

УДК 624.074.4

DOI: 10.31675/1607-1859-2021-23-4-69-78

*Т.А. ТРЕПУТНЕВА, М.О. МОИСЕЕНКО, О.Н. ПОПОВ,**В.Н. БАРАШКОВ, Д.Н. ПЕСЦОВ,**Томский государственный архитектурно-строительный университет*

НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОДКРЕПЛЁННЫХ ТОНКОСТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

Наиболее распространенными конструкциями, предназначенными для установки технологического оборудования в цехах, являются балочные площадки, монтируемые из стального проката и листовых элементов. Значения величин перемещений и напряжений ребристых пластин, полученные по линейной теории, существенно отличаются от величин, полученных с учётом физической и геометрической нелинейностей.

Совместный учёт двойной нелинейности значительно уточняет математическую модель подкреплённых гибких пластин и оболочек, что позволяет получить более полное представление о напряжённо-деформированном состоянии конструкции.

В статье представлен алгоритм расчёта гибких подкреплённых ребром пластин и полых оболочек, основанный на применении энергетического функционала Лагранжа. Исследуется напряжённо-деформированное состояние пластины, подкреплённой симметрично ребром жесткости, нагруженной равномерно распределённой нагрузкой.

Ключевые слова: подкреплённые пластины; напряжённо-деформированное состояние; физическая и геометрическая нелинейности.

Для цитирования: Трепутнева Т.А., Моисеенко М.О., Попов О.Н., Барашков В.Н., Песцов Д.Н. Напряжённо-деформированное состояние подкреплённых тонкостенных элементов конструкций // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2021. Т. 23. № 4. С. 69–78.

DOI: 10.31675/1607-1859-2021-23-4-69-78

*T.A. TREPUTNEVA, M.O. MOISEENKO, O.N. POPOV,**V.N. BARASHKOV, D.N. PESTSOV,**Tomsk State University of Architecture and Building*

STRESS-STRAIN STATE OF REINFORCED THIN-WALLED STRUCTURAL ELEMENTS

The most common structures designed for the installation of technological equipment in workshops are beam platforms mounted from rolled steel and sheet elements. The values of strains and stresses of ribbed plates obtained in accordance with the linear theory, significantly differ from the values obtained in terms of physical and geometrical nonlinearities.

A joint consideration of the double nonlinearity significantly clarifies the mathematical model of the reinforced flexible plates and shells, which provides a complete idea of the stress-strain state of the structure.

The paper presents a calculation algorithm for the flexible plates reinforced by a stiffening plates and hollow shells based on the Lagrange function method. The stress-strain state of a plate symmetrically reinforced by a stiffening plate is investigated under the uniform loading conditions.

Keywords: reinforced plates; stress-strain state; physical and geometrical nonlinearities.

For citation: Treputneva T.A., Moiseenko M.O., Popov O.N., Barashkov V.N., Pestsov D.N. Napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie podkreplennykh tonkostennykh elementov konstrukttsii [Stress-strain state of reinforced thin-walled structural elements]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2021. V. 23. No. 4. Pp. 69–78. DOI: 10.31675/1607-1859-2021-23-4-69-78

На рубеже XIX и XX вв. гибкие пластины и пологие оболочки оказались востребованы в кораблестроении в связи с переходом к металлическим корпусам судов. В 30-х гг. XX в. значительно увеличилось число исследований напряжённо-деформированного состояния (НДС) пластин и пологих оболочек вследствие развития самолётостроения. Позже конструкции, выполненные из гибких пластин, получили широкое применение в большепролётном строительстве благодаря небольшому весу, высокой прочности и простоте монтажа. Исследованию тонкостенных элементов конструкций посвятили свои работы Л.В. Енджиевский, Э.И. Григолюк, В.Г. Зубчанинов, В.В. Кабанов, А.И. Колгадин, В.А. Крысько, Л.С. Ляхович, В.В. Петров, А.И. Стрельбицкая, А.М. Черняк и многие другие [1].

В процессе эксплуатации такие конструкции находятся под действием силовых нагрузок и для увеличения жёсткости пластины часто выполняются ребристыми. Исследования НДС ребристых конструкций являются более сложными по сравнению с конструкциями, выполненными из гладких элементов. Основы расчёта ребристых элементов конструкций были заложены В.З. Власовым, А.И. Лурье [2, 3], которые на основе ряда допущений установили связь между пластиной и подкрепляющими её элементами.

Чтобы получить наиболее полное представление о НДС тонкостенных элементов конструкций и работе материала, необходимо учитывать одновременно физическую и геометрическую нелинейности [5–7].

В настоящей работе представлен алгоритм расчёта подкреплённых гибких пластин, пологих оболочек и состоящих из них конструкций, нагруженных статической нагрузкой. Расчёт конструкций предложено вести вариационным методом Ритца с применением функционала полной потенциальной энергии элементов и расчётной схемы метода перемещений [5]. Конструкция разбивается на отдельные панели и поставленные с эксцентриситетом подкрепляющие элементы. По линиям контакта отдельных панелей и подкрепляющих элементов вводятся узловые линии, каждая из которых в общем случае имеет четыре неизвестных функциональных перемещения. Коэффициенты при функциональных перемещениях обеспечивают совместность перемещений сочленяемых элементов конструкции.

Координатные функции перемещений, полученные по вариационному методу Власова – Канторовича, задаются в виде суммы двух рядов:

$$U_k = \sum_n^N U_{ok}^{(n)} B_k^{(n)} + \sum_n^N U_{nk}^{(n)} Z_j^{(n)},$$

$$V_k = \sum_n^N V_{ok}^{(n)} C_k^{(n)} + \sum_n^N V_{nk}^{(n)} Z_j^{(n)},$$

$$W_k = \sum_n^N W_{ok}^{(n)} A_k^{(n)} + \sum_n^N W_{nk}^{(n)} Z_i^{(n)}.$$

Здесь N – число взятых в разложении гармоник; $U_{ok}, V_{ok}, W_{ok}, U_{nk}, V_{nk}, W_{nk}$ – координатные функции, удовлетворяющие геометрическим граничным условиям на кромках k -й панели; $A_k^{(n)}, B_k^{(n)}, C_k^{(n)}, Z_i, Z_j$ – варьируемые параметры.

Учёт геометрической нелинейности принимается по теории Т. Кармана с учётом гипотез Кирхгофа – Лява для панели и Бернулли – для ребра. Для расчёта нелинейно-упругого материала используется деформационная теория пластичности А.А. Ильюшина. Физические характеристики материала являются однозначными функциями деформаций, материал конструкции нелинейно-упругий, а при отсутствии разгрузки – упругопластический.

Деформации в срединной поверхности отдельной панели $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ записываются в зависимости от перемещений U, V, W вдоль осей x, y, z соответственно:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial U}{\partial x} + 0,5 \left(\frac{\partial(W + W_n)}{\partial x} \right)^2 - 0,5 \left(\frac{\partial W_n}{\partial x} \right)^2 - k_1 W; & \chi_x = -\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}; \\ \varepsilon_y = \frac{\partial V}{\partial y} + 0,5 \left(\frac{\partial(W + W_n)}{\partial y} \right)^2 - 0,5 \left(\frac{\partial W_n}{\partial y} \right)^2 - k_2 W; & \chi_y = -\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}; \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial(W + W_n)}{\partial y} \frac{\partial(W + W_n)}{\partial x} - \frac{\partial W_n}{\partial y} \frac{\partial W_n}{\partial x}; & \chi_{xy} = -\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y}. \end{cases}$$

Здесь k_1, k_2 – главные кривизны панели вдоль осей x и y соответственно; χ_x, χ_y – функции изменения кривизны срединной поверхности; χ_{xy} – функция изменения кручения срединной поверхности; U, V, W – координатные функции; W_n – начальный прогиб.

Относительные деформации панели в точках, расположенных на расстоянии z от срединной поверхности, записываются согласно гипотезе Кирхгофа – Лява [4]:

$$\varepsilon_{x,o}^z = \varepsilon_x + z\chi_x; \quad \varepsilon_{y,o}^z = \varepsilon_y + z\chi_y; \quad \gamma_{xy,o} = \gamma_{xy} + 2z\chi_{xy}.$$

Относительные деформации рёбер в точках, расположенных на расстоянии x и y от оси ребра, с учётом изгиба в двух плоскостях, продольной деформации и кручения определяются зависимостями [5]:

$$\begin{cases} \varepsilon_{x,p}^z = \varepsilon_{x,p} - z \frac{\partial^2 W_p}{\partial x^2} - y \frac{\partial^2 V_p}{\partial x^2} = -y \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - e \frac{\partial^3 W}{\partial x^2 \partial y} \right) - z \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \\ + \frac{\partial U}{\partial x} + 0,5 \left(\frac{\partial(W + W_n)}{\partial x} \right)^2 - 0,5 \left(\frac{\partial W_n}{\partial x} \right)^2 - k_1 W - e \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}; \\ \varepsilon_{y,p}^z = \varepsilon_{y,p} - z \frac{\partial^2 W_p}{\partial y^2} - x \frac{\partial^2 U_p}{\partial y^2} = -x \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - e \frac{\partial^3 W}{\partial x \partial y^2} \right) - z \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \\ + \frac{\partial V}{\partial y} + 0,5 \left(\frac{\partial(W + W_n)}{\partial y} \right)^2 - 0,5 \left(\frac{\partial W_n}{\partial y} \right)^2 - k_2 W - e \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}; \\ \gamma_{zy,p} = \gamma_{zx,p} = \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y}. \end{cases}$$

Деформация вдоль оси ребра записывается с учётом эксцентриситета e ребра относительно срединной поверхности отдельной панели:

$$\varepsilon_{x,p} = \varepsilon_{x,o}^z + e\chi_x; \quad \varepsilon_{y,p} = \varepsilon_{y,o}^z + e\chi_y.$$

Перемещения рёбер относительно срединной поверхности и углы закручивания осей ребра записываются согласно гипотезе Кирхгофа – Клебша с учётом эксцентриситета e [6]:

$$W_p = W; \quad U_p = U + e \frac{\partial W}{\partial x}; \quad V_p = V + e \frac{\partial W}{\partial y}; \quad \frac{\partial W_p}{\partial x} = \frac{\partial W}{\partial x}.$$

Индекс o относится к оболочке (пластине), а индекс p – к ребру.

Физические соотношения для тонкостенных элементов конструкций получены путём выражения напряжений через деформации.

Напряжения, возникающие в оболочке:

$$\begin{aligned} \sigma_{x,o}^z &= E_{cj1}^z \left[\frac{\varepsilon_{x,o}^z + \mu_{cj2}^z \varepsilon_{y,o}^z}{1 - \mu_{cj1}^z \mu_{cj2}^z} + t^{\circ z} (\alpha_{j1T}^z + \mu_{cj2}^z \alpha_{j2T}^z) \right]; \\ \sigma_{y,o}^z &= E_{cj2}^z \left[\frac{\varepsilon_{y,o}^z + \mu_{cj1}^z \varepsilon_{x,o}^z}{1 - \mu_{cj1}^z \mu_{cj2}^z} + t^{\circ z} (\alpha_{j2T}^z + \mu_{cj1}^z \alpha_{j1T}^z) \right]; \\ \tau_{xy,o}^z &= G_j^z \gamma_{xy}^z. \end{aligned}$$

Напряжения, возникающие в рёбрах [7]:

$$\begin{aligned} \sigma_{x,p}^z &= E_{cj1}^z (\varepsilon_{x,p}^z + \alpha_{j1T}^z t^{\circ z}); \quad \sigma_{y,p}^z = E_{cj2}^z (\varepsilon_{y,p}^z + \alpha_{j2T}^z t^{\circ z}); \\ \tau_{zy,p}^z &= \frac{\gamma_{kp} E_{cj}^z \gamma_{zy}^z}{2(1 + \mu_{cj}^z)}; \quad \tau_{zx,p}^z = \frac{\gamma_{kp} E_{cj}^z \gamma_{zx}^z}{2(1 + \mu_{cj}^z)}. \end{aligned}$$

Здесь E_{cj1}^z, E_{cj2}^z – секущие модули упругости; μ_{cj1}^z, μ_{cj2}^z – функции сжимаемости; G_j^z – модуль сдвига; γ_{kp} – коэффициент, учитывающий соотношение сторон призматического ребра при кручении [6].

Вариационное уравнение равновесия записывается в форме Лагранжа [8] и линеаризуется по методу переменных параметров упругости (метод И.А. Биргера) [9]:

$$\delta\Phi = \delta\Pi - \delta A = 0.$$

Здесь Φ – функционал полной энергии системы; Π – потенциальная энергия внутренних сил; A – работа внешних сил.

Для системы ребристых пологих оболочек и пластин функционал полной потенциальной энергии всей конструкции записывается в виде суммы энергий панелей, рёбер и потенциала внешней нагрузки.

Координатные функции перемещений, полученные по вариационному методу Власова – Канторовича, и деформации, выраженные через них, подставляются в выражения для функционала полной энергии. В итоге получается многопараметрическая функция, зависящая от варьируемых параметров функций перемещений, которые, по методу переменных параметров упругости [9], на каждом шаге итерационного процесса определяются из условия минимума энергии методом прямого поиска. По найденным варьируемым параметрам функций перемещений определяются сами перемещения, а также деформации и напряжения в любой точке конструкции. Расчёт выполняется при помощи разработанной компьютерной программы [10].

По вышеприведённому алгоритму расчёта проводится исследование НДС элемента настила балочной площадки.

В качестве расчётной модели принята нагруженная распределённой статической нагрузкой гибкая пластина размером $60 \times 150 \times 1$ см, выполненная из материала Ст3. Пластина разделена на две панели размером в плане $a \times b = 60 \times 75$ см. По центру пластины находится ребро с эксцентриситетом относительно срединной плоскости пластины. Размер ребра $b_p \times h_p = 2 \times 5$ см.

На рис. 1 представлена расчётная схема двухпанельной пластины.

Расчёт проводился при статических нагрузках, равных $q = 0,1; 0,5; 1; 1,5; 2$ МПа. В результате расчёта определялись приведённые прогибы W/h срединной поверхности пластины и приведённая интенсивность деформаций e_i/e_s (e_i – интенсивность деформаций, e_s – деформация, соответствующая пределу текучести материала) в точках на верхней и нижней поверхностях пластины. Строились и анализировались эпюры приведённых прогибов и графики приведённой интенсивности деформаций в наиболее характерных точках в зависимости от величины поперечной нагрузки, вызывающей как упругие, так и упругопластические деформации.

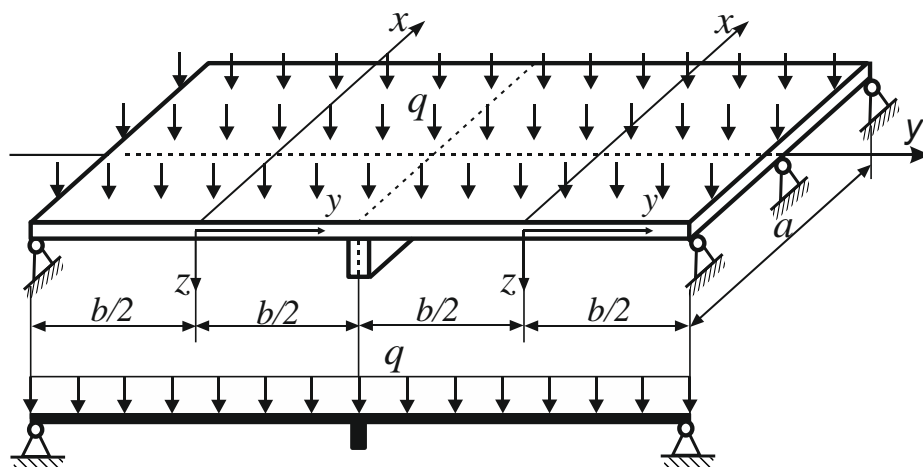


Рис. 1. Расчётная схема двухпанельной пластины

В табл. 1 приведены результаты расчётов двухпанельной пластины.

Таблица 1

Нагрузка q , МПа	Приведённые прогибы W/h		Приведённая интенсивность деформаций e_i/e_s			
			в точках на верхней поверхности		в точках на нижней поверхности	
	$y' = 37,5$	$y' = 75$	$y' = 37,5$	$y' = 75$	$y' = 37,5$	$y' = 75$
0,1	0,0358	0,0061	-0,055517	0,049060	0,041660	-0,048177
0,5	0,1706	0,0244	-0,229148	0,233841	0,235440	-0,233228
1	0,3147	0,046	-0,401600	0,427481	0,458498	-0,426790
1,5	0,4314	0,0663	-0,53162	0,578264	0,651529	-0,577439
2	0,5277	0,0857	-0,632593	0,696675	0,819467	-0,695682

На рис. 2 представлена эпюра приведённых прогибов, подкреплённых ребром жесткости пластины, находящейся под действием силовой нагрузки, на рис. 3 – график зависимости «нагрузка – приведённые прогибы срединной поверхности пластины».

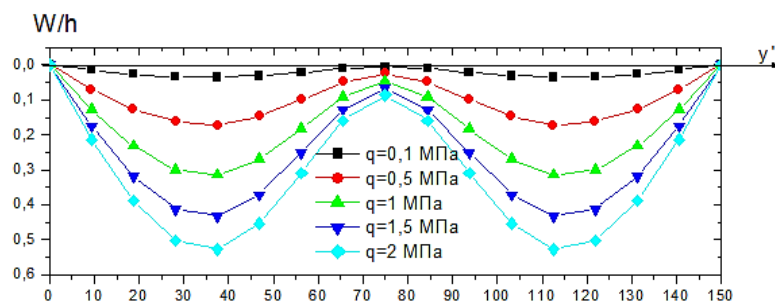
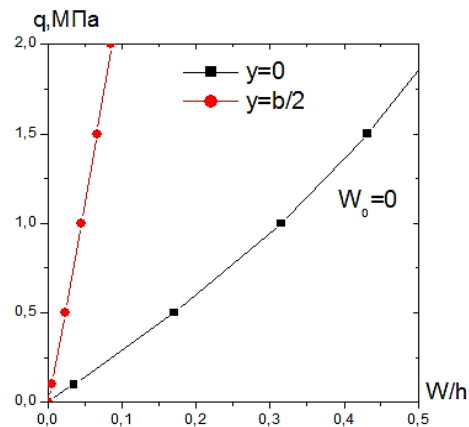


Рис. 2. Эпюра прогибов двухпанельной пластины

Рис. 3. График зависимости прогибов срединной поверхности пластины от нагрузки в центре панели ($y' = 37,5$) и в центре пластины ($y' = 75$)

На рис. 4 изображены эпюры приведённой интенсивности деформаций в точках, находящихся на верхней и нижней поверхностях пластины в центре панели и возле ребра жесткости. На рис. 5 представлены графики зависимости приведённой интенсивности деформаций в точках на верхней и нижней поверхностях в центре панели ($y' = 37,5$) и центре пластины ($y' = 75$) от действующей нагрузки (рис. 1).

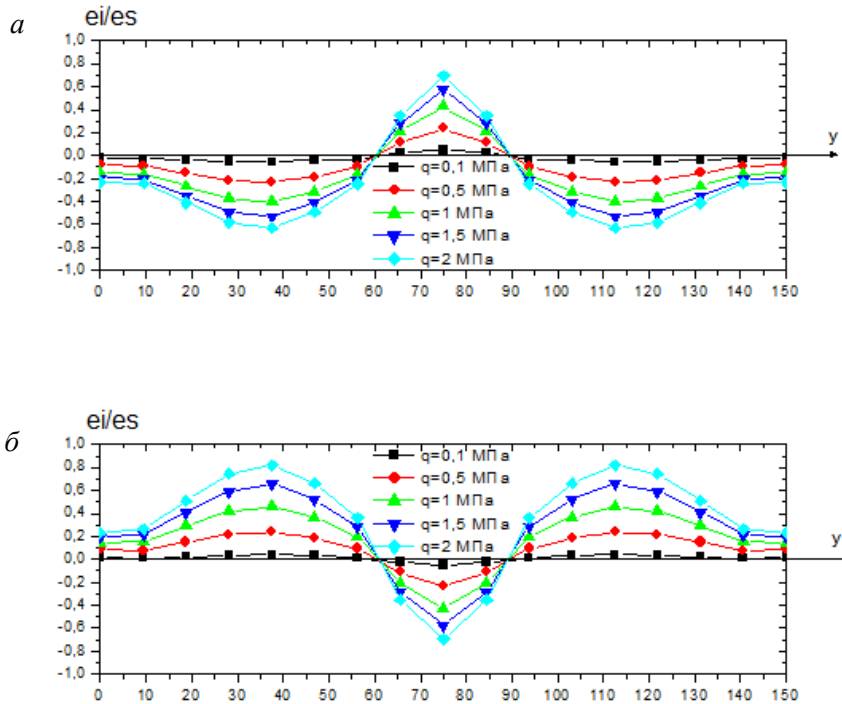


Рис. 4. Эпюры интенсивности деформаций в точках:

а – на верхней поверхности пластины; б – на нижней поверхности пластины

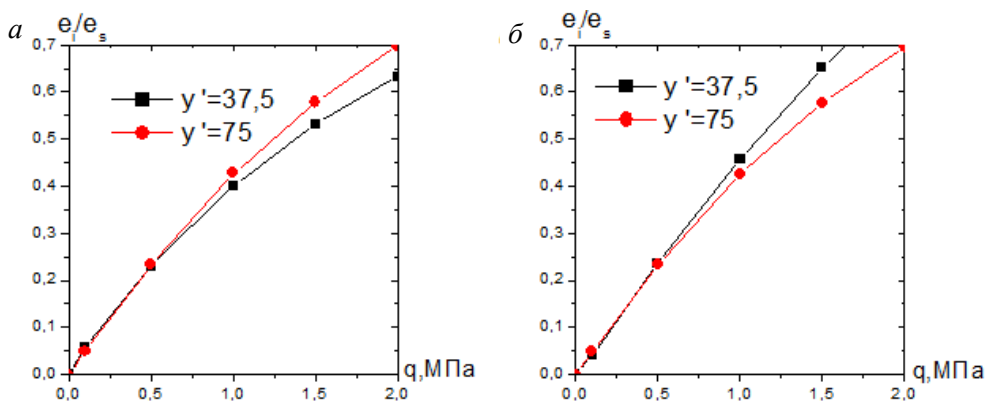


Рис. 5. Графики зависимости интенсивности деформаций от нагрузки в точках:

а – на верхней поверхности пластины; б – на нижней поверхности пластины

Анализ полученных результатов расчёта двухпанельной пластины, нагруженной равномерно распределённой нагрузкой, показал, что наибольшее значение величин приведённых прогибов и приведённой интенсивности деформаций возникает в центре панелей.

Значения относительных прогибов (табл. 1) при максимально рассматриваемой нагрузке $q = 2$ МПа в центре отдельной панели ($W/h = 0,5277$) и на ребре ($W/h = 0,0857$) отличаются в 6,2 раза. Ребро жёсткости уменьшило прогибы и оказало влияние на общее напряжённо-деформированное состояние пластины.

В центре пластины ($y' = 75$) приведённая интенсивность деформаций в точках на верхней и нижней поверхностях отличается по модулю незначительно (рис. 4, табл.1). Максимальное отличие составило 1,8 % при нагрузке $q = 0,1$ МПа.

При росте нагрузки до 2 МПа (см. табл. 1) в точках на верхней поверхности значение приведённой интенсивности деформаций в центре панели меньше, чем в центре пластины (при нагрузке $q = 2$ МПа разница значений интенсивности деформаций составила 9,2 %). В точках на нижней поверхности значение приведённой интенсивности деформаций (см. табл. 1) в центре панели ($y' = 37,5$) больше, чем в центре пластины ($y' = 75$) (при $q = 2$ МПа разница значений составила 15,1 %).

Для определения значений НДС, получаемых при линейном решении ($q = 2$), увеличиваем полученные численные значения при $q = 0,1$ МПа (табл. 1) в 20 раз (табл. 2)

Таблица 2

Нагрузка q , МПа	Приведённые прогибы W/h		Приведённая интенсивность деформаций e_i / e_s			
			в точках на верхней поверхности		в точках на нижней поверхности	
	$y' = 37,5$	$y' = 75$	$y' = 37,5$	$y' = 75$	$y' = 37,5$	$y' = 75$
0,1	0,0358	0,0061	-0,055517	0,049060	0,041660	-0,048177
1	0,358	0,061	-0,55517	0,4906	0,4166	-0,048177
2	0,716	0,1222	-1,11034	0,9812	0,8332	-0,96354

Сравнение нелинейных результатов расчёта (табл. 1), полученных численно, с линейными (табл. 2) показало, что неучёт нелинейностей ведёт к погрешности расчётов.

Так при определении приведённых прогибов центра панелей при нагрузке $q = 1$ МПа разница между результатами, полученными при линейном и нелинейном расчётах, составила 14 %. А при нагрузке $q = 2$ МПа – 36 %. При определении приведённой интенсивности деформаций верхних волокон процент погрешности при неучёте нелинейностей составил 38 % при нагрузке $q = 1$ МПа и 75 % при нагрузке $q = 2$ МПа.

В центре пластины при нагрузке $q = 2$ МПа при определении приведённых прогибов различие составило 42 %, при определении приведённой интенсивности деформаций – 40 %.

Выводы

В представленной статье приведён алгоритм расчёта пластинчато-стержневой системы с учётом нелинейностей. Геометрическая нелинейность рассматривается в квадратичном приближении по Карману. Физическая нелинейность учитывается согласно деформационной теории пластичности. Решение проводится с применением функций перемещений, амплитудные значения которых отыскиваются из минимума построенного функционала на каждом этапе приближения по методу переменных параметров упругости.

По представленному алгоритму расчета проведён расчёт подкреплённой пластины с учётом нелинейности. На примере расчёта показана необходимость учета нелинейностей при исследовании НДС. Неучёт нелинейностей ведет к значительной погрешности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Попов О.Н., Малиновский А.П., Моисеенко М.О., Трепутнёва Т.А. Состояние вопроса по расчету неоднородных элементов конструкций за пределом упругости // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2013. № 4. С. 128–142.
2. Власов В.З. Общая теория оболочек и её приложение в технике. Москва : Гостехиздат, 1949. 784 с.
3. Лурье А.И. Статика тонкостенных упругих оболочек. Москва ; Ленинград : Гостехиздат, 1947. 252 с.
4. Вольмир А.С., Куранов Б.А., Турбаивский А.Т. Статика и динамика сложных структур: Прикладные многоуровневые методы исследований. Москва : Машиностроение, 1989. 248 с.
5. Попов О.Н., Малиновский А.П., Моисеенко М.О. Нелинейные задачи ребристых оболочек. Томск : Изд-во ТГАСУ, 2004. 172 с.
6. Климанов В.И., Тимашев С.А. Нелинейные задачи подкреплённых оболочек. Свердловск : УНЦ АН СССР, 1985. 291 с.
7. Петров В.В. Теория и расчет пластинок и оболочек. Саратов : Сарат. гос. техн. ун-т, 2014.
8. Стрельбицкая А.С., Колгадин В.А., Матошко С.И. Изгиб прямоугольных пластин за пределом упругости. Киев : Наукова думка, 1971. 244 с.
9. Биргер И.А. Метод переменных параметров упругости в задачах теории пластин и оболочек // Труды XII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. 12–17 июня 1980 г. Т. 1. Ереван, 1980. С. 179–185.
10. Попов О.Н., Моисеенко М.О., Трепутнева Т.А. Расчёт тонкостенных конструкций с начальным прогибом : свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017614725 от 26.04.2017./ Томский государственный архитектурно-строительный университет.

REFERENCES

1. Popov O.N., Malinovskii A.P., Moiseenko M.O., Treputneva T.A. Sostoyanie voprosa po raschetu neodnorodnykh elementov kon-struktsii za predelom uprugosti [Analysis of heterogeneous structural elements beyond elastic limit]. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2013. No. 4. Pp. 128–142. (rus)
2. Vlasov V.Z. Obshchaya teoriya obolochek i ee prilozhenie v tekhnike [General theory of shells and its engineering applications]. Moscow: Gostekhizdat, 1949. 784 p. (rus)
3. Lur'e A.I. Statika tonkostennykh uprugikh obolochek [Static state of thin-walled elastic shells]. Moscow, Leningrad: Gostekhizdat, 1947. 252 p. (rus)
4. Vol'mir A.S., Kuranov B.A., Turbaivskii A.T. Statika i dinamika slozhnykh struktur: Prikladnye mno-gourovnevnye metody issledovaniy [Static state and dynamics of complex structures: applied multilevel research methods]. Moscow: Mashinostroenie, 1989. 248 p. (rus)

5. *Popov O.N., Malinovskii A.P., Moiseenko M.O.* Nelineinye zadachi rebristyykh obolochek [Nonlinear problems for ribbed shells]. Tomsk: TSUAB. 2004. 172 p. (rus)
6. *Klimanov V.I., Timashev S.A.* Nelineinye zadachi podkreplennykh obolochek [Nonlinear problems of reinforced shells]. Sverdlovsk, 1985. 291 p. (rus)
7. *Petrov V.V.* Teoriya i raschet plastinok i obolochek [Theory and analysis of plates and shells]. Saratov, 2014. (rus)
8. *Strel'bitskaya A.S., Kolgadin V.A., Matoshko S.I.* Izgib pryamougol'nykh plastin za predelom uprugosti [Bending of rectangular plates beyond elastic limit] Kiev: Naukova dumka, 1971. 244 p. (rus)
9. *Birger I.A.* Metod peremennykh parametrov uprugosti v zadachakh teorii plastin i obolochek [Method of variable parameters of elasticity in problems of theory of plate and shell]. Trudy XII Vsesoyuznoi konferentsii po teorii obolochek i plastin (*Proc. 12th All-Union Conf. on Theory of Plate and Shell*). 1980. V. 1. Pp. 179–185. (rus)
10. *Popov O.N., Moiseenko M.O., Treputneva T.A.* Raschet tonkostennykh konstruksii s nachal'nym progibom [Thin-walled structure analysis with initial deflection]. RF Certificate of State Registration of Software N 2017614725. 2017. (rus)

Сведения об авторах

Трепутнева Татьяна Алексеевна, ст. преподаватель, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, tta2019tta@yandex.ru

Моисеенко Маргарита Олеговна, канд. техн. наук, доцент, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, mmo77@mail.ru

Попов Олег Николаевич, канд. техн. наук, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, onpopov2004@mail.ru

Барашков Владимир Николаевич, докт. физ.-мат. наук, профессор, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, v.n.bar@mail.ru

Песцов Дмитрий Николаевич, канд. техн. наук, доцент, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, DmitryPestsov@rambler.ru

Authors Details

Tatiana T. Treputneva, Senior Lecturer, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanya Sq., 634003, Tomsk, Russia, tta2019tta@yandex.ru

Margarita O. Moiseenko, PhD, A/Professor, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanya Sq., 634003, Tomsk, Russia, mmo77@mail.ru

Oleg N. Popov, PhD, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanya Sq., 634003, Tomsk, Russia, onpopov2004@mail.ru

Vladimir N. Barashkov, DSc, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanya Sq., 634003, Tomsk, Russia, v.n.bar@mail.ru

Dmitry N. Pestsov, PhD, A/Professor, Tomsk State University of Architecture and Building, 2, Solyanya Sq., 634003, Tomsk, Russia, DmitryPestsov@rambler.ru