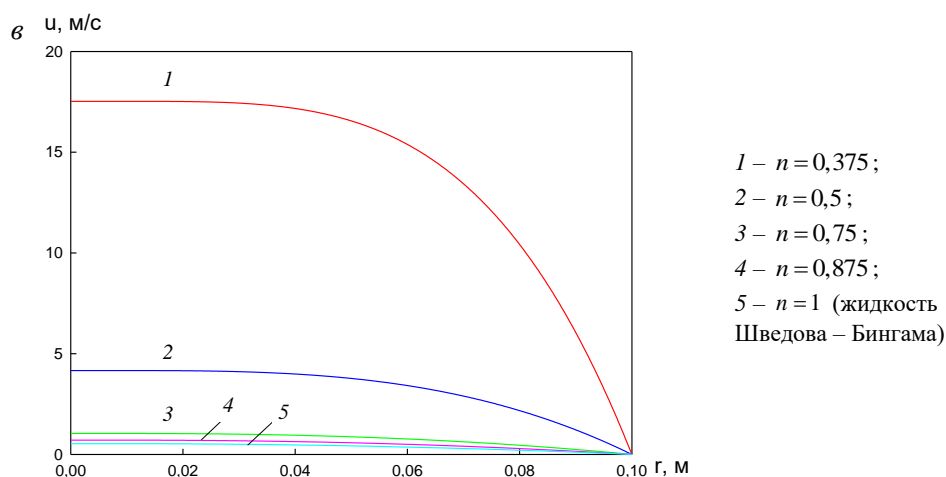


Рис. 3. Окончание (начало см. на с. 92):  
 $\sigma - \sigma_Y = 16$  Па,  $k = 15$  Па·с <sup>$n$</sup>

Характерной особенностью вязкопластических сред, наиболее заметной при низких температурах, является существование коагуляционной структуры. С ростом содержания парафинов и асфальтенов происходит увеличение предельного напряжения сдвига  $\sigma_Y$ , при этом увеличивается прочность коагуляционной структуры. В результате этого с ростом  $\sigma_Y$  расходные характеристики уменьшаются (рис. 3, а).

Содержание смол в вяжущих определяет величину показателя консистенции  $k$ . Поэтому для обеспечения заданного расхода в средах, характеризующихся высокими значениями показателя консистенции, требуется приложить большой перепад давления (рис. 3, б).

Влияние нелинейности параметров среды на структуру течения иллюстрирует рис. 3, в. Результаты расчетов показывают, что с увеличением показателя нелинейности возрастает гидравлическое сопротивление, приводящее при заданном перепаде давления к уменьшению скорости потока.

### Заключение

В ходе выполнения работы исследованы структура течения и гидравлические характеристики высокопарафинистого битумного вяжущего и получены следующие результаты:

- структурирование среды приводит к тому, что скорость течения в ядре потока характеризуется практически однородным профилем, что свойственно пластическому течению;
- распределение эффективной вязкости имеет вид гиперболы с вертикальной асимптотой на границе жесткой зоны;
- в периферийной и пристеночной частях течения эффективная вязкость характеризуется низкими значениями; вблизи границы жесткой зоны, где градиент скорости имеет невысокие значения, наблюдается существенный рост значений эффективной вязкости;

– при низких значениях перепада давления неньютоновские свойства среды, обусловленные наличием внутренней структуры, приводят к значительному гидравлическому сопротивлению. С увеличением перепада давления гидравлическое сопротивление потока уменьшается, что связано с разрушением структуры среды.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Методические рекомендации* по проектированию жестких дорожных одежд. Москва : Информавтодор, 2004.
2. *Технические рекомендации* по устройству и приемке в эксплуатацию дорожных покрытий с учетом требований международных стандартов по ровности. Москва, 2003.
3. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Веник В.Н., Базаров Р.Б., Арутюнян Э.Р. Математическое моделирование сдвигоустойчивости асфальтобетонных покрытий автомобильных дорог // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2017. № 4 (63). С. 158–170.
4. Бабак О.Г., Старков Г.Б. Применение модифицированных вяжущих в дорожном строительстве // Дорожная техника и технологии. 2001. № 5. С. 72–75.
5. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Чурилин В.С. Моделирование напряжений и деформаций дорожных покрытий // Дороги и мосты. 2016. № 2 (36). С. 139–153.
6. Гун Р.Б. Нефтяные битумы. Москва : Химия, 1973. 432 с.
7. Грудников И.Б. Производство нефтяных битумов. Москва : Химия, 1983. 192 с.
8. Галдина В.Д. Модифицированные битумы. Омск : СибАДИ, 2009. 228 с.
9. Галдина В.Д. Моделирование на ЭВМ подбора состава полимерно-битумного вяжущего // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2011. № 34. С. 132–138.
10. Горшенина Г.И., Михайлов Н.В. Полимербитумные изоляционные материалы. Москва : Недра, 1967. 210 с.
11. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Москва : Наука, 1974.
12. Матвиенко О.В., Унгер Ф.Г., Базуев В.П. Математические модели производственных процессов для приготовления битумных дисперсных систем. Томск : Изд-во ТГАСУ, 2015.
13. Матвиенко О.В. Исследование теплообмена и формирования турбулентности во внутреннем закрученном потоке жидкости при низких числах Рейнольдса // Инженерно-физический журнал. 2014. Т. 87. № 4. С. 908–918.
14. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Южанова Н.К. Численное исследование перехода к турбулентному режиму течения внутренних закрученных потоков битумных вяжущих // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2013. № 2. С. 132–143.
15. Sybilski D. Non-newtonian viscosity of polymer-modified bitumens // Materials and Structures 1993. V. 26. P. 15–23. DOI:10.1007/BF02472233.
16. Золотарев В.А. Дорожные битумные вяжущие и асфальтобетоны. Харьков : ХНАДУ, 2014. 180 с.
17. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Дульзон Н.К., Смирнова Н.Г., Агафонова М.В. Численное исследование структуры течения и теплообмена при закрученном течении битумно-дисперсных систем в цилиндрических каналах // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2014. № 2 (43). С. 80–93.
18. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Смирнова Н.Г., Пушкарева Г.В., Дульзон Н.К. Исследование смещения коаксиальных закрученных потоков для приготовления битумных дисперсных систем // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2014. № 3 (44). С. 123–134.
19. Малкин А.Я., Исаев А.И. Реология: концепции, методы, приложения. Санкт-Петербург : Профессия, 2007. 560 с.
20. Кутепов А.М., Полянин Л.Д., Запryanов З.Д., Вязьмин А.В., Казенин Д.А. Химическая гидродинамика : справочное пособие. Москва : Бюро Квантум, 1996.



21. Климов Д.М., Петров А.Г., Георгиевский Д.В. Вязкопластические течения: динамический хаос, устойчивость и перемешивание. Москва : Наука, 2005.
22. Матвиенко О.В. Численное исследование течения неньютоновских жидкостей в цилиндрическом канале // Известия высших учебных заведений. Физика. 2014. Т. 57. № 8-2. С. 183–189.
23. Уилкинсон У.Л. Неньютоновские жидкости. Москва : Мир, 1964.
24. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Южанова Н.К. Математическое моделирование течения закрученного потока псевдопластической жидкости в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2011. Т. 84. № 3. С. 544–547.
25. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Южанова Н.К. Математическое моделирование течения закрученного потока дилатантной жидкости в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2014. Т. 87. № 1. С. 192–199.
26. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Черкасов И.С., Асеева А.Е., Веник В.Н. Течение битумного вязущего, описываемого моделью Оствальда – де Вейля, в цилиндрической трубе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2020. Т. 22. № 1. С. 171–192.
27. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Черкасов И.С., Литвинова А.Е. Исследование гидравлических характеристик потока водно-песчаной суспензии в трубе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2020. Т. 22. № 2. С. 129–144.
28. Матвиенко О.В. Исследование установившегося течения псевдопластической жидкости, описываемой моделью Сиско, в цилиндрической трубе // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2018. № 55. С. 99–112.
29. Moallemi N., Shafieenejad I., Novinzadeh A.B. Exact solutions for flow of a Sisko fluid in pipe // Special Issue of the Bulletin of the Iranian Mathematical Society. 2011. V. 37. № 2. Part 1. P. 49–60.
30. Матвиенко О.В., Асеева А.Е. Математическое моделирование закрученного потока термовязкой псевдопластической жидкости Сиско в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2020. Т. 93. № 4. С. 857–869.
31. Williamson R.V. The Flow of Pseudoplastic Materials // Industrial and Engineering Chemistry. 1929. V. 21. № 11. P. 1108–1111.
32. Матвиенко О.В., Евтюшкин Е.В. Математическое исследование сепарации дисперсной фазы в гидроциклоне при очистке вязкопластических буровых растворов // Инженерно-физический журнал. 2011. Т. 84. № 2. С. 243–252.
33. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Venik V.N., Smirnova N.G. Numerical investigation of Herschel – Bulkley fluids mixing // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering Advanced Materials in Construction and Engineering. Ser. «International Scientific Conference of Young Scientists: Advanced Materials in Construction and Engineering, TSUAB 2014». 2015. С. 012034.
34. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Дульзон Н.К. Математическое моделирование течения закрученного потока вязкопластической жидкости в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2014. Т. 87. № 5. С. 1129–1137.
35. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Сабылина Н.Р., Асеева А.Е., Суртаева А.А. Исследование установившегося течения вязкопластического битумного вязущего, описываемого моделью Шведова – Бингама, в цилиндрической трубе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2019. Т. 21. № 3. С. 158–177.
36. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Асеева А.Е. Математическое моделирование течения закрученного потока псевдопластической жидкости Балкли – Гершеля в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2019. Т. 92. № 1. С. 215–226.
37. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Асеева А.Е. Математическое моделирование течения закрученного потока дилатантной жидкости Балкли – Гершеля в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2019. Т. 92. № 6. С. 2641–2651.
38. Колбановская А.С., Михайлов В.В. Дорожные битумы. Москва : Транспорт, 1973. 246 с.
39. Ширкунов А.С., Рябов В.Г., Кудинов А.В., Нечаев А.Н., Дегтянников А.С. Взаимосвязь адгезионных свойств нефтяных дорожных битумов и содержания в них высокоплавких парафинов // Химия и технология топлив и масел. 2011. № 1. С. 36–39.

40. ГОСТ 33133–2014. Дороги автомобильные общего пользования. Битумы нефтяные дорожные вязкие. Технические требования. Москва : Стандартинформ, 2015. 11 с.
41. Базуев В.П., Матвиенко О.В., Вороненко В.Л. Моделирование процесса модифицирования битума в кавитационно-смесительном диспергаторе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2010. № 4. С. 121–128.
42. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Туркасова Н.Г., Байгулова А.И. Исследование процесса модификации битума в инжекторном смесителе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2013. № 3. С. 202–213.
43. Матвиенко О.В., Агафонцева М.В., Базуев В.П. Исследование динамики пузырька в закрученном потоке нелинейно-вязкой жидкости // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2012. № 4. С. 144–156.
44. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Веник В.Н., Смирнова Н.Г. Численное исследование процесса образования кавитационных пузырьков в смесительном устройстве // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2014. № 4 (45). С. 231–245.
45. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Веник В.Н., Смирнова Н.Г. Экспериментальное исследование процесса кавитации в технологических устройствах // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2015. № 6. С. 165–176.
46. Матвиенко О.В., Эфа А.К., Базуев В.П., Евтюшкин Е.В. Численное моделирование распада турбулентной струи в спутном закрученном потоке // Известия вузов. Физика. – 2006. Т. 49. № 6. С. 96–107.

#### REFERENCES

1. Metodicheskie rekomendacii po proektirovaniu zhestkih dorozhnyh ovezhd [Methodological recommendations for rigid pavements]. Moscow: Informavtodor, 2004. (rus)
2. Tehnicheskie rekomendacii po ustrojstvu i priemkev jekspluataciju dorozhnyh pokrytij s uchetom trebovanij mezhdunarodnyh standartov po rovnosti [Technical recommendations on device and acceptance for operation of pavements in accord with international standards for flatness]. Moscow, 2003. Pp. 134–03. (rus)
3. Matvienko O.V., Bazuyev V.P., Venik V.N., Bazarov R.B., Arutyunyan E.R. Matematicheskoye modelirovaniye sdvigoustoychivosti asfal'tobetonnykh pokrytij avtomobil'nykh dorog [Mathematical modelling of road pavement shear-resistance]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2017. No. 4 (63). Pp. 158–170. (rus)
4. Babak O.G., Starkov G.B. Primeneniye modifitsirovannykh vyazhushchikh v dorozhnom stroitel'stve [Application of modified binders in road construction]. *Dorozhnaya tekhnika i tekhnologii*. 2001. No. 5. Pp. 72–75. (rus)
5. Matvienko O.V., Bazuyev V.P., Churilin V.S. Modelirovaniye napryazheniy i deformatsiy dorozhnykh pokrytij [Stress-strain state modelling of road pavements]. *Dorogi i mosty*. 2016. No. 2 (36). Pp. 139–153. (rus)
6. Gun R.P. Neftyanyye bitумы [Oil bitumen]. Moscow: Khimia, 1973. 432 p. (rus)
7. Grudnikov I.B. Proizvodstvo neftyanykh bitumov [Production of oil bitumen]. Moscow: Khimia, 1983. 192 p. (rus)
8. Galdina V.D. Modifitsirovannyye bitумы [Modified bitumen]. Omsk: SibADI, 2009. 228 p. (rus)
9. Galdina V.D. Modelirovaniye na EVM podbora sostava polimerno-bitumnogo vyazhushchego. [Computer modeling of the polymer-bitumen binder compositions]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2011. No. 34. P. 132–138. (rus)
10. Gorshenina G.I., Mikhaylov N.V. Polimerbitumnyye izolyatsionnyye materialy [Polymer bitumen insulating materials]. Moscow: Nedra, 1967. 210 p. (rus)
11. Loitsyansky L.G. Mekhanika zhidkosti i gaza. [Mechanics of liquid and gas]. Moscow: Nauka, 1974. (rus)
12. Matvienko O.V., Unger F.G., Bazuev V.P. Matematicheskiye modeli proizvodstvennykh protsessov dlya prigotovleniya bitumnykh dispersnykh sistem [Mathematical models of manufacturing processes for preparation of dispersed bitumen systems]. Tomsk: TSUAB, 2015. (rus)
13. Matvienko O.V. Issledovaniye teploobmena i formirovaniya turbulentnosti vo vnutrennem zakruchennom potoke zhidkosti pri nizkikh chislakh Reynol'dsa. [Heat transfer and formation

- of turbulence in an internal swirling fluid flow at low Reynolds numbers]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 2014. V. 87. No. 4. Pp. 908–918. (rus)
14. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Yuzhanova N.K. Chislennoye issledovaniye perekhoda k turbulentnomu rezhimu techeniya vnutrennikh zakruchennykh potokov bitumnykh vyazhushchikh. [Numerical investigation of transition to the turbulent mode of internal swirl flows of bitumen binders]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2013. No. 2. Pp. 132–143. (rus)
  15. Sybilski D. Non-Newtonian viscosity of polymer-modified bitumen. *Materials and Structures*. 1993. V. 26. Pp. 15–23. DOI: 10.1007/BF02472233
  16. Zolotarev V.A. Dorozhnyye bitumnyye vyazhushchiye i asfal'tobetony [Road bituminous binders and asphalt concrete]. Kharkov, 2014. 180 p. (rus)
  17. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Dulzon N.K., Smirnova N.G., Agafonova M.V. Chislennoye issledovaniye struktury techeniya i teploobmena pri zakruchennom techenii bitumno-dispersnykh sistem v tsilindricheskikh kanalakh [Numerical simulation of flow and heat transfer for bitumen dispersed systems in cylindrical channels]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2014. No. 2 (43). P. 80–93. (rus)
  18. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Smirnova N.G., Pushkareva G.V., Dulzon N.K. Issledovaniye smesheniya koaksial'nykh zakruchennykh potokov dlya prigotovleniya bitumnykh dispersnykh sistem [Investigation of mixing coaxial swirl flows for the preparation of dispersed bitumen systems]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2014. No. 3 (44). Pp. 123–134. (rus)
  19. Malkin A.Y., Isaev A.I. Reologiya: kontseptsii, metody, prilozheniya [Rheology: concepts, methods, applications]. Saint-Petersburg: Professia, 2007. 560 p. (rus)
  20. Kutepov A.M., Polyagin L.D., Zapryanov Z.D. Vyaz'min A.V., Kazenin D.A. Khimicheskaya gidrodinamika: spravochnoye posobiye [Chemical hydrodynamics: handbook]. Moscow: Byuro Kvantum, 1996. (rus)
  21. Klimov D.M., Petrov A.G., Georgievsky D.V. Vyazkoplasticheskiye techeniya: dinamicheskiy khaos, ustoychivost' i peremeshivaniye [Visco-plastic flows: dynamic chaos, stability and mixing]. Moscow: Nauka, 2005. (rus)
  22. Matvienko O.V. Chislennoye issledovaniye techeniya nen'yutonovskikh zhidkostey v tsilindricheskom kanale. [Numerical investigation of the flow of non-Newtonian fluids in a cylindrical channel]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Fizika*. 2014. V. 57. No. 8-2. Pp. 183–189. (rus)
  23. Wilkinson W.L. Nen'yutonovskie zhidkosti [Non-Newtonian fluids]. Moscow: Mir, 1964. (transl. from Engl.)
  24. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Yuzhanova N.K. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka psevdoplasticheskoy zhidkosti v tsilindricheskom kanale [Mathematical modeling of swirling flow of a pseudoplastic fluid in a cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 2011. V. 84. No. 3. Pp. 544–547. (rus)
  25. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Yuzhanova N.K. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka dilatantnoy zhidkosti v tsilindricheskom kanale. [Mathematical modeling of swirling flow of a dilatant fluid in a cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 2014. V. 87. No. 1. Pp. 192–199. (rus)
  26. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Cherkasov I.S., Litvinova A.E. Tehenie bitumnogoy vyazhushchego, opisyvaemogo model'yu Ostval'da–de Veilya, v tsilindricheskoy trube [Liquid asphalt binders in cylindrical tube in terms of the Ostwald – de Waele model]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture*. 2020. V. 22. No. 1. Pp. 129–144. (rus)
  27. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Cherkasov I.S., Aseeva A.E. Issledovanie gidravlicheskikh kharakteristik potoka vodno-peschanoy suspenzii v trube [Hydraulic properties of sand slurry flow in a pipe]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture*. 2020. V. 22. No. 2. Pp. 171–192. (rus)
  28. Matvienko O.V. Issledovaniye ustanovivshegosya techeniya psevdoplasticheskoy zhidkosti, opisyvayemoy model'yu Sisko, v tsilindricheskoy trube. [Investigation of the steady state flow of pseudoplastic fluid described by the Sisko model in a cylindrical tube]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*. 2018. No. 55. Pp. 99–112. (rus)

29. Moallemi N., Shafieenejad I., Novinzadeh A.B. Exact solutions for flow of a Sisko fluid in pipe. *Special Issue of the Bulletin of the Iranian Mathematical Society*. 2011. V. 37 No. 2. Part 1. Pp. 49–60.
30. Matvienko O.V., Aseeva A.E. Matematicheskoye modelirovaniye zakruchennogo potoka termovyazkoy psevdoplasticheskoy zhidkosti Sisko v tsilindricheskom kanale. [Mathematical simulation of swirling flow of thermo-viscous, pseudoplastic Sisko fluid in cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 2020. V. 93. No. 4. Pp. 827–838. (rus)
31. Williamson R.V. The flow of pseudoplastic materials. *Industrial and Engineering Chemistry*. 1929. V. 21. No. 11. Pp. 1108–1111.
32. Matvienko O.V., Evtyushkin E.V. Matematicheskoye issledovaniye separatsii dispersnoy fazy v gidrotsiklone pri ochistke vyazkoplasticheskikh burovykh rastvorov. [Mathematical investigation of dispersed phase separation in hydrocyclone in cleaning of visco-plastic mud]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 2011. V. 84. No. 2. Pp. 243–252. (rus)
33. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Venik V.N., Smirnova N.G. Numerical investigation of Herschel-Bulkley fluids mixing. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering Advanced Materials in Construction and Engineering. Ser. "International Scientific Conference of Young Scientists: Advanced Materials in Construction and Engineering 2014"*. 2015. 012034.
34. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Dulzon N.K. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka vyazkoplasticheskoy zhidkosti v tsilindricheskom kanale [Mathematical modeling of swirling flow of pseudoplastic fluid in cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 2014. V. 87. No. 5. Pp. 1129–1137. (rus)
35. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Sabylina N.R., Aseeva A.E., Surtaeva A.A. Issledovanie ustanovivshegosya techeniya vyazkoplasticheskogo bitumnogo vyazhushchego, opisyvaemogo model'yu Shvedova – Bingama, v tsilindricheskoi trube [Shvedov-Bingham model of steady flow of visco-plastic bitumen binder in cylindrical tube]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturnostroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture*. 2019. V. 20. No. 3. Pp. 158–177. (rus)
36. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Aseeva A.E. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka psevdoplasticheskoy zhidkosti Balkli – Gershelya v tsilindricheskom kanale. [Mathematical modeling of the swirling flow of pseudoplastic Bulkley – Herschel fluid in cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 2019. V. 92. No. 1. Pp. 215–226. (rus)
37. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Aseeva A.E. Matematicheskoye modelirovaniye techeniya zakruchennogo potoka dilatantnoy zhidkosti Balkli–Gershelya v tsilindricheskom kanale [Mathematical simulation of the swirling flow of dilatant Bulkley–Herschel fluid in cylindrical channel]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 2019. V. 92. No. 6. Pp. 2641–2651. (rus)
38. Kolbanovskaya A.S., Mikhaylov V.V. Dorozhnyye bitумы [Road bitumen]. Moscow: Transport, 1973. 246p. (rus)
39. Shirkunov A.S., Ryabov V.G., Kudinov A.V., Nechayev A.N., Degtyannikov A.S. Vzaimosvyaz' adgezionnykh svoystv neftyanykh dorozhnykh bitumov i sodержaniya v nikh vysokoplavkikh parafinov. [Relationship between adhesive properties of oil road bitumen and content of high-melting paraffins]. *Khimiya i tekhnologiya topliv i masel*. 2011. No. 1. Pp. 36–39. (rus)
40. GOST 33133–2014. Dorogi avtomobil'nyye obshchego pol'zovaniya. Bitумы neftyanyye dorozhnyye vyazkiye. Tekhnicheskiye trebovaniya. [Automobile roads for general use. Viscous oil road bitumen. Technical requirements]. Moscow: Standartinform, 2015. 11 p. (rus)
41. Bazuev V.P., Matvienko O.V., Voronenko V.L. Modelirovaniye protsessa modifitsirovaniya bituma v kavitatsionno-smesitel'nom dispergatore. [Modeling of bitumen modifying process in cavitation mixing disperser]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2010. No. 4. Pp. 121–128. (rus)
42. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Turkasova N.G., Baygulova A.I. Issledovaniye protsessa modifikatsii bituma v inzhektorom smesitele. [The process for modifying bitumen in injector mixer]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2013. No. 3. Pp. 202–213. (rus)
43. Matvienko O.V., Agafontseva M.V., Bazuev V.P. Issledovaniye dinamiki puzyr'ka v zakruchennom potoke nelineynno-vyazkoy zhidkosti. [Bubble dynamics in swirling flow of nonlinear viscous fluid]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2012. No. 4. Pp. 144–156. (rus)

44. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Venik V.N., Smirnova N.G. Chislennoye issledovaniye protsessa obrazovaniya kavitatsionnykh puzyr'kov v smesitel'nom ustroystve. [Numerical investigation of formation of cavitation bubbles in a mixing device]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2014. No. 4 (45). Pp. 231–245. (rus)
45. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Venik V.N., Smirnova N.G. Eksperimental'noye issledovaniye protsessa kavitatsii v tekhnologicheskikh ustroystvakh. [Experimental study of the cavitation process using technological devices]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2015. No. 6. Pp. 165–176. (rus)
46. Matvienko O.V., Efa A.K., Bazuev V.P., Evtuyushkin E.V. Chislennoye modelirovaniye raspada turbulentnoy strui v sputnom zakruchennom potoke. [Numerical simulation of turbulent jet decay in wake swirling flow]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Fizika*. 2006. V. 49. No. 6. Pp. 96–107. (rus)

#### Сведения об авторах

Матвиенко Олег Викторович, докт. физ.-мат. наук, профессор, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2; Национальный исследовательский Томский государственный университет, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.

Литвинова Алёна Евгеньевна, аспирант, Национальный исследовательский Томский государственный университет, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.

#### Authors Details

Oleg V. Matvienko, DSc, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanaya Sq., 6340036 Tomsk, Russia; National Research Tomsk State University, 36, Lenin Ave., 634050, Tomsk, Russia.

Alyona E. Aseeva, Research Assistant, National Research Tomsk State University, 36, Lenin Ave., 634050, Tomsk, Russia.